ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCXCVIII.

1901

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME X.

2° Semestre.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1901

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCXCVIII.

1900

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME IX.

1° Semestre.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

1900

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 7 luglio 1901.

Meccanica. — *Sulla resistenza dei mezzi fluidi.* Nota di T. Levi-Civita, presentata dal Socio Siacci (1).

. . . . . .

. . . . . .

A me pare che la legge di Newton (resistenza proporzionale al quadrato della velocità v), relativa ai fluidi incompressibili, si possa ricavare teoricamente, senza uscire dalla idrodinamica pura.

Per i fluidi compressibili, come ad es. l'aria, la cosa si complica un pochino. Tuttavia, finchè una certa serie converge, ciò che sembra ben plausibile per v inferiore ad un certo limite (forse 279^{m} al secondo, se si risguarda il movimento del fluido come un processo isotermico) (2), la legge della resistenza si presenta sotto l'aspetto

$$R = \varrho v^2 \left\{ a_0 + a_1 \frac{v^2}{c} + \cdots \right\},$$

essendo ϱ la densità del mezzo (opportunamente precisata), le a costanti, che dipendono soltanto dalla forma del corpo, e c la costante della legge di Boyle (quindi $\frac{1}{c}$ una quantità molto piccola), talchè, per valori moderati di v, potranno bastare il primo, o al più i primi due termini della serie.

(1) Estratto di una lettera al senatore prof. F. Siacci.

(2) Considerazioni dello stesso tipo si potrebbero istituire, risguardandolo invece come adiabatico. Tale del resto andrebbe ritenuto nel caso di grandi velocità. Come probabile velocità limite (per la convergenza dello sviluppo di R) si presenta allora quella del suono. Lascierò qui di occuparmene, per non complicare con formule poco istruttive un semplice abbozzo, quale il presente.

Risultati questi perfettamente conformi all' esperienza (1).

Il difficile rimane sempre, anche sotto questo punto di vista, di riconoscere il comportamento della resistenza per v molto grande (o, se si vuole, la espressione asintotica di R, al crescere indefinito di v). Ciò spiega in certo modo l' origine delle gravi difficoltà, che si incontrano nella balistica, e che Ella ha così luminosamente discusse.

Ecco come io giustifico le mie asserzioni.

Considero, per maggior semplicità, un corpo S animato di velocità traslatoria uniforme v, e immerso in un fluido indefinito non sollecitato da forze.

Per effetto del moto di S, il fluido pure entra in movimento. Con quale legge?

Come è ben noto, l' ipotesi di un movimento *continuo in tutto lo spazio esterno ad* S conduce a conseguenze affatto inattendibili circa la resistenza del fluido. La risultante delle pressioni, esercitate dal fluido su S, riesce identicamente nulla; ossia un corpo in moto traslatorio uniforme non incontra alcuna resistenza di mezzo.

Di solito si attribuisce questo risultato, così apertamente in contraddizione coll' esperienza, all' ipotesi teorica che si tratti di fluidi ideali. I fluidi naturali sono viscosi, si dice; nessuna meraviglia dunque che essi si comportino in modo diverso. Ogni difficoltà logica vien così tolta di mezzo. Ma resta pur sempre assai strano che, mentre in moltissime altre questioni la ipotesi della perfetta fluidità risponde con discreta approssimazione alle condizioni di fatto, in questo solo caso se ne tragga una deduzione affatto contraria all' esperienza. Ciò fa pensare che, proprio in questo caso, la posizione analitica del problema introduca qualche elemento, apparentemente innocuo, ma ben più lontano dalla realtà che non sia il carattere di fluido perfetto. Tale è, a mio avviso, l' ipotesi della continuità del movimento del fluido in tutto lo spazio esterno al corpo. Sostituendo questa ipotesi con altra, più conforme all' esperienza quotidiana (delle colonne fluide, che i corpi in movimento un po' rapido si tirano dietro), e del resto perfettamente analoga a quella ammessa nella teoria delle vene fluenti, si pone assai bene in evidenza il fenomeno della resistenza del mezzo, indipendentemente dalla viscosità. Oserei anzi affermare che, per velocità superiori ad un certo limite, l' influenza della viscosità si può ritenere affatto trascurabile.

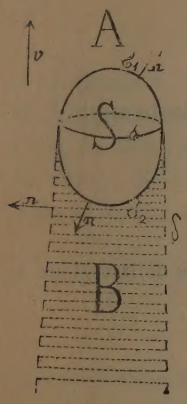
1. Introduco pertanto le seguenti ipotesi:

1°. *Il movimento del fluido, prodotto dal corpo* S (stazionario rispetto allo stesso S), *presenta dietro il mobile una superficie di discontinuità* δ *estendentesi fino all' infinito a partire da una certa curva* s *del contorno* σ *di* S.

(1) Cfr. per es. Nazzani, *Idraulica pratica*, vol. I, pag. 302; Loria, *Le strade ferrate*, vol. II, cap. 1.

2°. *Le molecole fluide, appartenenti alla regione posteriore* B, *si comportano come se fossero rigidamente collegate con* S.

3°. *Il moto del fluido nella regione* A *è irrotazionale; e soddisfa alle solite condizioni all'infinito* (in quanto naturalmente vi si tenda senza uscire da A).



Diciamo σ_1 e σ_2 le due regioni (anteriore e posteriore) della superficie σ del corpo, separate da s. Gli assi di riferimento x, y, z si suppongano rigidamente collegati ad S, coll'asse z diretto come la velocità. Sia γ il coseno dell'angolo, che la normale esterna n, in un punto generico di σ_1, σ_2 o di δ, forma coll'asse z (chiamando esterna, rispetto a δ, la direzione rivolta verso A); $v\varphi$ il potenziale di velocità relativo ai punti di A.

2. Considero dapprima il caso di un fluido incompressibile di densità costante ϱ, e allora φ deve soddisfare in A alla equazione indefinita

$$\Delta_2 \varphi = 0 \quad (1), \tag{1}$$

sul contorno $\sigma_1 + \delta$ alla

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = \gamma, \tag{2}$$

nonchè alle condizioni all'infinito.

Dicendo p_A e p_B (quest'ultima evidentemente costante) le pressioni in un punto generico di A e di B, si ha sopra δ

$$p_A = p_B.$$

Dacchè in tutto lo spazio A la pressione è definita in termini di φ dalla relazione

$$\frac{1}{\varrho} p_A = C - \frac{v^2}{2} (\Delta_1 \varphi)^2 + v^2 \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad (2),$$

(1) Abbrevio al solito in $\Delta_2 \varphi$ e $(\Delta_1 \varphi)^2$ i trinomi

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \text{ e } \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)^2$$

rispettivamente.

(2) Rispetto ad assi fissi ξ, η, ζ, si avrebbe

$$\frac{1}{\varrho} p_A = C - \frac{v^2}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \zeta}\right)^2 \right\} - v \frac{\partial \varphi}{\partial t},$$

immaginando naturalmente il potenziale φ espresso per ξ, η, ζ, t. Ora si può supporre che $\varphi(\xi, \eta, \zeta; t)$ provenga dalla espressione qui considerata $\varphi(x, y, z)$, ponendovi $x = \xi$, $y = \eta$, $z = \zeta - vt$. Si ha in tal caso

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} = \frac{\partial \varphi}{\partial z}; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -v \frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

donde la formula sopra scritta.

dove C è una costante, e che nei punti di A situati a distanza infinita le derivate di φ si annullano, si ha

$$C = \frac{1}{\varrho} p_A^{(\infty)}.$$

Considerando in particolare un punto infinitamente distante sopra δ, ne deduciamo

$$C = \frac{1}{\varrho} p_B,$$

con che la espressione della pressione in un punto qualunque della regione A diviene

$$p_A = p_B + \varrho v^2 \tfrac{1}{2} \left\{ 2 \frac{\partial \varphi}{\partial z} - (\Delta_1 \varphi)^2 \right\}. \tag{3}$$

Nei punti di δ si ha conseguentemente

$$(\Delta_1 \varphi)^2 - 2 \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \tag{4}$$

e così in definitiva la incognita funzione φ deve soddisfare alle equazioni (1), (2), (4). Se δ fosse data a priori, le (1), (2) (tenuto conto delle condizioni all'infinito) basterebbero a determinare la φ. Ma δ non è data, e si tratta appunto di determinarla in modo da rendere simultaneamente soddisfatte le (1), (2), (4). Dal punto di vista del rigore matematico inceppiamo qui in una questione di esistenza, che cogli attuali mezzi analitici non si saprebbe discutere. Fisicamente la questione di esistenza viene sostituita, e risoluta in senso affermativo, dalle ipotesi sopra dichiarate.

Ciò posto, l'essenziale per noi si è di osservare che la definizione di φ, in base alle (1), (2), (4), dipende unicamente dalla forma del corpo S, e non dalla velocità v, nè dalla densità ϱ del mezzo.

Di quà segue immediatamente la legge di Newton. Infatti la resistenza totale R, incontrata dal corpo nel suo movimento, è data da

$$R = \int_\sigma p \gamma \, d\sigma = \int_{\sigma_1} p_A \gamma \, d\sigma_1 + \int_{\sigma_2} p_B \gamma \, d\sigma_2.$$

Ma, p_B essendo costante e $\sigma_1 + \sigma_2$ costituendo una superficie chiusa,

$$\int_{\sigma_2} p_B \gamma \, d\sigma_2 = - \int_{\sigma_1} p_B \gamma \, d\sigma_1;$$

quindi, posto per p_A il suo valore (3),

$$(5) \qquad R = \varrho v^2 \int_{\sigma_1} \tfrac{1}{2} \left\{ 2 \frac{\partial \varphi}{\partial z} - (\Delta_1 \varphi)^2 \right\} \gamma \, d\sigma_1 ,$$

e ciò dimostra l'asserto.

Prendendo $f = \varphi - z$, si ha in vf il potenziale di velocità di una corrente, (di velocità limite v nel senso delle z negative) interrotta dal corpo S. La forza, che è necessario vincere perchè S non sia trasportato dalla corrente, è ancora espressa dalla (5), ossia, introducendovi f al posto di φ, da

$$R = \varrho v^2 \int_{\sigma_1} \tfrac{1}{2} \{ 1 - (\Delta_1 f)^2 \} \gamma \, d\sigma_1 .$$

Questa formula è un'ovvia estensione, al caso di tre dimensioni, di quella stabilita da Lord Rayleigh per la pressione, che si esercita sopra l'unità di lunghezza di una lamina infinitamente lunga a orli paralleli (1).

3. Venendo ora al caso di fluidi elastici, avremo, supposta la validità della legge di Boyle,

$$p = c\varrho \quad (c \text{ costante}),$$

$$P = \int \frac{dp}{\varrho} = c \log p .$$

La equazione di continuità assume l'aspetto

$$\frac{d \log \varrho}{dt} + v \Delta_2 \varphi = 0 ,$$

ossia anche

$$\frac{1}{c} \frac{dP}{dt} + v \Delta_2 \varphi = 0 ;$$

mentre le equazioni di Eulero si riassumono in

$$P = C + v^2 \tfrac{1}{2} \left\{ 2 \frac{\partial \varphi}{\partial z} - (\Delta_1 \varphi)^2 \right\} .$$

(1) Cfr. per es. Kirchhoff, *Vorlesungen über mathematische Physik*, B. I, pag. 307.

Eliminando P fra queste due equazioni e ponendo

$$\frac{v^2}{c} = \lambda,$$

$$\frac{1}{v}\frac{d}{dt}\tfrac{1}{2}\left\{2\frac{\partial\varphi}{\partial z} - (\Delta_1\varphi)^2\right\} =$$

$$= \tfrac{1}{2}\left[\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x}\left\{2\frac{\partial\varphi}{\partial z} - (\Delta_1\varphi)^2\right\} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\frac{\partial}{\partial y}\left\{2\frac{\partial\varphi}{\partial z} - (\Delta_1\varphi)^2\right\} + \left\{\frac{\partial\varphi}{\partial z} - 1\right\}\frac{\partial}{\partial z}\left\{2\frac{\partial\varphi}{\partial z} - (\Delta_1\varphi)^2\right\}\right] =$$

si ha

$$(1^{bis}) \qquad \Delta_2\varphi + \lambda\Theta\varphi = 0.$$

Un ragionamento identico al precedente mostra che

$$C = P_B = c \log p_B;$$

quindi

$$(3^{bis}) \qquad p_A - p_B = p_B\left[e^{\frac{v^2}{c}\frac{1}{2}\left\{2\frac{\partial\varphi}{\partial z} - (\Delta_1\varphi)^2\right\}} - 1\right],$$

$$(5^{bis}) \qquad R = p_B\int_{\sigma_1}\left[e^{\frac{v^2}{c}\frac{1}{2}\left\{2\frac{\partial\varphi}{\partial z} - (\Delta_1\varphi)^2\right\}} - 1\right]\gamma\, d\sigma_1.$$

Le condizioni determinative di φ sono ora la equazione indefinita (1^{bis}) colle (2), (4) e condizioni all'infinito.

Per λ abbastanza piccolo [1], è presumibile che la espressione analitica di φ si possa sviluppare in serie di potenze di λ

$$\varphi_0 + \lambda\varphi_1 + \cdots;$$

lo stesso avviene allora per $e^{\lambda\frac{1}{2}\left\{2\frac{\partial\varphi}{\partial z} - (\Delta_1\varphi)^2\right\}}$; quindi per R. Il primo termine dello sviluppo di R è

$$p_B\frac{v^2}{c}\int_{\sigma_1}\tfrac{1}{2}\left\{2\frac{\partial\varphi_0}{\partial z} - (\Delta_1\varphi_0)^2\right\}\gamma\, d\sigma_1 = \varrho_B v^2\int_{\sigma_1}\tfrac{1}{2}\left\{2\frac{\partial\varphi_0}{\partial z} - (\Delta_1\varphi_0)^2\right\}\gamma\, d\sigma_1,$$

che corrisponde alla resistenza di un fluido incompressibile, avente dappertutto la densità costante della regione B.

[1] Se si tratta dell'aria, si ha in unità [C. G. S] $c = \frac{1{,}013}{1{,}293}10^9$; quindi, qualora basti per la convergenza dello sviluppo che sia $\lambda < 1$, il limite per v, in metri, si trova essere $v = 279^m$.

Badando che $\lambda = \frac{v^2}{c}$, risulta in definitiva

$$R = \varrho_B v^2 \left\{ a_0 + a_1 \frac{v^2}{c} + \cdots \right\},$$

dove i coefficienti a dipendono esclusivamente dalla forma del corpo S.

4. *Osservazione.* — La circostanza che, supponendo il movimento del fluido ovunque continuo, la resistenza incontrata da S riesce identicamente nulla si suol rendere intuitiva per via energetica, ragionando come segue:

Dacchè si tratta di un fluido perfetto, la forza viva, posseduta da S in un generico istante, non può cambiarsi in altra forma di energia (termica o chimica per es.); per il carattere stazionario (rispetto ad S) del movimento del fluido, determinato dall'uniforme traslazione di S, non vi può essere trasmissione di forza viva da S al fluido. Dunque l'energia cinetica di S rimane inalterata, il che equivale appunto ad una resistenza nulla.

Molto opportunamente il sig. Föppl, nelle sue *Vorlesungen über technische Mechanik* (1), aggiunge a questo proposito che non può nemmeno sorgere il dubbio che si stabilisca un flusso (stazionario rispetto ad S) di energia accumulantesi all'infinito, dato il comportamento all'infinito del potenziale di velocità, quando appunto lo si determina in base alle ipotesi consuete.

Colle nostre ipotesi il comportamento è diverso, poichè concorre all'infinito anche la superficie δ. Il flusso non è più identicamente nullo, e questo spiega la sottrazione di forza viva, che un fluido, anche perfetto, determina colla sua resistenza nei corpi in movimento. La energia, sottratta ad S, non si distrugge naturalmente, nè si trasforma, ma soltanto si trasporta all'infinito e vi si accumula; in teoria. Quel che avviene nella realtà si è una dispersione per la massa fluida di energia cinetica, assorbita dalle varie resistenze passive. Tale dispersione ha però rispetto al movimento di S (che qui costituisce la parte essenziale del fenomeno) gli stessi effetti del trasporto a distanza infinita contemplato dalla teoria.

. . . . . .

. . . . . .

Geodesia. — *Un principio fondamentale nello studio delle superficie di livello terrestri.* Nota di Paolo Pizzetti, presentata dal Socio Bianchi.

Storia della scienza. — *Di una lettera inedita di Nicolò Tartaglia.* Nota di V. Tonni-Bazza, presentata dal Socio V. Cerruti.

Le due Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

(1) B. IV, pag. 367.

Mineralogia. — *Appunti sopra alcuni minerali delle Cetine di Cotorniano presso Rosia (in Provincia di Siena)* [1]. Nota di ALBERTO PELLOUX, presentata dal Socio STRUEVER.

Nell'aprile scorso il comm. G. B. Traverso, ingegnere consulente della miniera antimonifera delle Cetine, gentilmente mi donava una piccola ed interessante raccolta dei minerali di quella località; la descrizione di questi minerali, che oggi figurano nel Museo Mineralogico della R. Università di Roma, forma l'oggetto della presente Nota.

Stibina. — È il minerale industrialmente più importante della miniera di Rosia; della sua giacitura trattarono il Fabri [2] ed il Traverso [3], delle forme dei cristalli, l'Artini [4]; credo quindi superfluo di parlarne limitandomi ad osservare come nei campioni ricevuti la stibina si presenti sotto varî aspetti, e cioè:

a) in aggruppamenti cristallini a struttura fibroso-raggiata;

b) in cristalli aciculari disseminati nel quarzo compatto;

c) in brillanti e piccoli cristalli prismatici, terminati da una parte, del tutto simili a quelli descritti dall'Artini, ed accompagnati, come già osservò quest'autore, da cristalli di quarzo, calcite e gesso;

d) in cristalli prismatici superficialmente alterati in *cervantite* e lunghi sino a 6 cm.;

e) in cristalli in parte alterati e rivestiti da *zolfo* e *valentinite.*

Cervantite. — Si presenta come prodotto di alterazione della stibina, in alcuni esemplari si può anzi vedere il passaggio dall'uno all'altro minerale; il suo colore va dal giallo ruggine al giallo chiaro cenerino, l'aspetto è terroso. Come di solito accade per questo minerale, la cervantite delle Cetine non ha forma propria ma si mostra pseudomorfica di stibina; se ne hanno così dei rivestimenti sopra i lunghi cristalli di questa, masse spugnose formate dall'intreccio di cristalli più piccoli, completamente alterati, ed aggregati a struttura fibroso-raggiatra.

(1) Lavoro eseguito nel Gabinetto di Mineralogia della R. Università di Roma.

(2) Vedi Annali di Agricoltora, 1890: Rivista del servizio minerario nel 1888, pag. 113.

(3) G. B. Traverso, *L'antimonio.* Alba, 1897, pag. 16-18.

(4) E. Artini, *Appunti di mineralogia italiana. Antimonite di Cetine.* Vedi Rend. Accad. Lincei, 2° sem., 1894, pag. 416.

Valentinite. — È un minerale nuovo per le Cetine e raro in Italia poichè sin qui non fu rinvenuto che in due località della Sardegna e cioè: a Su Suergiu nel Gerrei ed a Nieddoris nell' Iglesiente (1).

Nella raccolta avuta dall' ing. Traverso è classificato come valentinite un esemplare nel quale questo minerale forma dei gruppetti di cristalli aciculari, di colore biancastro e lucentezza sericea, che sorgono sopra ad altri di stibina alterata e di zolfo. Tali cristalli, esaminati al microscopio, non rivelano forme distinte ma appariscono costituiti dall'aggruppamento di minutissimi aghetti.

Un altro minerale delle Cetine che, a prima vista, potrebbe scambiarsi colla Kermesite ha proprietà tali che ritengo debba considerarsi come una varietà di valentinite.

Il minerale di cui si tratta forma dei ciuffetti di cristalli assai lucenti di colore roseo, sino a rosso corallo, ed anche, raramente, incolori, che stanno impiantati sulla stibina di cui probabilmente sono un prodotto di alterazione. Riscaldato nel tubo chiuso, questo minerale dapprima decrepita e imbianchisce, indi fonde parzialmente sublimando in fumi bianchi; nell' acido cloridrico si discioglie a freddo rapidamente e completamente senza dare alcuno svolgimento di gaz ciò che, invece, accade per la Kermesite.

Osservati al microscopio, i cristalli presentano abito prismatico simile a quello della stibina, sono limitati da una parte da piccolissime faccette, solcati da profonde striature nel senso della lunghezza, che in taluni cristalli raggiunge quasi 3 mm., e, in questo senso, fortemente appiattiti; quest' ultimo carattere, insieme alla perfetta trasparenza rende facile l' osservazione dei fenomeni ottici.

Fra i nicol incrociati i cristalli si estinguono in direzione parallela alla loro lunghezza; alla luce polarizzata convergente dànno una nitida immagine di interferenza che permette di stabilire il segno della doppia rifrazione che è negativo, come nella valentinite, e di misurare l' angolo apparente degli assi ottici che, essendo intorno ai 60°, si dimostra alquanto superiore a quello, assai piccolo, di questo minerale: la bisettrice acuta, negativa, sorte normalmente ad una delle facce della zona più sviluppata, faccia che probabilmente è uno dei pinacoidi {100} o {010}; il piano degli assi ottici è parallelo a {001}.

Ulteriori osservazioni eseguite sopra quantità sufficienti di materiale e su cristalli misurabili permetteranno di stabilire se, come ritengo, si tratti realmente di valentinite; in tale caso, per le proprietà ottiche, questa delle Cetine potrà essere considerata come una varietà.

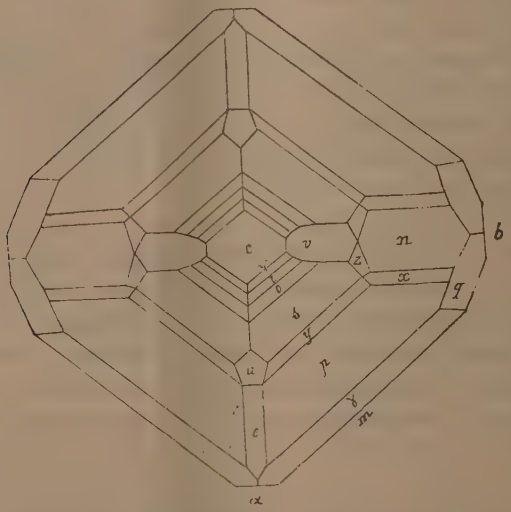
(1) Vedansi in proposito: D. Lovisato, *Sulla senarmontite di Nieddoris in Sardegna e sui minerali che l'accompagnano in quella miniera.* Atti R. Acc. Lincei, Rend. 1894, 1° sem., serie 5ª, vol. VIII; e F. Millosevich, *Appunti di mineralogia sarda,* id. 1900, 1° sem., serie 5ª, vol. IX.

Zolfo. — Oltre ai minerali antimoniferi sopra ricordati, altro prodotto di alterazione della stibina è lo zolfo che, come già dissi, qualche volta l'accompagna. Alcuni esemplari di stibina ne sono ricoperti come da una crosta, altri invece portano nitidi cristalletti di zolfo grossi sino a due millimetri.

Lo zolfo si presenta sempre in cristalli piccoli, alcuni dei quali assai notevoli per la relativa ricchezza delle forme; i più belli provengono da un esemplare di quarzo compatto e stibina e misurano non più di un millimetro secondo l'asse z; ho potuto, sopra di questi, eseguire buone misure goniometriche e constatare così la presenza delle seguenti forme:

a {100} b {010} c {001}
m {110}
n {011} v {013}
e {101} u {103}
p {111} ψ {119} t {115} o {114} s {113}
y {112} γ {331}
q {131} x {133} z {135}.

Queste 18 forme, nessuna delle quali è nuova, ho riscontrate riunite in uno stesso cristallo; il loro relativo sviluppo è dato dall'annessa figura:



Come si vede la zona maggiormente ricca è quella delle protopiramidi, con predominio di p {111} e, subordinatamente, di s {113} e di γ {331}; le altre forme presentano piccole ma nitide e lucenti faccette. Nella zona dei macrodomi le facce sono assai piccole, bene sviluppate, invece, in quella dei brachidomi mentre poverissima è la zona prismatica, rappresentata dal solo prisma m {110} che mostra una sottile faccetta: mancano del tutto le macropiramidi.

Altri cristalli di zolfo sono assai più semplici di quello figurato, essendo in essi presenti soltanto le forme predominanti; molti hanno le facce corrose, come bucherellate e questo carattere è comune a tutti i cristalli se osservati con un ingrandimento abbastanza forte. Il colore giallo citrino, proprio dello zolfo, in alcuni cristalli dà luogo ad una colorazione aranciata simile a quella dello zolfo contenente selenio.

Nella seguente tabella sono indicati i valori degli angoli misurati, messi a confronto con i valori calcolati in base al rapporto parametrico dato dal v. Kokscharow:

$$a : b : c = 0{,}81309 : 1 : 1{,}90339.$$

Angoli	Numero delle osservazioni	Media delle misure	Limiti delle misure	Valori calcolati	Differenze
$c : p = (001) : (111)$	6	71°40′	71°35′ - 71°43′	71°39′45″	+ 0′15″
$c : e = (001) : (101)$	3	66 53	66 46 - 66 54	66 52	+ 1
$c : u = (001) : (103)$	1	38 9	—	37 58	+11
$c : n = (001) : (011)$	2	62 19	61 41 - 62 57	62 17	+ 2
$c : v = (001) : (013)$	2	32 27	32 21 - 32 33	32 23 30	+ 3 30
$c : \gamma = (001) : (331)$	2	83 43′30″	83 43 - 83 44	83 42	+ 1 30
$c : y = (001) : (112)$	3	56 34 10	56 32 - 56 37 ½	56 27 30	+ 6 40
$c : s = (001) : (113)$	2	45 13 30	45 8 - 45 19	45 9 45	+ 3 45
$c : o = (001) : (114)$	1	36 55	—	37 2	— 7
$c : t = (001) : (115)$	3	31 12 40	31 7 - 31 18	31 6 30	+ 6 10
$c : \psi = (001) : (119)$	1	18 5	—	18 32	— 27
$p : p' = (111) : (\bar{1}11)$	1	143 24	—	143 19 30	+ 4 30
$p : \gamma = (111) : (331)$	1	12 3	—	12 2 15	+ 0 45
$c : q = (001) : (131)$	1	80 42	—	80 47 45	— 5 45
$c : x = (001) : (133)$	2	64	63 56 - 64 4	64 4 30	— 4 30
$c : z = (001) : (135)$	1	51 17	—	50 59	+18

Quarzo. — Costituisce la ganga del minerale di antimonio e, come già osservò l'Artini, si presenta anche in cristalli; nei campioni esaminati ho trovato piccoli e nitidi cristalli prismatici e bipiramidati colle sole comunissime forme $p\,\{10\bar{1}1\}$, $z\,\{01\bar{1}1\}$, $a\,\{10\bar{1}0\}$.

Calcite. — Si trova in cristalli scalenoedrici, lunghi sino ad un centimetro circa, con predominio di $v\,\{21\bar{3}1\}$ i di cui spigoli culminanti alterni sono troncati da una sottilissima faccetta del romboedro $f\,\{02\bar{2}1\}$. I cristalli hanno colore bianco cenerino, ed anche bianco lattiginoso, sorgono sopra il quarzo compatto che contiene stibina e vanno uniti a cristalli di gesso, alcuni dei quali sono impiantati sopra il vertice degli scalenoedri.

Gesso. — In cristalli sciolti e grossi sino a 3 cm. si rinviene nelle argille soprastanti al giacimento e presenta le forme m {110}, b {010} ed l {111} riunite in individui semplici ed in geminati secondo (100); si trova anche nella sua varietà fibrosa ed in masserelle compatte entro le spaccature della quarzite.

I migliori esemplari cristallizzati di gesso sono quelli che, insieme alla calcite ed al quarzo, accompagnano la stibina. L'Artini non potè determinarne le forme in causa dell'imperfezione delle facce; gli esemplari da me esaminati mi permisero, invece, di stabilire con certezza la presenza delle seguenti forme:

a {100} b {010} ψ {320} m {110} h {120} d {101} l {111} t {$\bar{1}$01} n {$\bar{1}$11}

I cristalli sono semplici e misurano sino a 5 mm. secondo la loro maggiore dimensione, cioè secondo l'asse x; i più perfetti sono piccolissimi, stanno impiantati sopra la calcite ed hanno facce assai lucenti. Le forme dominanti sono b {010}, m {110}, h {120}, l {111} ed n {$\bar{1}$11}; ψ {320} è rappresentata da una sottile e nitida faccetta, le forme d {101}, t {$\bar{1}$01} ed a {100} sono pochissimo sviluppate e dànno cattive immagini.

Qui appresso è dato il valore di qualcheduno degli angoli misurati, messo a confronto con quello riportato nel classico trattato dal Dana (1):

	Angoli misurati	Angoli dati dal Dana (2)	Differenza
$m:m''' = \{110\}:\{1\bar{1}0\}$	$= 68°13'$	$68°30'$	$-17'$
$h : h' = \{120\}:\{\bar{1}20\}$	$= 72\ 51$	$72\ 35$	$+16$
$\psi:\psi''' = \{320\}:\{3\bar{2}0\}$	$= 49\ 20$	$48\ 50$	$+30$
$l : l' = \{111\}:\{1\bar{1}1\}$	$= 36\ 28$	$36\ 12$	$+11$
$n : n' = \{\bar{1}11\}:\{\bar{1}\bar{1}1\}$	$= 41\ 40$	$41\ 20$	$+20$

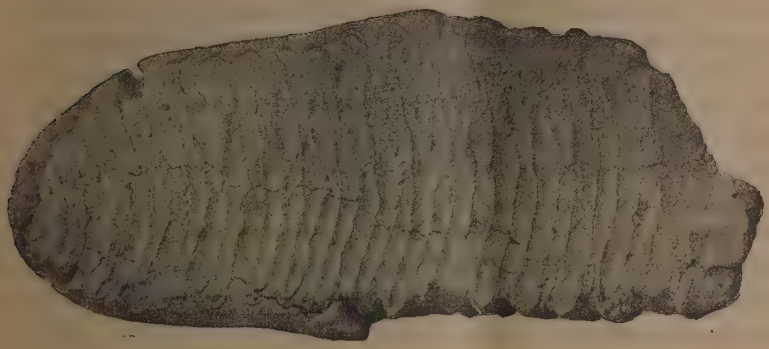
Paleontologia. — *L'Elephas primigenius della Dobrogea* (Rumania). Nota di Arnaldo Ricci, presentata dal Corrispondente De Stefani.

Durante le ricerche da me fatte nell'anno decorso sui varî resti di Proboscidiani esistenti nel Museo paleontologico del R. Istituto Superioro di Firenze ed in quello di Arezzo, per constatare se l'*Elephas primigenius* Blum avesse realmente abitato in Toscana, mi fu dato osservare nel Museo fiorentino un molare permanente, acquistato di recente da persona la quale lo aveva raccolto nella Dobrogea o Dobroudscha (Rumania), che, per la sua

(1) Dana, *Systeme of mineralogy*, 1899, pag. 933.
(2) Calcolati colle costanti date dal De Cloizeaux.

estrema rassomiglianza, anzi identità con quello delle alluvioni del Po, descritto dal Portis (1), merita ne sia data notizia.

Questo molare è stato rinvenuto nei depositi post-pliocenici, esistenti nella parte meridionale di detta regione verosimilmente nei dintorni di



Costanza o Kustendjé, terreni che riposano, per quanto hanno affermato M. Boué (2), M. Michel (3), K. v. Peters (4), M. G. Stephanesco (5), F. Toula (6), V. Anastasiu (7) ecc., su formazioni terziarie.

Questo esemplare è un molare terzo superiore destro, ha 15 x e le seguenti dimensioni.

Lunghezza totale della corona	mm.	215
Larghezza della corona alla 6ª lamina. .	»	84
» » alla 14ª » . .	»	60
Altezza massima del molare alla 13ª lamina.	»	152

(1) A. Portis, *Di alcuni avanzi elefantini fossili scoperti presso Torino.* Boll. Soc. Geol. Ital., vol. XVII, 1898, fasc. I, pag. 94 a 121.

(2) M. Boué, *Note géologique sur le Bannat et en particulier sur les bords du Danube.* Bull. Soc. Géol. Franc., sér. I, tomo VIII, 1837, pag. 136 a 150.

(3) M. Michel, *Nôte géologique sur la Dobroudcha entre Rassova et Kustendjé.* Bull. Soc. Géol. Franc., sér. II, tomo XIII, 1855-56, pag. 539 a 543.

(4) K. v. Peters, *Grundlinien sur Geographie and Geologie der Dobroudscha.* Denkschr. K. Acad. Wissensch. t. XXVII, 1867.

(5) M. G. Stephanesco, *Sur le terrain quaternaire de la Roumanie, et sur quelques ossements de mammifères tertiaires et quaternaires du même pays.* Bull. Soc. Géol. Franc., sér. III, tomo I, 1872, pag. 119 a 123.

(6) F. Toula, *Eine geologische Reise in die Dobroudscha.* Schriften des Ver. zur Verbr. naturw. Kenntn. Wien, t. 33, p. 5, 1893, pag. 543 a 604.

(7) M. V. Anastasius, *Note préliminaire sur la constitution géologique de la Dobrogea.* Bull. Soc. Géol. Franc., sér. III, tomo XXIV, 1896, fasc. 7°, pag. 595 a 602.

Questo dente ipselodisco, alquanto laticoronato, ha tutte le lamine affette dall'abrasione, la quale è così inoltrata che il tallone distale e le tre o quattro lamine anteriori sono consunte fino alla comune base e ridotte ad un semplice disco di dentina, lievemente concavo sul piano di abrasione, largo mm. 68 e lungo mm. 35 presso il margine interno del dente. Su questo disco osservansi tracce dell'intiera lamella posteriore dello smalto e del terzo interno di quella anteriore dell'ultima lamina completamente consumata e parimente del terzo interno della lamella posteriore dell'antipenultima.

Delle quindici lamine presenti, che stanno entro un piano d'abrasione ovale, un poco arcuato, lungo mm. 180 e su cui osservasi una leggiera incavatura mediana occupante tutta la sua lunghezza, le prime due a causa dell'usura hanno le lamelle dello smalto divise lungo la linea mediana del piano di abrasione, quindi risultano formate ciascuna di due parti eguali. Le rimanenti invece hanno figure d'abrasione complete semilunari a convessità rivolta in avanti, con corni laterali diritti e senza dilatazione mediana loxodontica. Il tallone prossimale infine consta di due elementi laminari distinti e di eguale grandezza.

Le lamine sono tutte sottili, parallele, strettamente addossate tra loro, con smalto estremamente fine, lievemente ondulato e di colore bianco madreperlaceo sulla superficie triturante e ciascuna lamina ha uno spessore al massimo di circa mm. 7. Il cemento è massiccio, di colore giallo rossastro ed i suoi interespazî completi hanno ciascuno uno spessore di circa mm. 4 $^1/_2$; quindi l'indice dentale di ogni elemento laminare completo risulta essere 0,01125.

La superficie esterna del dente è un poco più convessa dell'interna, che è quasi pianeggiante, ed alla parte anteriore ed inferiore di ambedue, per la mancanza del cemento, si vedono le prime sette lamine anteriori diritte e consumate fino quasi alla comune base. Alla faccia posteriore convessa, quasi perpendicolare al piano di abrasione e completamente ricoperta dal cemento, non s'osserva alcun segno di pressione, mentre invece questo esiste sulla faccia anteriore scabra ed irregolare del disco di dentina sopra ricordato.

Le radici mediane sono intatte come lo è quasi l'intiero ceppo delle radici posteriori, che soltanto manca dell'estremità superiore, mentre della radice anteriore solo è presente un piccolo moncone alla parte interna del dente.

Se confrontiamo questo molare di *E. primigenius* Blum con quello terzo superiore destro esistente nel Museo zoologico dell'Accademia di Pietroburgo (che ha x 26 x in una lunghezza di corona di 0,243) descritto e figurato dal Pöhlig (1); con quello trovato nel distretto di Novogrodkiensi, esistente pure nel Museo di Pietroburgo (che ha 15 lamine in una lunghezza di corona di

(1) H. Pöhlig, *Dentition und Kranologie des E. antiquus* Falc. Nova Acta Akad. Caes. Leop. Carol. Natur. Curios., Bd. 57, n. 5, 1888-91, pag. 323 e 324, tav. *A*, fig. 7-7 *a*.

0,127), descritto e figurato sotto il nome di *E. odontotyrannus* da Eichwald (1); con quelli a sottili lamine, pure siberiani, descritti da Adams (2); infine con quello delle Alluvioni del Po, trovato nel comune La Loggia (del quale esiste nel Museo paleontologico di Firenze un modello in gesso), descritto e figurato dal Portis (3), troviamo esistere tra loro un'assoluta e perfetta identità presentandosi tutti estremamente endioganali, polidiscodonti, densillamellati e con assai stretti intervalli di cemento.

Se lo confrontiamo invece con quello di Burgtonna, vero tipo della specie *E. primigenius*, descritto e figurato dal Blumenbach (4); con quelli tipici di Taubach, Weimar, Tonna, Karlsruhe, ecc. descritti e figurati dal Pöhlig (5); con quelli inglesi della Valle Tamigi, d'Ilford, d'Oxford, dell'Ohio, del Dogger Bank, di Suffolk, ecc., descritti e figurati da Adams (6), con quelli post-pliocenici aretini esistenti in parte nel Museo paleontologico di Firenze ed in parte in quello di Arezzo, da me descritti e figurati (7); infine con due esemplari siberiani, d'ignota località, tipici dell'*E. primigenius* Blum, che vidi nel Museo di Firenze; troviamo che mentre concordano tra loro nelle dimensioni, formula, forma ed indice dentale, ne differiscono per l'estrema sottigliezza dello smalto.

Premesso tali fatti ritengo che quali veramente tipici della specie si debbano ritenere questi ultimi da me sopra citati, in quantochè completamente concordano con il vero primitivo tipo dell'*E. primigenius* proveniente da Burgtonna e descritto dal Blumenbach; e che gli altri, cioè tanto quello delle Alluvioni del Po, come quello della Dobroudscha e quelli siberiani descritti dal Pöhlig, Eichwald ed Adams possono essere ritenuti almeno quale una varietà, il cui nome più antico sarebbe quello di *E. odontotyrannus* Eichw.

Possiamo quindi, contrariamente all'opinione del De-Angelis e del Portis, sicuramente ritenere che l'*E. primigenius* abbia valicato le Alpi, che abbia abitato in Toscana, che forse si sia spinto fino a Cardamone in Terra di Otranto, per quanto asserisce il Botti, e che l'esemplare di Torino debba essere considerato quale una varietà del tipico *E. primigenius* Blum.

(1) Ed. Eichwald, *De Pecorum et Pachydermorum reliquiis fossilibus in Lithuania, Volhynia et Podolia repertis.* Memoria, 1834. Nov. Acta Akad. Caes. Leop. Carol. Natur. Curios., Bd. 17, part. II, pag. 722, tav. LXIII.

(2) L. Adams, *Monograph on the British fossil Elephants.* London, 1877-85, pag. 117.

(3) A. Portis, Nota citata, Boll. Soc. Geol. Ital., 1898, vol. XVII, fasc. I, pag. 94-121, tav. I.

(4) J. Fr. Blumenbach, *Manuel d'Histoire Naturelle,* tomo II, 1803, pag. 408, tav. 28, fig. *b*.

(5) H. Pöhlig, op. cit. (Bd. 53, n. 1, 1888, pag. 227 a 247, tav. X; Bd. 57, n. 5, 1888-91, pag. 315, tav. III *bis*, fig. 9-9 *a*).

(6) L. Adams, op. cit. pag. 109 a 118.

(7) A. Ricci, *L'E. primigenius nel Post-pliocene della Toscana,* Paleontographia italica, 1901, vol. VII, in corso di pubblicazione.

Mineralogia. — *Studio microscopico e chimico delle rocce vulcaniche dei dintorni di Vizzini* (Val di Noto, Sicilia) (1). Nota di A. Rosati, presentata dal Socio G. Struever.

In questa Nota espongo le osservazioni microscopiche e chimiche fatte sui principali tipi di basalto da me raccolti in un'escursione nei dintorni di Vizzini, sperando di poter in seguito estendere tale studio a tutto il gruppo basaltico di Val di Noto.

La formazione vulcanica di Vizzini occupa la parte più occidentale del grande anello irregolare basaltico, che circonda la depressione di Lentini, estendendosi da Palagonia, dove appaiono le più settentrionali emersioni basaltiche, fino a Buccheri, Melilli, Sortino ecc., località poste a mezzogiorno, e raggiungendo nella parte orientale il litorale.

Anzi le rocce vulcaniche di questo gruppo, così detto di Val di Noto, acquistano a Vizzini, e nei prossimi paesi di Militello in Val di Catania, Francofonte e Buccheri, come anche dice il Baldacci (2) il loro massimo sviluppo, e in questa area il terreno è interamente basaltico.

Le attuali conoscenze sull'età geologica dei basalti di Vizzini sono chiaramente esposte dal geologo vizzinese I. Cafici e dal Baldacci, ed io che non mi sono mai occupato dell'argomento, riferisco le loro parole:

Il Cafici (3) dice:

« Quanto alle rocce di origine vulcanica, un accurato esame batrologico « mi mette in grado di conoscere che l'eruzione del basalte, del tufo ba- « saltico e del peperino di M. Altore, M. Lauro, e d'altri crateri ebbe « luogo durante la formazione del piano Astiano. Quest'attività vulcanica, « con intervalli più o meno lunghi di riposo, si continuò durante la forma- « zione del piano Siciliano, e nell'epoca quaternaria.

« Durante quest'ultima raggiunse il suo maximum, ed i potentissimi « ammassi di basalte, tufo basaltico e peperino, mostrano quanta durata « dovette avere il periodo eruttivo interrotto da soste più o meno lunghe.

« È impossibile determinare fino a quando i vulcani del Val di Noto « furono in attività, e quando completamente si estinsero. Certo è che la « fase di dejezione ebbe un'immensa durata, e chi sa che l'uomo del pe- « riodo archeolitico, non assistesse alle manifestazioni dell'attività interna

(1) Lavoro eseguito negl'Istituti di Mineralogia e di Chimica della R. Università di Roma.

(2) L. Baldacci, *Descrizione geologica dell'isola di Sicilia*. Roma, 1886, § 53.

(3) Ippolito Cafici, *Studi sulla Geologia del Vizzinese*. Catania, 1878, pag. 23

« del globo, e non vedesse scorrere quei magmi acquei cristallini, i quali « gli fornirono in seguito i materiali per la costruzione di armi, ed altri « utensili ».

Il Baldacci (1) poi afferma che i tufi basaltici di Vizzini e delle regioni circonvicine « si vedono alternare colle rocce plioceniche, e per questa ragione si ritengono appartenere a quest'epoca ».

Basalti olivinici.

I. Colle Calvario (2). — Ad oriente di Vizzini nella località detta Colle Calvario, a circa 150 m. dall'abitato e a ridosso della via Nazionale, sorge una bellissima formazione basaltica col caratteristico aspetto di grosse colonne prismatiche divise trasversalmente.

Il campione staccato in posto da una di queste colonne ha un colore grigio-scuro uniforme e una struttura finamente granosa, talchè seguendo la classificazione antica lo si ascriverebbe alle *anamesiti*. Macroscopicamente non è possibile distinguere alcuno dei suoi elementi; soltanto si osservano que e là tratti più lucenti, che evidentemente corrispondono a piani di sfaldatura di grossi cristalli interclusi nella massa fondamentale.

Al microscopio presenta struttura *olocristallina porfirica* (Rosenbusch), *Feldspato, augite* e *magnetite* in proporzioni quasi uguali formano la massa fondamentale, in cui sono racchiusi grossi cristalli di *augite* e di *olivina*, prevalendo quelli di olivina.

Il *feldspato* ha forma di listerelle microlitiche geminate secondo la legge dell'albite, talvolta a contorni sfumati ed estinzione ondulosa, o più raramente costituisce delle masserelle irregolari a estinzione ondulosa. Misurando in queste microliti l'angolo d'estinzione nella zona normale a (010) si ha un massimo di 30°, con una media di 26° su dieci misure; qualche misura sui geminati doppî dà una differenza Δ secondo Michel-Lévy di circa 19°. Deve dunque ritenersi che il plagioclasio è una *labradorite basica*.

L'*augite* presentasi in due forme distinte. Quella del secondo tempo costituisce dei granuli giallo-verdicci disseminati fra le liste feldspatiche della massa fondamentale. Gl'interclusi si presentano invece sotto forma di grossi cristalli dalle caratteristiche sezioni quadrilatere, più raramente ottagone, con linee di sfaldatura poco evidenti, e talora a struttura zonata; le inclusioni sono rare e formate esclusivamente da magnetite. Tra essi notasi anche qualche geminato secondo la comune legge: piano di geminazione e di congiunzione (100).

(1) L. Baldacci, *Descrizione geologica dell'Isola di Sicilia*. Roma, 1886, pag. 299.

(2) Le località corrispondono a quelle indicate nella carta topografica con scala nel rapporto di 1 a 50,000 dell'Istituto geografico militare.

L'*olivina* è in grossi cristalli porfirici per lo più a contorni arrotondati o irregolarmente sinuosi; le sezioni esagone sono rare. Le rare inclusioni sono fatte, come per l'augite, da magnetite. L'alterazione più frequente è in materiale serpentinoso, e talvolta s'incontrano cristalli interamente serpentinizzati. Altro prodotto d'alterazione è un materiale ocraceo rossiccio. *Magnetite* in granuli o in sezioni quadrilatere per lo più diffusa nella massa fondamentale.

Per i caratteri suddescritti la roccia va classificata, seguendo il Rosenbusch, come un *Basalto olivinico* a struttura *olocristallina porfirica.*

II. Poggio Impiso. — Sostanzialmente identico alla roccia descritta in precedenza è il campione raccolto a Poggio Impiso, che esaminato ad occhio nudo appare come una massa grigio-scura, finamente granosa, in cui sono disseminati dei cristallini neri lucenti d'augite, e alcuni punti rossastri, dovuti, come poi mostra l'osservazione microscopica, ad olivina alterata.

Differisce dal basalto di Colle Calvario principalmente perchè i cristalli porfirici d'*olivina* appariscono trasformati in parte o completamente in materiale ocraceo rossiccio, e quasi mai in *serpentino*, che è il prodotto d'alterazione più frequente per l'olivina del basalto di Colle Calvario. Ciò evidentemente è in relazione al tenore in ferro più elevato per l'olivina del campione che descriviamo.

Il *feldspato* è anche qui una *labradorite*, come risulta da alcune misure dell'angolo di estinzione fatte nella zona normale a (010), che danno un massimo di 27°. Anche la roccia vulcanica di Poggio Impiso è dunque un *Basalto olivinico* a struttura *olocristallina porfirica.*

Basalti non olivinici.

III. Poggio Conventazzo. — La formazione vulcanica si estende a tutta la contrada limitata ad ovest dai tufi basaltici del pliocene superiore.

Il campione in esame osservato ad occhio nudo si mostra costituito da una massa granellosa di color grigio-cenere, in cui rispiccano scagliette lucenti. Per l'aspetto esterno è certamente assai diverso dalle due rocce precedentemente descritte, e la ruvidezza al tatto e il colore l'avvicinano piuttosto alle rocce del gruppo trachitico-andesitico, che a quelle del gruppo basaltico.

La struttura microscopica è *completamente cristallina* del tipo chiamato dal Rosenbusch *intersertale*, corrispondente al tipo *ofitico* degli altri autori. Si hanno infatti *liste feldspatiche* divergenti in tutte le direzioni, e gli spazî, che intercedono fra esse, sono riempiti da cristalli più o meno deformati di *augite*. Il feldspato è qui un po' prevalente sull'augite; come terzo elemento costitutivo della roccia, sebbene in quantità assai minore, trovasi poi l'*ilmenite*.

Il *feldspato* è sviluppato in grosse liste a geminati polisintetici secondo la legge dell'albite; spesso si hanno geminati doppî nella più comune presentazione, in cui una delle due parti geminate secondo la legge di Carlsbad contiene parecchie lamelle geminate secondo la legge dell'albite, mentre l'altra risulta di un solo individuo. Il massimo d'estinzione simmetrica nella zona normale a (010) è di 27°, il valore medio di 24° su sei misure; nei geminati doppî la differenza Δ secondo Michel-Lévy è di 15°.

Queste misure ci autorizzano a ritenere che il feldspato è un'*andesina* molto basica prossima alla *labradorite*.

L'*augite* ha qui veramente il carattere di una mesostasi, di una massa di riempimento, per cui ne risulta, come abbiamo detto, una struttura intersertale tipica, quantunque non manchino rari individui di maggiori dimensioni a contorno più o meno idiomorfo. I suoi cristalli assumono la forma dello spazio che riempiono, presentano varie screpolature e sono in generale alterati dal colore giallo-bruniccio proprio dell'augite normale passando ai colori rossicci e rosso-bruni del materiale limonitico.

Le masse nerastre, allungate, a contorno irregolare, diffuse nella massa fondamentale, per il loro aspetto sembrerebbero dovute ad *ilmenite*.

Per assicurarmi dell'acidità della roccia a conferma delle osservazioni microscopiche ho voluto eseguire col metodo ordinario, disaggregando la roccia col miscuglio dei carbonati sodico e potassico, l'analisi quantitativa della silice, ed ho ottenuto come media di due analisi 53,5 per cento di $Si\,O_2$. La nostra roccia, dunque, per quanto riguarda il suo tenore in silice raggiungerebbe gli estremi in più per le rocce basaltiche, i quali variano da 53 a 56 per cento, e sarebbe compresa nei termini medî delle rocce andesitiche rappresentati da 52 a 59 per cento. E tenuto anche conto della relativa prevalenza del feldspato potranno a buon diritto considerarla come un *Basalto feldspatico non olivinico* a struttura *olocristallina intersertale*, che forma un termine di passaggio alle *andesiti augitiche*, tanto più che anche il feldspato risulta essere un'*andesina*.

IV. M. Altore. — Enormi blocchi di rocce vulcaniche sono sparsi alla superficie del monte, il quale è circondato completamente da tufi basaltici del pliocene superiore. Da uno di questi blocchi ho distaccato il campione che sono per descrivere.

Macroscopicamente la roccia mostrasi costituita da una massa uniforme grigio-cenere, a struttura finamente granosa.

Al microscopio rilevasi una struttura *completamente cristallina* di tipo fra il *granulare* e disseminato il *porfirico*. Abbiamo infatti una massa fondamentale data da *augite, magnetite* e *feldspato* e in essa è porfiricamente qualche raro cristallo d' *augite*.

Il *feldspato* trovasi raramente in forma di listerelle microlitiche geminate polisinteticamente secondo la legge dell' albite, e sempre a contorni

sfumati ed estinzione ondulosa. La geminazione secondo la legge dell'albite lo fa riferire senza dubbio al *plagioclasio*, ma i cristalli sono così malformati che non ci è permessa una più precisa determinazione.

La maggior parte del materiale chiaro non è individualizzata in microliti, ma costituisce come la pasta fondamentale in cui sono contenuti tutti gli altri elementi; ha colori d'interferenza grigio-acciaio, e ad un'osservazione superficiale si mostra del tutto simile alle microliti, per cui sembrerebbe riferirsi al plagioclasio. E che sia veramente tale è reso verosimile anche dal fatto che l'analisi complessiva della roccia dà per gli ossidi di potassio e di sodio la percentuale seguente:

K_2O	1 %
Na_2O	2 %

che corrisponde alla percentuate media assegnata per i veri basalti, ed esclude quindi la possibilità che la roccia possa essere una *tefrite nefelinica* o *leucitica*, avendosi, secondo Rosenbusch [1] per le *Leucittephrite:*

media di 9 analisi di *tefriti leucitiche* di diverse località.	Na_2O	2,83 %
	K_2O	4,62 %

per le *Nephelintephrite*:

media di 3 analisi di *tefriti nefeliniche* di diverse località.	Na_2O	5,84 %
	K_2O	2,94 %

L'*augite* è per lo più in granuli giallo-brunicci diffusa nella massa fondamentale; raramente si osserva qualche grosso cristallo porfirico a contorni irregolari e con evidenti linee di sfaldatura.

La *magnetite* è nelle solite forme quadrilatere. Per i suoi componenti mineralogici la roccia sopradescritta è un *basalto non olivinico* a struttura *olocristallina granulare.*

Per l'analisi chimica complessiva dei basalti di Vizzini ho scelto il campione di M. Altore. Su di esso furono eseguite, coi metodi ordinarî, due analisi quantitative, di cui qui sotto riporto la media.

Gli ossidi di potassio e di sodio furono determinati in una parte della roccia disaggregata con acido fluoridrico pesando insieme nella prima analisi i cloruri, nella seconda i solfati, e dosando poi il potassio allo stato di cloroplatinato. In altra parte della roccia pure disaggregata con acido fluo-

[1] H. Rosenbusch, *Elemente der Gesteinslehre*. Stuttgart, 1898, S. 346.

ridrico fu determinato l'ossido ferroso, secondo il metodo di Cooke. Gli altri elementi furono dosati nella porzione di roccia disaggregata col miscuglio dei carbonati sodico e potassico.

Media delle due analisi:

SiO_2	52,6		
Al_2O_3	17,2	P_2O_5	tracce
Fe_2O_3	2,4		
FeO	8,6		
CaO	9,1		
MgO	7,2		
K_2O	1,0		
Na_2O	2,0		
	100,1		

In conclusione possiamo affermare che la formazione vulcanica di Vizzini è costituita dalle due varietà tipiche delle roccie basaltiche: *i basalti non olivinici* ed i *basalti normali od olivinici*, i quali hanno sempre *struttura olocristallina*, ma distinguibile nei tre tipi *porfirico*, *granulare* e *intersertale*.

Tali basalti hanno una costituzione chimica normale, compresa fra i termini medî assegnati per le rocce basaltiche.

Ringrazio pubblicamente il dott. A. Miolati per gli ottimi consigli che mi suggerì, riguardo alla parte chimica del presente lavoro.

Mineralogia. — *Su alcuni minerali della Rocca Rossa e Monte Pian Real* (Val di Susa). Nota di Ferruccio Zambonini, presentata dal Socio Struever.

Botanica. — *Sul significato del percorso endotropico del tubetto pollinico.* Nota del dott. B. Longo, presentata dal Corrrispondente R. Pirotta.

Le due Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Psicologia sperimentale. — *Sulla distribuzione dei peli come organi tattili sulla superficie del corpo umano* (1). Nota del dott. Federico Kiesow e dello studente in medicina Arturo Fontana, presentata dal Socio Mosso.

Da M. von Frey fu dimostrato che la pelle del corpo umano possiede per la percezione di deformazioni cutanee due specie di organi periferici, i quali, benchè morfologicamente diversi, hanno a questo riguardo funzioni analoghe (2). Questi organi sono: *i corpuscoli di Meissner e le corone nervose delle guaine dei peli*. Senza voler decidere se i detti organi siano per tutto il corpo i soli che servono per la percezione tattile e se l'opinione dell'illustre fisiologo abbia a questo proposito un valore assoluto, si deve riconoscere il fatto definitivamente stabilito, che gli organi in questione compiono la funzione tattile e si sostituiscono a vicenda.

Che i peli abbiano una relazione colle percezioni tattili, fu già riconosciuto nel 1858 da Aubert e Kammler (3). Nel 1882 poi il von Mises (4), il quale, per suggerimento dell'illustre S. Exner, aveva fatto un lavoro interessantissimo intorno ai nervi delle ciglia dell'uomo, indicò queste come *peli tattili*. Nello stesso lavoro l'autore arrivò al risultato, già nel 1875 ottenuto dal Iobert (5), che la guaina di ogni pelo umano ad un certo punto sopra il bulbo è circondata da un anello nervoso, la funzione del quale il von Frey riconobbe analoga a quella dei corpuscoli di Meissner. Intorno ai peli come organi tattili il von Frey dice: « I peli della pelle rappresentano l'apparecchio di tatto più sensibile del corpo, ogni pelo è una leva, il cui braccio corto si trova nella pelle, mentre l'altro più lungo serve per ricevere lo stimolo »(6). Con questa opinione si trovò d'accordo anche lo stesso Exner (7).

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisiologia della R. Università di Torino, sezione di Psicologia sperimentale.

(2) M. von Frey, *Beiträge zur Physiologie des Schmerzsinnes und der Haut*, 1.-4. Mittheil. (Leipziger Berichte 1894-97); *Untersuchungen ü. d. Sinnesfunctionen der menschlichen Haut.* (Leipziger Abhandlungen XXIII, III, 1896).

(3) H. Aubert u. A. Kammler, *Unters. ü. d. Druck- und Raumsinn der Haut.*; Moleschott, *Untersuch.* ecc., 5., pag. 145, 1858.

(4) Von Mises, *Ueber d. Nerven der menschl. Augenlider.* Wiener Sitzungsberichte, 85, 3. 1882.

(5) M. Iobert, *Recherches sur les organes tactiles de l'homme.* Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, t. 80. pag. 274, 1875.

(6) M. v. Frey, loc. cit., 1. Mittheil. pag. 188, 1894.

(7) S. Exner, *Die Function der menschlichen Haare.* Wiener Klin. Wochenschrift, 9, 14. pag. 237. 1896.

È certo che la funzione tattile non può essere la sola che spetti ai peli (v. S. Exner) (1), ma essendo questa dimostrata definitivamente, non sarebbe forse senza importanza di conoscere la loro distribuzione. Di questa distribuzione il von Frey nei suoi lavori dà qualche cenno (2). Un lavoro più esteso sull'argomento fu pubblicato da uno di noi (Kiesow) (3). In esso fu tenuto conto anche della distribuzione dei corpuscoli di Meissner e della sensibilità dei singoli punti tattili. *Lo scopo del presente lavoro riguarda unicamente la distribuzione dei peli.*

I corpuscoli di Meissner si trovano sulle superficie tattili propriamente dette, ad. es. nella palma della mano, nel lato interno delle dita e del piede, nelle labbra ecc., come pure in quelle regioni, dove non sono peli. Tali regioni sono il dorso della terza falange delle dita, il gomito, il lato palmare dell'articolazione della mano, le faccie laterali del dorso del piede, ecc. Il lato palmare presso l'articolazione radio-carpea ha per le ricerche psicofisiche sotto più di un riguardo un interesse speciale. Calcolando in cm. la superficie di quest'area priva di peli, si osserva che esistono differenze individuali rimarchevoli. Nella seguente tabella si trovano raccolti alcuni dati che si riferiscono a questo fatto, accompagnati dall'età dell'individuo esaminato e della circonferenza del polso.

Individuo	Età	Circonf. in cm.	Superf. in cm.^{2}
P. F. . .	18	16.5	8.5
Ar. F. . .	20	16.5	11.5
E. S. . . .	20	17	32
An. F. . .	22	—	17.5
A. A. . . .	24	17	31
F. K . . .	42	17	34

Le parti della superficie del corpo fornite di peli rappresentano, come si sa, circa il 95 %. La distribuzione è però siffatta, che fra i punti con peli si trovano isolatamente ancora punti tattili corrispondenti ai corpuscoli di Meissner. Il von Frey (4) trovò su una superficie di 9,74 cm^2 del polpaccio 3 punti di questo genere, Kiesow (5) nel lavoro sopra accennato ne

(1) Ibidem.

(2) M. v. Frey, *Abhandl.* cit., pag. 222.

(3) Kiesow, *Contributo alla psico-fisiologia del senso tattile.* R. Accademia di Medicina di Torino, 30 novembre 1900. Per un errore di stampa sulla prima pagina di questo lavoro furono sbagliati i dati di pubblicazione che si riferiscono ai lavori di v. Frey. Essi son giusti come si trovano indicati sulla prima pagina del presente lavoro.

(4) Abhandl. cit., pag. 232.

(5) Lavoro cit., pag. 7.

trovò 7 fra 64 punti tattili in una superficie di 4 cm^2 della parte media del lato palmare dell'avambraccio. La determinazione di questo fatto è però, come fu già detto nello stesso lavoro, non soltanto estremamente faticosa, ma con sicurezza assoluta difficilmente raggiungibile. Oltre a ciò è da osservare che, come fu visto da Exner e von Frey, si trovano anche, benchè raramente, dei peli che non rispondono ad un eccitamento tattile ed i quali devono quindi essere privi della corona nervosa. Durante le nostre ricerche avremmo voluto tener conto di questo fatto; ma siccome il numero di tali peli deve essere assai piccolo (e noi ritorneremo sulla questione in un altro lavoro nostro sulla sensibilità tattile elettrica dei punti tattili, non ancora terminato), essi nel presente lavoro furono trascurati.

Conducemmo le nostre ricerche nel modo seguente: Si usavano due timbri di superficie di 1 e di 4 cm^2, coi quali si limitavano le regioni prese in esame. Poscia si immergeva un battuffolo di cottone nella polvere di bleu oltremare e si soffregava la superficie cutanea; la polvere restava intorno ai punti dai quali uscivano i peli, mentre il resto della pelle era leggermente tinta in azzurro. In questo modo spiccava meglio il punto d'origine del pelo e questo stesso. Seguendo poi, guardando attraverso di una lente di 8 cm. di distanza focale, punto per punto con una penna sottilissima intinta in inchiostro di anilina, era facile conoscere il numero dei peli dentro la superficie esaminata. In certe regioni però, essendo essi troppo fitti e sottili, il metodo accennato non era sufficiente. In questi casi si ricorreva alla luce artificiale, indicando i punti solo coll'inchiostro di anilina. Tutti quelli trovati nella superficie di 4 cm^2 furono per mezzo di un semplice calcolo ridotti all'unità di misura, cioè ad 1 cm^2 e per brevità riportiamo nelle seguenti tabelle le medie in tal modo ottenute. Dove i peli erano troppo lunghi, li si tagliavano con una forbice per facilitare la ricerca. Essa fu fatta a vicenda dove era impossibile a ciascuno di farla da solo. I risultati ottenuti sono i seguenti:

Arto superiore sinistro.

Dita. Per le dita la ricerca fu fatta sul lato dorsale della prima falange. In tali sezioni i peli sono preferibilmente disposti a gruppi di due o tre, ma ciascuno di essi ha origine separata. Calcolando il numero dei peli per 1 cm^2 si ottennero i valori seguenti:

	Kiesow	Fontana
Indice	29	50
Medio	32	54
Anulare	36	52
Mignolo	42	61

Si può facilmente scorgere, che il numero va aumentando dall' indice al mignolo; risulta pure da questa tabella che vi sono notevoli differenze individuali (v. Frey [1]) trovò nel lato dorsale della prima falange del suo medio 79 punti piliferi). Le cifre ottenute confrontate con quelle delle altre parti del corpo (escluso il cuoio capelluto e la faccia) appaiono molto più grandi; si arriva però a valori più vicini a quelli, considerando solo il numero dei gruppi. In tal modo si ottennero le seguenti cifre:

	Kiesow	Fontana
Indice	19	23
Medio	20	21
Anulare	17	24
Mignolo	18	27

Al pollice ed alla seconda falange in alcune persone i peli mancano del tutto (Kiesow), in altre vi sono. Fontana poteva calcolare alla prima falange circa 17 peli in una superficie minore di 1 cm^2. Aggiungiamo che, quanto alle dimensioni delle nostre dita, il medio è in noi due di una lunghezza di circa 10,5 cm., la circonferenza della prima falange di esso è in Kiesow di 6,6 cm., in Fontana di 6,2 cm. Nelle ultime falange delle dita i peli mancano, come fu già detto, in tutti.

Mano (lato dorsale). Anche qui si notano differenze individuali.

Media dei singoli peli per 1 cm^2 in Kiesow.

Distanza dell'estremità del dito medio	Reg. radiale	R. mediana	R. ulnare
circa 13.5 cm.	5	12	24
» 15.5 »	13	10	22
» 17.5 »	13	9	9

In Kiesow i singoli peli di tale superficie non stanno in gruppi a due o tre, mentre in Fontana si osservano chiaramente gruppi. La distribuzione di tali gruppi è in lui la seguente:

Distanza dall'estremità del dito medio	Reg. radiale	R. mediana	R. ulnare
circa 13.5 cm.	8.5	3.2	7.2
» 17 »	12.2	7	11.2

(1) Abhndl. pag. 222.

Anche dove i peli non si trovano in gruppi propriamente detti, si vedono sovente più di uno uscire da un solo punto pelifero. Tanto nel primo quanto nel secondo caso riesce quasi, se non del tutto, impossibile di provare praticamente se vi siano o no punti tattili distinti, e siccome inoltre nel contare i singoli peli facilmente si farebbero entrare valori erronei nei dati, non ne abbiamo tenuto conto nelle tabelle seguenti (1).

Avambraccio. Sul lato palmare dell'avambraccio i peli sono esili. Diventano sempre più cospicui proseguendo verso regioni prossimali e verso i lati radiale ed ulnare; in quello dorsale raggiungono la loro massima lunghezza. La distribuzione è in Fontana la seguente (2):

Distanza dall'estremità del dito medio	Circonferenza	Lato palmare	L. radiale	L. dorsale	L. ulnare
19 cm.	16.5 cm.	0	15.2	12.3	18
25 »	17.5 »	16.4	18 2	18.3	22
31 »	21.7 »	13.1	16.6	16.2	16.4
35 »	24.3 »	10	15.4	15.6	15.7
41 »	25.2 »	8.2	14.8	12.1	14.2

Per il *lato palmare dell'avambraccio*, per avere un'idea esatta della distribuzione, Fontana fece la ricerca su sè stesso in superfici rettangolari (2 × 4 cm.) immediatamente susseguentesi. Nella tavola seguente si può scorgere come la distribuzione e l'aumento del numero dei peli avvenga sempre in modo regolare:

Distanza dall'estremità del dito medio	Circonferenza	Media per 1 cm.²
23.2 cm.	16.5-17 cm.	15.2
25.2 »	18.2 »	16.2
27.2 »	19 »	15.8
29.2 »	21 »	15.6
31.2 »	22.5 »	13.3
33.2 »	23.2 »	12.8
35.2 »	23.9 »	10.4
37.2 »	24.6 »	9.5
39.2 »	24.5 »	9
41.2 »	25 »	8.2

(1) M. v. Frey, Abhandl. cit., pag. 223.
(2) Cfr. i valori da me ottenuti nel lavoro citato. Kiesow.

Per *la parte superiore del braccio* in Fontana furono trovate le seguenti cifre:

Distanza dall'estremità del dito medio	Circonferenza	Lato palmare	L. radiale
48 cm.	22 cm.	8.9	15.1
55 »	22 »	13.7	cicatrice
59 »	25 »	12.2	»

ARTO INFERIORE SINISTRO.

Gamba. Ivi i peli si trovano in molto minor numero che nell'avambraccio, ma sono più lunghi. Sul lato dorsale (anteriore) e sul tibiale sono disposti per lo più a gruppetti di due o tre. I peli cessano all'altezza del malleolo tibiale e peroneale, sopra di essi. Descrivendo una grande curva colla convessità verso il lato anteriore ed in alto, si avanzano sul dorso del piede in una stretta lingua di circa 4 cm. di lato. In tal modo restano determinate due ampie superficie prive di peli, delle quali la maggiore è quella peroneale e che comprende quasi la metà della superficie dorsale del piede. Sulle dita del piede i peli appaiono lunghi, ma scarsi. La loro superficie di un pianto è ivi in noi due minore di 1 cm^2.

Gamba sinistra (Fontana).

Distanza dalla base del calcagno	Circonferenza	Media dei gruppi per 1 $cm.^2$ sul lato			
		dorsale	tibiale	plantare	peroneale
11 cm.	20.7 cm.	—	4.8	—	—
16 »	22 »	5	7.8	—	3 3
22 »	25.5 »	5	11.1	5.8	4.8
29 »	30.8 »	5.6	7.6	—	5.6
35 »	29.8 »	11.1	10.4	—	7.2
40.6 »	30.5 »	6.1	6.2	—	8.2

Coscia sinistra (Fontana).

Distanza dalla base del calcagno	Circonferenza	Media dei gruppi per 1 $cm.^2$ sul lato			
		dorsale	tibiale	plantare	peroneale
52.3 cm.	36.7 cm.	3.3	3.6	—	9.6
70 »	36.8 »	3.7	—	—	—
Nel punto di mezzo di una linea passante per il gran trocantere del femore e il suo condilo esterno . . .	—	11.2	7.7	10.8	8

Per la regione patellare non si è potuto fare alcuna determinazione esatta, perchè a cagione dello sfregamento continuo operato su essa dagli abiti, molti peli cadono giornalmente. Una volta se ne trovarono 3 in media su 1 cm², un'altra 4. In talune porzioni della stessa regione i peli mancano poi affatto per una superficie assai estesa.

Tronco (faccia anteriore).

Le superficie circolari si seguono sempre sulla linea *mediana sternale*. Le medie per 1 cm² sono:

Regione	Kiesow	Circonferenza	Fontana	Circonferenza
All'altezza del 2° spazio intercostale. . .	19.5	89 cm.	19.2	84.5 cm.
» della 4ª costola	16 5	86.5 »	21.7	80 »
» del 5° spazio	23.2	85.8 »	24.9	77 »
Nel punto di mezzo della linea xifoombellicale	20.5	80 »	39.7	74 »

Tronco (faccia laterale sinistra).

Si seguono le superficie circolari sempre sulla linea ascellare media. Le medie per 1 cm² sono:

Regione	Fontana	Circonferenza
All'altezza della 4ª costola	22	80 cm.
» del 5° spazio.	20.7	77 »
All'altezza del punto di mezzo della linea xifoombellicale.	16.2	74 »

Tronco (faccia dorsale).

In tale regione si segnava nei diversi punti una superficie circolare di 1 cm² sulla linea spondilea, fiancheggiata da due laterali. Le medie per 1 cm² sono:

Kiesow.

Regione	Circonferenza	A sinistra	L. spondilea	A destra
Apofisi della 7ª vertebra cervicale	35 cm.	11.7	12·2	12.5
» della 3ª vertebra dorsale . . . . :	100 »	23.2	22.2	24.7
Per una linea passante per le spine iliache super. anter.	82	16.7	15.2	14.2

Fontana.

Regione	Circonferenza	A sinistra	L. spondilea	A destra
Apofisi della 7ª vertebra cervicale	37 cm.	30.2	32.2	32.7
» della 3ª vertebra dorsale	98 » (1)	22.2	26.2	22.2
Per una linea passante per le spine iliache super. anter.	75 »	13	15.5	18.5

Facendo le medie delle tre superficie circolari e ponendo a confronto i risultati delle due tabelle si ha;

Media per 1 cm^2.

	Kiesow	Fontana
Apofisi della 7ª vertebra cervicale . . .	12.1	31.7
» della 3ª vertebra dorsale.	23.3	23.5
Per una linea passante per le spine iliache super. anter.	15.4	15.7

Terminato il nostro lavoro trovammo che anche il Withoff (2) aveva già studiato alcune poche parti del corpo a questo riguardo. Egli ottenne i risultati seguenti:

Vertice	293 peli	per pollice²	= 160	per cm^2
Occipite	225 »	»	= 122.3	»
Parte anteriore del cranio.	211 »	»	= 114.6	»
Mente	39 »	»	= 21.2	»
Pube	34 »	»	= 18.4	»
Avambraccio	23 »	»	= 12.5	»
Dorso della mano . . .	19 »	»	= 10.4	»
Faccia ant. della coscia .	13 »	»	= 6.9	»

Al *cuoio capelluto* rivolse pure la sua attenzione l'Exner (3), il quale dice, che per una testa mediocremente coperta, si hanno circa 300 peli per cm^2. Quest'ultimo valore va d'accordo colle nostre osservazioni.

(1) La misura doveva ivi passare sopra la parte superiore del braccio.

(2) Citato da H Beaunis et A. Bouchard, *Nouveaux éléments d'Anatomie descriptive et d'Embriologie*, 12 ed. pag. 973, 1873.

(3) Lav. cit., pag. 240.

CONCORSI A PREMI

Al premio *Santoro*, scaduto col 30 giugno 1901 « per una scoperta o invenzione nel campo della Meccanica, applicata alla filatura o alla tessitura » concorse l'ing. Raffaele Menocchio con una memoria manoscritta avente per titolo: *Rientramento dei panni (Décatissage).*

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze ed arti, di Barcellona; la R. Accademia delle scienze di Lisbona; la R. Accademia di scienze e lettere di Copenaghen; la R. Società zoologica di Amsterdam; la Società zoologica di Tokyo; la Società di scienze naturali di Emden; le Società geologiche di Manchester e di Sydney; l'Istituto Smithsoniano di Washington.

Annunciarono l'invio delle proprie pubblicazioni:

La R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Modena; il R. Istituto di studi superiori di Firenze; la R. Accademia delle scienze di Stockholm; l'Accademia delle scienze di Cracovia; l'Accademia nazionale delle scienze di Córdoba; la Società zoologica di Londra; il Ministero della Marina di Lisbona; il Museo Reale di storia naturale di Bruxelles; la Società degl'ingegneri civili di Londra; l'Istituto geodetico di Potsdam; l'Osservatorio meterologico del Monte Bianco; gli Osservatorî di Oxford e di Cambridge Mass.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
dal 2 giugno al 7 luglio 1901.

Alessi C. — Dell'acqua. Avola, 1901. 8°.
Barbillon L. — Production et emploi des Courants alternatifs. Paris, 1901. 8°.
Bombicci L. — Di talune recenti idee sulla formazione della grandine e della pretesa potenza dei vorticelli degli spari grandinifughi. Bologna, 1901. 4°.
Id. — Replica a due obbiezioni sulla cristallizzazione cubiforme della silice nella cubosilicite. Bologna, 1900. 4°.
Id. — Sopra una nuova contorsione arcuata di speciali allineamenti nei cristalli di quarzo. Bologna, 1900. 4°.
Brédikhine Th. — Sur la comète 1899 I (Swift). St. Pétersbourg, 1901. 4°.
Colomba L. — Sopra alcune lave alterate di Vulcanello. Roma, 1901. 8°.
De Blasio A. — Cranio piramoide in una epilettica. Napoli, 1901. 8°.

D'Ovidio E. — Su alcune successioni di medie aritmetiche, geometriche ed armoniche. Torino, 1901. 8°.

Gasperini R. — Notizie sulla Fauna imenotterologa dalmata. IV. Hymenoptera symphyta Gerst. Spalato, 1901. 8°.

Gualdi T. — La febbre tifoide a Roma. Roma, 1901. 4°.

Hadamard J. — La série de Taylor et son prolongement analytique. Paris, 1901. 8°.

Istituto Geografico Militare. — Sull'Etna. Firenze, 1901. 8°.

Istituto Geografico Militare. — Superficie del Regno d'Italia valutata nel 1884. 3ª appendice (Isola di Sardegna). Firenze, 1901, 4°.

Lockyer N. — Further observations on Nova Persei. N. 2. London, 1901. 8°.

Lockyer N. e *Baxandall F. E.* — On the Enhanced Lines in the Spectrum of the Chromosphere. London, 1901, 8°.

Langley S. P. — Sur les derniers résultats obtenus dans l'étude de la partie infra-rouge du spectre solaire. Paris, 1901, 4°.

Jeffrey E. C. — The Morphology of the Central Cylinder in the Angiosperms. Toronto, 1900, 8°.

Maryland Geological Survey. — Allegany County. Baltimore, 1900, 8°.

Oddone E. — Ricerche sulla temperatura che possono assumere le lamiere di ferro variamente verniciate esposte ai raggi del sole. Milano, 1901, 8°.

Passerini N. e *D'Achiardi G.* — Sopra la Pioggia melmosa (Pioggia di sangue) caduta in Firenze la sera del 10 marzo 1901. Firenze, 1901, 8°.

Relazione al IV Congresso geografico italiano sui recenti lavori dell'Istituto Geografico italiano. Firenze, 1901, 8°.

Righi A. — Sui campi elettromagnetici e particolarmente su quelli creati da cariche elettriche o da poli magnetici in movimento. Bologna, 1901. 4°.

Rowland H. A. — A preliminary Table of Solar Spectrum Wawe-lengths. Chicago, 1898. 8°.

Schwendener S. — Zur Theorie der Blattstellungen. Berlin, 1901. 8°.

Studnička F. J. — Prager Tychoniana. Prag, 1901. 8°.

Venturi A. — Determinazioni di gravità relativa nella regione occidentale della Sicilia. Palermo, 1901. 4°.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 21 luglio 1901.

Geodesia. — *Un principio fondamentale nello studio delle superficie di livello terrestri.* Nota di PAOLO PIZZETTI, presentata dal Socio BIANCHI.

Si ammette di solito, o tacitamente, o come dato di fatto, nei fondamenti della Geodesia, che le superficie di livello terrestri siano superficie *chiuse*. L'ammissione a priori è arbitraria. La dimostrazione di fatto si fonda sulla presunta possibilità di tracciare una rete di canali che allaccino i varî mari, in guisa che la superficie oceanica, prolungata attraverso i continenti, dia, essa stessa, una immagine materiale di una superficie chiusa di livello. Ma, oltrechè è alquanto arrischiato il considerare, a priori, la superficie media dei mari come una superficie di livello, questa dimostrazione presuppone la uguaglianza di livello dei varî mari, la quale è bensì molto probabile, ma non è accertata.

Intendo qui di far vedere come, in modo semplice, si possa dimostrare che le superficie di livello sono *chiuse*, almeno dentro uno spazio che si estende per circa *cinque volte* il raggio medio terrestre, al di fuori della terra. Gli unici dati di fatto dei quali farò uso sono i seguenti:

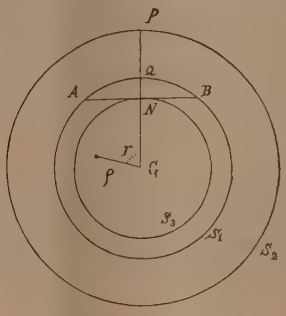
1°. La superficie materiale del globo è poco diversa da una sfera, e più precisamente: si può assumere sull'asse della rotazione diurna un punto G tale che i raggi vettori massimo e minimo della detta superficie, rispetto all'origine G, differiscano dal raggio vettore medio R_m di meno di $^1/_{100}\, R_m$.

2°. Detto R_1 il massimo raggio vettore, M la massa terrestre, ε la costante dell'attrazione, ω la velocità angolare diurna, si ha

$$(1) \qquad \frac{\omega^2 R_1^3}{\varepsilon M} < \frac{1}{280}.$$

Il primo di questi fatti è accertato dalle più comuni osservazioni astronomiche e specialmente dalla misura delle *parallassi lunari*. Quanto al secondo, il valore del rapporto $\frac{\omega^2 R_m^3}{\varepsilon M}$ può dedursi dal movimento della luna (1), e si trova pressapoco uguale a $\frac{1}{289}$. Tenendo conto che $R_1 - R_m < \frac{1}{100} R_m$ si ha la diseguaglianza (1).

2. Sia un punto P a distanza a da G ed esterno alla sfera S_1 di



raggio R_1. La componente, secondo PG, dell'attrazione che la massa elementare dm esercita su P è data da

$$\frac{\varepsilon(a - \varrho\cos\gamma).dm}{(a^2 + \varrho^2 - 2a\varrho\cos\gamma)^{3/2}}$$

dove ϱ è la distanza di dm da G e γ l'angolo che il raggio vettore G(dm) fa con GP. La detta componente è dunque sempre maggiore di $\frac{\varepsilon\, dm}{(a+\varrho)^2}$ (poichè $a > \varrho$). Poichè tutta la massa terrestre è contenuta dentro la sfera S_1, la componente, secondo PG, dell'attrazione che questa massa esercita su P è dunque maggiore di $\frac{\varepsilon M}{(a + R_1)^2}$; la componente della forza centrifuga è $< \omega^2 a$. Quindi la componente, secondo PG, della *gravità* in P è

$$X > \frac{\varepsilon M}{(a + R)^2} - \omega^2 a.$$

(1) Se per semplicità si considera come circolare l'orbita della luna, e si trascura la massa di questa rispetto alla Terra si ha $\varepsilon M = \frac{4\pi^2 D^3}{T^2}$, dove D è la distanza media, T la durata del mese anomalistico; chiamando N il numero di giorni siderali compresi in T, si ha quindi $\frac{\omega^2 R^3_m}{\varepsilon M} = N^2\left(\frac{R_m}{D}\right)^3$.

Posto $a = x R_1$, e tenuto conto della (1) abbiamo:

$$(2) \qquad \frac{X R_1^2}{\varepsilon M} > \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{x}{280}.$$

Il 2° membro è positivo per x compreso fra 0 e 5,89...; sarà dunque X positivo per valori di a compresi fra R_1 e 5,89... R_1. Detto V il potenziale attrattivo della massa terrestre in un punto, r la distanza di questo punto dall'asse terrestre e posto

$$W = \varepsilon V + \tfrac{1}{2} \omega^2 r^2,$$

sarà $W = \text{cost}$ l'equazione delle superficie di livello e il valore della derivata $\frac{\partial W}{\partial \varrho}$ presa secondo il raggio vettore GP in P sarà uguale a $-X$. Resta dunque dimostrato che *lungo ogni raggio vettore la funzione* W *è continuamente decrescente* a partire da S_1 fino, almeno, ad una distanza da G uguale, in cifra tonda, a *sei* volte il raggio terrestre.

3. Consideriamo ora una sfera S_2 di centro G e di raggio a, tale che si abbia insieme:

$$(3) \qquad a < 5{,}89 \ldots R, \qquad \frac{\varepsilon M}{2R_1} > \frac{\varepsilon M}{a - R_1} + \tfrac{1}{2} \omega^2 a^2.$$

Poniamo, per fissare le idee, $a = 4R_1$, valore che soddisfa a entrambe queste condizioni (1). Siano Q e P le intersezioni di un raggio uscente da G colle sfere S_1, S_2. In Q la W è certamente maggiore di $\frac{\varepsilon M}{2R_1}$; in P si ha $W < \frac{\varepsilon M}{a - R_1} + \frac{1}{2}\omega^2 a^2$, e tenuto conto della (3), a fortiori sarà nel punto P, $W < \frac{\varepsilon M}{2R_1}$. Poichè W decresce di continuo da Q a P, vi sarà, fra Q e P un punto, ed un solo, nel quale $W = \frac{\varepsilon M}{2R_1}$. Il ragionamento vale per ogni raggio uscente da G. Vi ha quindi una superficie di livello *chiusa*, tutta compresa fra le due sfere S_1, S_2, e che incontra una sola volta ognuno dei raggi uscenti da G.

(1) Poichè $\frac{\omega^2 R_1^3}{\varepsilon M}$ non è $> \frac{1}{280}$ la (3) sarà soddisfatta, quando lo sia quest'altra

$$1 > \frac{2R_1}{a - R_1} + \frac{1}{280}\left(\frac{a}{R_1}\right)^3$$

la quale è soddisfatta da ogni valore di a compreso fra $3{,}02 \cdot R_1$ e $15 \cdot R_1$.

Procedendo ora dalla superficie Σ così trovata, verso l'interno o verso l'esterno, poichè la derivata $\frac{\partial W}{\partial \varrho}$ è finita, diversa da zero, e di segno costante, è manifesta l'esistenza di una infinità di altre superficie di livello chiuse, incontranti una sola volta ogni raggio uscente da G, ben inteso entro lo spazio compreso fra la sfera S_1 e quella di raggio $= 5{,}89 \ldots R_1$.

4. Vediamo ora fino a qual punto, in base ai nostri postulati, possa accertarsi, al di dentro della sfera S_1, l'esistenza di superficie di livello godenti della stessa proprietà della Σ. Basta cercare fino a quale profondità si possa ritenere positiva la componente radiale X della gravità. Ciò non può farsi senza qualche ipotesi sulla densità degli strati terrestri; noi porremo la condizione che *fino a una certa profondità* la densità θ non superi 6, o più precisamente, detta θ_m la densità media della terra:

$$\frac{\theta}{\theta_m} \leqslant 1{,}1 . \tag{6}$$

(Fanno eccezione a questa ipotesi talune porzioni affatto limitate della corteccia terrestre, quali i giacimenti metallici; ma questi non possono avere un'influenza sensibile sul risultato dei nostri calcoli). La componente, secondo NG, dell'attrazione che la massa terrestre esercita sopra un punto N posto alla distanza $R_1 - h$ da G, sarà maggiore di quella che si ottiene supponendo che sul punto N agisca la massa M_1 racchiusa entro la sfera S_3 di raggio $R_1 - h$, e la massa M_2 contenuta nel segmento sferico AQB (vedi figura) compreso fra la sfera S_1 e il piano tangente alla S_3 in N. L'attrazione della massa M_2 è $< 2\pi\varepsilon\theta h$. La massa M_1 è maggiore di $M - 4\pi R_1^2 h\theta$ e la componente radiale dell'attrazione che la M_1 esercita su N è $> \frac{\varepsilon M_1}{4(R_1 - h)^2}$.

Quindi la componente X, secondo NG, della gravità in N sarà

$$X > \frac{\varepsilon}{4(R_1 - h)^2}(M - 4\pi R_1^2 h\theta) - 2\pi\varepsilon\theta h - \omega^2(R_1 - h).$$

Posto $h = xR_1$, ricordando le diseguaglianze (1) e (6) e osservando che per approssimazione $M = \frac{4}{3}\pi R_1^3 \theta_m$, avremo:

$$\frac{X R_1^2}{\varepsilon M} > \frac{1 - 3.3}{4(1 - x)^2} - 1{,}65 . x - \frac{1 - x}{280} \tag{7}$$

Il secondo membro è positivo da $x = 0$ fino a $x = 0{,}11$ circa, ossia da $h = 0$ fino ad $h = 700$ Km. circa. Se ammettiamo che la nostra ipotesi $\left(\frac{\theta}{\theta_m} \leqslant 1{,}1\right)$ valga fino ad una profondità di 600 Km. (il che è assai

probabile: vedi Radau, Bull. Astron., T. VII, pag. 80), potremo esser certi che fino a quella *profondità* le superficie di livello godranno delle proprietà della Σ.

È inutile dire, che per la pochissima limitazione delle nostre ipotesi fondamentali, abbiamo ottenuto in questi calcoli dei limiti assai più ristretti di quelli reali.

Storia della scienza. — *Di una lettera inedita di Nicolò Tartaglia.* Nota di V. Tonni-Bazza, presentata dal Socio V. Cerruti.

Carlo Promis, nella biografia di Francesco de Marchi (1) affermava di aver visto, presso la Segreteria comunale di Urbino, più lettere originali, inedite di Nicolò Tartaglia.

Volendo completare alcune ricerche sul matematico bresciano — ricerche non intraprese di recente — abbiamo fatto pazienti indagini nell' archivio comunale di Urbino, seguendo la traccia data dal Promis, e ci è difatti riuscito di trovare una lettera del Tartaglia, diretta all' architetto militare Jacopo Fusti Castriotti da Urbino. Tale lettera è inserita in uno scartafaccio in folio, di dieci carte (2), contenente lettere scritte e ricevute dallo stesso Castriotti, ed essa pure è risposta ad altra del Castriotti, che per maggior chiarezza riportiamo in precedenza.

Con tutta probabilità, si tratta di una delle lettere cui alludeva il Promis; ma non crediamo prudente affermare ciò con sicurezza; perchè, quanto è rimasto in quell'archivio, è ben poca cosa in confronto a ciò che vi si conservava in tempo passato, ed anche quando scriveva il Promis.

Infatti lo stesso schedario dice dello scartafaccio, come di *già grosso volume, ora mancante, lacerato e infamemente manomesso.* Basti sapere, del resto, che è il solo che si possegga, di 29 grandi quinterni che costituivano la raccolta.

Le lettere sono evidentemente copie, e la mano che le esemplò deve essere del Cinquecento.

Dopo la lettera del Castriotti, e prima che cominci quella del Tartaglia, vi è un brano non firmato che però non appartiene nè all'una nè all'altra, bensì al capitano Frate, da Modena; il che è avvertito da due richiami nel manoscritto (due mani disegnate a penna). Forse i disegni o ragionamenti del Castriotti erano accompagnati da una lettera dello stesso Frate; ma di tale lettera non si ha conoscenza.

(1) Questa biografia è inserita nella *Miscellanea di Storia Italiana*, edita a cura della R. Deputazione di Storia Patria, t. IV, Torino, 1863, pag. 641.

(2) Archivio Comunale di Urbino, rip. 3°, busta 122, fasc. 3.

Ecco intanto le lettere:

« Al Magnifico Ms. Nicolò Tartaleo
Brisciano
Iacomo Fusto Castrioth
Urbinato »

« Molto magnifico ms. Nicholo mio honorando. Intendendo dall'Ill. Sr. Conte Girolimo conte de piagniano quanto sieno le vostre virtù e quanto diritto el vostro ingiegnio in ogni scientia e maxime in quelle che apartengono a soldati tanto per conto de artellarie et loro effetti como del metterre Giente in ordinanza et alloggiarle como ancor del fortiffichar Città e Castelli et ogni altro luogo per il che non ho voluto manchare delettandomi de fortiffichatione como soldato, mostrarvi alchuno mio pensieri sopra cio per il che vi mando questi miei discorsi con questi pochi disegni li quali sono fatti grossamente da soldato et detti anchora loro ragione medemamente alla Grossa senza cirimonie liberamente como noi altri soldati dovemo fare. Sopra li quali vi degniarete trattenervi un pocho. Le cause intenderete per questa del strenuo Cap.° frato de modena Ciaro a questo nostro tempo raro et in Cienioso huomo et de grandissimo inditio et i modi e la ragione intenderete de mano in mano in scrittura Poi li effetti vederete nelli fogli segniati de mano in mano Pregandovi che como quello amorevol de virtuosi siate como di sopra contento darli cura con vostra comoditta et visto che li averete remandar melli et darmi per una vostra lettera raguaglio partichulare de quanto sia el parere e inditio vostro sopra essi et faciendolo ligarete me a vostra Captena perpetua et farete anchora piacere grandissimo all'Ill.^{tre} sopranominato S.^{or} Conte Girolimo standO io ressoluto non li potere fare vedere a persona che alla libera mi possa dare determinata ressolutione del bene et del male, del bono et del tristo como Lei, sapendo come disopra la sua dillettatione et rara virtù in tutte le dottrine alle qual resto schiavo et perpetuo amicho et servidore spettando sua resposta le baso le mano de Urbino el dì 25 di Dicembre 1549 ».

Fin qui il Castriotti, al quale così risponde il Tartaglia:

« Al Stenuo Cap.° el Cap.° Iacomo De
Fusti Castrioth Urbinato
Nicolò Tartaleo Brisciano »

« Strenuo Cap.° mio honorando. In questo dì o ricevuto una vostra insiemi con uno libretto de discorsi sopra le fortiffichatione et con alchuni fogli de disegni, li quali vedendo de luno et de l'altro o presa Grandissima dellettatione et mi alegro che voi sendo soldato creato et alevato da uno tale

Ill.mo et Ecc.mo Ducie, como fo quel raro soldato Franc. Maria Feltrio della Rovera. terzo Ducha de Urbino de felicissima memoria Vi siate confrontato con il mio pensieri sopra l'ordine e modi de le fortifficatione restandone con sattisfatione Grandissima standio cierto che le mie huopare abbiano da essare molto più care et utile et grate al mondo de quello che mi pensavo. Dichovi brevemente aver letto inteso aminuto et visto con lochio tutte le vostre fantasie et vostre potissime ragione Capo p. Capo partichularmente et tutte mi paiiano capacissime et evidentissime et che il sia il vero che non vi adulo, vederete nel mio libro dei quisiti fatto da me novamente nel sesto libro qual parla sopra tale opere de fortiffichatione et in esso molto bene vederete li nostri pensieri essarse confrontate asiemi dicho commo nui ciffussimo parlati et avessimo consultato in siemi in tal cosa settimane et mesi però legiendo quello vi sera risposta partichulare et generale et non mi duole altro se non che voi non potiate vedere in disegnio como intenderete per scrittura li quali spero mandare presto a lucie et voi serete il primo averli — non mi ochorrendo altro dirvi salvo che recordarvi al o attendere che li consiste el tutto ovve (e) delettatione e in Ciegnio però non manchate anoi medemo et potendo altro per voi avisate e Comandate galiardamente che sono per sattisfarvi in tutti modi purre che io possa in tanto state sano de Venegia el di 27 de Dicñbre 1549 ».

« Mi è venuto in pensieri agiongervi queste poche parole brevemente e dirvi che li vostri novi balloardi de quelle faccie mi sonno piaciuti tanto et olli considerati tanto al proposito di queste nove in ventione et io li o caro assai perchè faranno più de uno effetto buono El primo sara che quello obliquo ovve fate quelli novi fianchi se pote tirare molto più indintro dandoli dello achuto assai che non se sarebbe fatto che como più lo tirarete meglio effetto farete. L uno che lo in nimicho mai non poterà batterlo se non per cortina con quello squinzo che io mi sono in maginato et cio o detto como intenderete Tattoria fare poco danno che il battere per faccia perpendichularmente e quello che ruina el mondo. L'altra sarà che mettasa esso in nimicho ovve vora se metterà sotto li vostri balloardi e nocivereteli molto più loro che non loro le vostre cortine poi como più serà questo aguto il vostro ball. converrà che vengi più ottuso più rottondo in suña più utile e più bello. E questo è quanto mi è venuto in fantasia subbitto che ebbi fenito di scrivere e con questo de novo valete ».

Il Tartaglia, come si vede, rispondendo al Castriotti, si rallegra che i loro singoli studi sulle fortificazioni conducano a risultati conformi; e ciò, dice il Tartaglia, si vedrà nel *libro dei quesiti fatto da me nuovamente nel sesto libro.*

I *Quesiti et inuentioni diuerse*, già erano stati pubblicati la prima

volta nel 1546; ma nel 1554 sopravenne la ristampa [1], con la appendice al sesto libro cui allude il Tartaglia [2].

Ivi figurano alcuni problemi propostigli dal *Magnifico e Clarissimo sig. Marc'Antonio Morosini dottore e Philosopho Eccellentissimo*. Non figura il Castriotti; sebbene vi si trattino però argomenti contenuti nei « discorsi » di lui, e nella sua lettera, il Tartaglia, prometta una *risposta partichulare et generale*.

Ci è sembrato non sia privo di interesse questo nuovo contributo allo studio biografico del sommo e sventurato matematico bresciano. Per ora ci dispensiamo però da maggiori note illustrative, sperando di poter presto condurre a termine una completa monografia che ne ricordi le eccelse virtù.

Mineralogia. — *Su alcuni minerali della Rocca Rossa e Monte Pian Real* (Val di Susa) [3]. Nota di Ferruccio Zambonini, presentata dal Socio Struever.

La Rocca Rossa della quale qui ci occupiamo, appartiene a quel gruppo di monti serpentinosi che circondano a sud l'estremità del bacino del Rio Gravio, in Val di Susa. Essa s'innalza a 2288 m. sul livello del mare, ad ovest di Giaveno (circa 13 Km. in linea retta), a 1 ½ Km. dalla riva meridionale del Sangonetto, di fronte all'Alpe di Giaveno. Per la sua esatta posizione e particolari topografici si può consultare la tavoletta di Roure al 25.000 o il foglio di Susa, N. 55, della carta al 100.000 dell'Istituto Geografico militare.

L'ing. Franchi [4] ha pubblicato pochi anni fa uno studio geologico-petrografico assai importante su questi monti: dalle sue ricerche risulta che tanto la Rocca Rossa, quanto il vicino monte Pian Real appartengono ad un'unica massa serpentinosa a conca, cogli orli molto rilevati verso nord ed assai meno a sud.

Nel corso delle sue gite geologiche l'ing. Franchi ha raccolto parecchi bei campioni di minerali, che egli cortesemente mi ha affidati per eseguirne

[1] Quesiti et inuen | tioni diuerse | de Nicolo Tartaglia, | di nouo restampati con una | gionta al sesto libro, nella | quale si mostra noui modi di redur una Città inespugnabile | ecc. Venetia MDLIIII.

[2] La gionta del sesto | Libro de' Quesiti, et inuentioni diuerse | de Nicolo Tartaglia | nella quale si dimostra un primo modo di redurre una città inespugnabi | le e che non potra essere battuta, ne danneggiata da nemici | con le artegliarie | con altre particolar | sottilita.

[3] Lavoro eseguito nel Gabinetto di Mineralogia della R. Università di Roma.

[4] *Appunti geologici e petrografici sui monti di Bussoleno, nel versante destro della Dora Riparia*. Bollettino del R. Comitato Geologico, anno 1897, n. 1.

lo studio cristallografico: mi sia permesso di rendergli anche qui i miei più vivi ringraziamenti.

In questa Nota preliminare non parlerò che dell'idocrasio e dell'epidoto trovati nelle serpentine della Rocca Rossa, e della prehnite rinvenuta nel vicino Monte Pian Real. In una successiva Nota mi riservo di descrivere succintamente gli altri minerali di questi monti.

Di *epidoto* non fu raccolto che un solo campione, di forma ovaloide, composto di un intreccio di cristalli di varia grandezza, con piccole quantità di albite. Esso fu trovato a nord della punta della Rocca Rossa, nella zona di contatto fra le anfiboliti e le serpentine. Questa zona di contatto è nettamente visibile nella cartina geologica dei dintorni del Colle del Vento, che l'ing. Franchi ha unito al suo lavoro (v. pag. 16 dell'estratto).

Il colore di questo epidoto è verde-chiaro; vi sono per altro frequenti dei cristalli di color verde più scuro, alcuni fin quasi neri. Essi sono per la massima parte freschi: in alcuni punti del blocchetto se ne rinvengono però anche profondamente alterati. Le dimensioni sono variabilissime: il più piccolo cristallino da me osservato non misurava che 1½-2 mm., il più grande 20 mm. nella direzione dell'asse *y*. Spesso dei piccoli cristallini di 2-3 mm. si osservano inclusi nelle masserelle di albite.

I cristalli da me osservati sono ben sviluppati soltanto nella zona [100:001], che è generalmente povera di faccie, le quali sono però in generale assai regolari. Sono assai rari dei cristalli terminati almeno ad una estremità dell'asse *y*, e questi sono generalmente molto piccoli. Un solo cristallo di dimensioni abbastanza considerevoli (15 mm. secondo *y*) è stato da me rinvenuto terminato, e sarà particolarmente descritto in seguito. Esso è molto importante per la presenza di alcune forme piuttosto rare o sconosciute del tutto nell'epidoto dei giacimenti italiani delle Alpi piemontesi fin qui studiati.

Tutte le forme da me osservate sono le seguenti:

{100}	$\infty P \frac{1}{\infty}$	h^1	T
{010}	$\infty P \infty$	g^1	P
{001}	OP	p	M
{110}	∞P	m	z
{120}	$\infty P 2$	g^3	η
{101}	$-P \frac{1}{\infty}$	o^1	e
{$\bar{2}$01}	$2 P \frac{1}{\infty}$	$a^{1/2}$	l
{$\bar{1}$01}	$P \frac{1}{\infty}$	a^1	r
{$\bar{1}$02}	$\frac{1}{2} P \frac{1}{\infty}$	a^2	i
{$\bar{1}$03}	$\frac{1}{3} P \frac{1}{\infty}$	a^3	σ

}111{	— P	$d^1/_2$	*d*
}$\bar{1}$11{	P	$b^1/_2$	*n*
}011{	P ∞	e^1	*o*
}012{	$^1/_2$ P ∞	e^2	*k*
}$\bar{2}$11{	2 P $\bar{2}$	$b^1\, b^1/_3\, h^1 = a_3$	*y*
}$\bar{7}$32{	$^7/_2$ P $^1/_{\bar{7}/_2}$	$b^1/_2\, b^1/_5\, h^1$	H
}$\bar{2}$33{	P $^3/_2$	$b^1\, d^1/_5\, g^1/_3$	*b*
}$\bar{1}$51{	5 P $\bar{5}$	$b^1/_4\, d^1/_6\, g^1$	E
}$\bar{1}$61{	6 P $\bar{6}$	$b^1/_5\, d^1/_7\, g^1$	*e*

La maggior parte dei cristalli è tabulare secondo }001{: sono anzi frequenti dei cristallini che si riducono a delle esilissime tavolette. Sono però anche discretamente comuni dei cristalli che, per l'uguale estensione delle forme più importanti della zona [010], sono prismatici secondo *y*. Tutti i cristalli senza eccezione sono allungati secondo *y*.

Le sette forme che si presentano nella zona [010] hanno tutte grandezza molto variabile, ad eccezione di }001{ che è sempre una delle più grandi. }101{ ha in alcuni cristalli faccette sottilissime e poco splendenti, in altri più grandi, ma non raggiungono mai estensione considerevole: vi sono anche cristalli in cui manca del tutto. }$\bar{1}$01{ è una forma costante nei cristalli da me studiati: le sue faccie sono in alcuni casi piccolissime, in altri invece discretamente grandi. }$\bar{2}$01{ è molto frequente; in certi cristalli è la forma più estesa dopo la base, in altri ha faccie più piccole. Un'altra forma frequentissima è }$\bar{1}$02{, che assai spesso ha faccie estesissime, che appartengono, in ogni caso, alle più grandi della zona [010]. Più rara è }$\bar{1}$03{, che fu da me osservata in pochi cristalli, e sempre con faccie grandi. L'ortopinacoide }100{ è sempre subordinato.

Le diverse faccie della stessa forma hanno sovente disuguale grandezza e spesso non ne è presente che una soltanto. Così, per es., in un bel cristallino di circa 5 mm. di lunghezza secondo *y*, le quattro forme }101{, }$\bar{1}$01{, }$\bar{1}$02{, }$\bar{1}$03{, non hanno che una sola faccia.

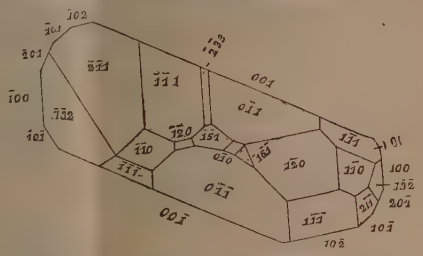
La striatura che sulle forme della zona [010] spesso si osserva nell'epidoto parallelamente all'asse *y* è, nei cristalli della Rocca Rossa, non molto frequente, e si presenta solo su alcune delle faccie della zona. Spesso su }001{ si osservano dei piccoli cristallini in accrescimento parallelo.

In un solo caso ho osservato insieme le sole }001{, }100{, }101{, }$\bar{1}$01{; negli altri casi si rinvengono per lo più contemporaneamente }001{, }100{, }$\bar{1}$01{, }$\bar{2}$01{, }$\bar{1}$02{, alle quali di solito si aggiungono le piccole faccie di }101{, che di rado manca; talvolta, come si è detto, si trova anche }$\bar{1}$03{.

Per quel che riguarda le altre forme, esse hanno estensione molto variabile. Si può dire, per altro, in linea generale, che }$\bar{2}$33{ è sempre pic-

cola, come pure {111} e {010}, mentre invece {$\bar{1}$11}, {$\bar{2}$11} e {011} sono assai grandi: in qualche cristallo però {011} ha delle faccette molto piccole. È veramente notevole il forte sviluppo che ha {$\bar{2}$11} nei cristalli nei quali si rinviene, tanto più che si tratta di una forma che non è molto frequente nell'epidoto. Il protoprisma {110} è discretamente grande. {012} fu osservato una sola volta con esili faccette.

Il più bello ed interessante cristallo da me osservato è quello rappresentato dall'attigua figura, e che merita, come è stato già detto, una succinta descrizione per il suo habitus asimmetrico e per la presenza di alcune rare forme.



Esso offre una combinazione piuttosto ricca di faccie (ben 16 forme semplici), ed è fortemente schiacciato secondo {001}.

Il più esteso degli emiortodomi positivi è {$\bar{1}$02}, la cui faccia (10$\bar{2}$) è, prescindendo dalla base, la più grande del cristallo. {$\bar{2}$11}, che è una forma molto rara nell'epidoto di Val d'Ala (La Valle ([1]) non la osservò che una sola volta), e che non è ricordata nè dal Colomba ([2]) nè dal Boeris ([3]) negli epidoti piemontesi che essi studiarono, si rinviene in questo cristallo con due faccie di assai disuguale grandezza. Mentre (2$\bar{1}\bar{1}$) è assai piccola, ($\bar{2}\bar{1}$1) ha delle dimensioni straordinarie, tanto da essere una delle faccie più grandi del cristallo. Altrettanto è da dire per {$\bar{7}$32}, che, secondo La Valle, è molto frequente nell'epidoto di Val d'Ala ed è ricordata anche dal Boeris nei cristalli della Comba di Compare Robert. In nessuno però dei cristalli figurati dal La Valle {$\bar{7}$32} si presenta con faccie così grandi come la ($\bar{7}\bar{3}$2) nel nostro cristallo.

È anche importante la presenza di {120}, che è una forma piuttosto rara nell'epidoto. Non è ricordata nè da La Valle, nè da Boeris, nè da Colomba. Artini ([4]) la ricorda nell'epidoto di Mortigliano, che è il più ricco di forme tra i varî epidoti dell'isola d'Elba. Bücking ([5]) l'avrebbe trovata in un cristallo ritenuto di Ala, ma egli stesso emette dubbî sul giacimento.

{$\bar{1}$51} si presenta con una sola grande faccia, che dà al goniometro una immagine ben netta ed una assai sbiadita, appena osservabile, a qualche

([1]) *Sull'epidoto di Val d'Ala.* Roma, 1890.

([2]) *Sull'epidoto di Oulx e sui minerali che lo accompagnano.* Atti R. Accad. delle scienze di Torino, 1890-91, XXVI, 811.

([3]) *Sull'epidoto della Comba di Compare Robert* (Avigliana). Atti R. Accad. delle scienze di Torino, 1896-97, XXXII, 670.

([4]) *Epidoto dell'Elba.* Memorie di questa Accademia, 1887, pag. 380.

([5]) *Ueber die Krystallformen des Epidot.* Zeitsch. f. Krystall. 1878, II, 320.

minuto di distanza. Ambedue queste immagini giacciono esattamente, come ho accuratamente verificato, nella zona $[010:\bar{1}11]$. L'immagine netta dà degli angoli che si allontanano di circa $\frac{1}{2}$ grado dai calcolati per $\{\bar{1}51\}$, senza che io sia in grado di dare alcuna spiegazione plausibile di questo singolare fenomeno. Infatti ho trovato:

$$(0\bar{1}0):(\bar{1}\bar{5}1) = 7°\,24'\text{ mis.} \qquad 8°\;2'\text{ calc.}$$
$$(\bar{1}\bar{1}1):(\bar{1}\bar{5}1) = 27°\,49'\text{ »} \qquad 27°\,10'\tfrac{1}{2}\text{ »}$$

Per il calcolo si adoperarono le costanti di Kokscharow

$$a:b:c = 1{,}5807 : 1 : 1{,}8057$$
$$\beta = 64°\,36'.$$

L'immagine sbiaditissima dà:

$$(0\bar{1}0):(\bar{1}\bar{5}1 = 7°\,41'$$

ossia un valore più vicino al calcolato.

In accordo alquanto migliore con gli angoli misurati starebbe il simbolo $\{\bar{3}.17.3\}$, che richiede:

$$(0\bar{1}0):(\bar{3}.\bar{1}\bar{7}.3) = 7°\,6'\text{ calc.}$$
$$(\bar{1}\bar{1}1):(\bar{3}.\bar{1}\bar{7}.3) = 28\;6'\tfrac{1}{2}\text{ «}$$

La forma $\{\bar{3}.17.3\}$ fu scoperta da Artini nell'epidoto di Mortigliano. Però preferisco il simbolo $\{\bar{1}51\}$ sia per la sua semplicità, sia perchè col simbolo più complicato $\{\bar{3}.17.3\}$ si ha pur sempre una differenza di 18′ fra calcolo e osservazione. Non vi ha dubbio che la faccia riferita a $\{\bar{1}51\}$ sia un $\{\bar{h}\,k\,h\}$; perchè essa giace rigorosamente, come ho detto, nella zona $[010:\bar{1}11]$.

Anche $\{\bar{1}61\}$ si presenta con una sola faccetta, che ha dato però una assai buona misura. Bücking la dà come dubbia per l'epidoto di Val d'Ala. dove La Valle non l'ha osservata: Artini la cita nei cristalli di Mortigliano, dove è abbastanza frequente.

Su questo notevole cristallo se ne trovava impiantato un altro molto più piccolo, prismatico secondo y. Mostrò le forme $\{001\}$ $\{100\}$ $\{101\}$ $\{\bar{1}01\}$ $\{\bar{2}01\}$, $\{\bar{1}02\}$, con $\{100\}$ e $\{101\}$ molto sottili, e poi $\{110\}$, $\{011\}$, $\{\bar{1}11\}$, $\{\bar{2}33\}$, $\{\bar{2}11\}$. Anche in questo cristallo $\{\bar{2}11\}$ ha delle faccie grandissime, dominanti su tutte le altre.

Lo scarso numero di cristalli terminati all'estremità dell'asse y che io ho potuto studiare, non ha permesso un gran numero di misure angolari: tuttavia quelle da me prese sono in accordo soddisfacente con i valori otte-

nuti partendo dalle costanti di Kokscharow, come mostra la seguente tabella:

Spigoli misurati	Angoli trovati (Media)	Angoli calcolati
(001):(100)	64°36′ ½	64°36′
:(10$\bar{2}$)	145 38	145 39
:(10$\bar{3}$)	157 46	157 39
:(10$\bar{1}$)	116 22	116 18
:(20$\bar{1}$)	90 31	90 33
(100):(111)	49 52	49 53
:(011)	77 2	77 2 ½
:($\bar{2}$33)	100 8	100 7
:($\bar{1}$11)	110 55	110 56
($\bar{1}$00):($\bar{2}$11)	45 3	45 8
(011):($\bar{2}$33)	23 6	23 4
:($\bar{1}$11)	33 50	33 53
:($\bar{2}$11)	57 54	57 49
(001):(011)	58 28 ½	58 30
(011):(01$\bar{1}$)	63 3 50	63 1
(001):($\bar{2}$11)	89 35	89 34
:($\bar{1}$11)	75 3 ½	75 12
:(110)	75 45	75 45
:($\bar{7}$32)	99 13	99 18 ½
(010):($\bar{1}$11)	35 11	35°12 ½
:($\bar{1}$61)	6 45	6 42
($\bar{2}$11):($\bar{7}$32)	10 29	10 36
(100):(110)	54 57	55
:(120)	70 44	70 42
(110):(120)	15 44	15 42
(120):($\bar{1}$20)	38 33	38 36
(010):(120)	19 17	19 18
(001):($\bar{2}$33)	69 15	69 10 ½
($\bar{2}$11):($\bar{1}$10)	24 6	24 8

Veramente notevoli sono le importanti differenze fra questo epidoto della Rocca Rossa e quello della relativamente vicina Comba di Compare Robert, studiato dal Boeris (loc. cit.), che trovò le 23 forme seguenti:

{100}, {001}, {110}, {101}, {201}, {$\bar{1}$03}, {$\bar{1}$02}, {$\bar{1}$01}, {$\bar{2}$01}, {$\bar{3}$01}, {011}, {012}, {023}, {111}, {113}, {$\bar{1}$11}, {$\bar{2}$21}, {144}, {$\bar{1}$22}, {$\bar{2}$33}, {$\bar{1}$21}, {$\bar{7}$32}, {$\bar{5}$66}?

Nei cristalli studiati dal Boeris mancano }$\bar{2}$11{, }120{, }$\bar{1}$51{, }$\bar{1}$61{, }010{, e tra queste }$\bar{2}$11{ è una forma molto frequente e assai estesa nei

cristalli della Rocca Rossa: in questi ultimi non sono stati finora rinvenuti }201{, }$\bar{3}$01{, }144{, }$\bar{1}$22{, }113{, }$\bar{2}$21{, {$\bar{1}$21}, }023{, }$\bar{5}$66{. Mentre }012{ nei cristalli studiati dal Boeris domina quasi sempre su }011{, che ha faccie poco brillanti, }011{, è una delle forme più estese nei cristalli della Rocca Rossa, nei quali, finora non fu constatata la presenza di }012{ che in un solo cristallo; nei cristalli di Avigliana si presenta con estese faccie }201{, che non si osserva affatto nei miei. Infine la combinazione che, secondo Boeris, è la più frequente, cioè }001{ }100{ }$\bar{1}$11{ non è stata da me mai osservata.

Da quanto ho detto, risulta chiara l'importanza dell'epidoto della Rocca Rossa, il quale sia per la presenza, sia per lo sviluppo di alcune forme importanti, fortemente si discosta dai cristalli finora descritti degli altri giacimenti piemontesi.

L'*idrocrasio* si rinviene in lenti nelle serpentine della stessa Rocca Rossa. Queste lenti sono composte esclusivamente di idrocrasio cristallizzato e cristallino, di colore marrone chiaro, che nei grandi cristalli è più scuro, analogo quindi a quello dell'idocrasio così detto manganesifero della Corbassera.

Tutti i cristalli da me osservati sono molto allungati secondo *z*; anzi per la maggior parte sono aghiformi. Vi sono però dei cristalli, e sono precisamente quelli di dimensioni maggiori, che sono più estesi nel senso degli assi orizzontali. Le dimensioni sono variabilissime: i più piccoli cristallini, di un marrone chiarissimo, misurano 1 mm.: i più grandi arrivano fino a 5 cm. secondo *z*. I cristalli aghiformi, di colore chiaro, sono tutti più o meno trasparenti; i più grandi, di colore più intensamente bruno, sono invece affatto opachi. Quasi tutti sono fortemente striati parallelamente a [001], poveri di faccie ed assai di rado terminati all'estremità di *z*.

Nella zona [001] le forme che compaiono costantemente, si può dire, sono quelle dei due prismi {110} e {100}, che talvolta hanno uguale grandezza, talaltra differente. Un piccolo cristallo trasparente ha presentato la seguente combinazione:

}001{	{110}	{100}	{111}	{311}
OP	∞P	∞P∞	P	3P3

Prehnite di Monte Pian Real. La prehnite di cui si parla, fu dall'ing. Franchi rinvenuta in due campioni di eufotidi « nelle falde detritiche di Monte Pian Real, poco ad ovest del Colle della Valletta, ed in posizione tale che sembra debbano provenire da piccole masse incluse nella serpentina » (v. loc. cit., pag. 41 dell'estratto).

La prehnite di queste eufotidi tappezza delle geodi e forma anche delle venuzze cristalline, e si presenta o in piccoli cristalli che di rado superano i 3 mm., molto allungati e prismatici secondo l'asse *z*, di colore niveo nelle venuzze, leggermente volgente al bluastro in taluni cristallini delle geodi,

ovvero in cristalli giallognoli, opachi, di maggiori dimensioni (fino a 7 mm. secondo *z*) e di aspetto più tozzo, perchè considerevolmente estesi nelle direzioni *x* e *y*.

Tutti questi cristalli presentano delle notevoli somiglianze con quelli di Striegau e di Jordansmühl, nella Slesia, descritti dal Beutell (1). I nostri cristalli sono infatti, come si è detto, prismatici secondo *z*, e mostrano il prisma {110}, i cui quattro spigoli sono smussati dalle faccie dei pinacoidi verticali {100} e {010}, e poi la base. {010} e {100} sono sempre molto sottili. La base è ordinariamente concava, come accade nei cristalli di Striegau; secondo essa si ha una facile sfaldatura, che dà luogo però sovente non a faccie piane, ma bensì a faccie leggermente convesse. I due pinacoidi sono piuttosto splendenti, il prisma, invece, manca quasi affatto di splendore, la base ha splendore tendente al madreperlaceo.

Soltanto alcuni rarissimi dei più piccoli cristalli sono costituiti, almeno all'esame esterno, di un solo individuo: la gran maggioranza si compone di un numero variabile di cristalli, riuniti *quasi* parallelamente a *z*, ed è a questo fatto che si deve la concavità della base.

Assai spesso i cristalli hanno aspetto piramidale, e sembrerebbe allora di aver a che fare con quei cristalli di Jordansmühl descritti da Beutell, nei quali domina {661} (orient. di Miller, ecc.) = {331} nell'orientazione di Streng. Ma per quanto queste faccie pseudo-piramidali non permettano esatte misure, pure riesce facile persuadersi che si ha sempre a che fare col prisma {110}. L'angolo di queste faccie con {001} è, infatti, molto vicino a 90°, mentre, partendo dalle costanti di Streng (2)

$$a : b : c = 0{,}84009 : 1 : 0{,}55494$$

si calcola

$$(661) : (001) = 79°4'.$$

Inoltre, se si trattasse di {661} le faccie che ne smussano gli spigoli laterali sarebbero di un doma {061} = {031} (or. di Streng), per il quale si ha:

$$(061) : (0\bar{6}1) = 146°34',$$

mentre io trovo 180° preciso, come si conviene alle due faccie (010) e (0$\bar{1}$0).

Si potrebbe ammettere che, essendo i cristalli impiantati per una faccia della base, il prisma {110} tende ad assottigliarsi verso l'estremità libera del cristallo. Io credo però che questo aspetto piramidale sia dovuto all'essere questi cristalli composti di tanti individui che hanno i loro assi verticali convergenti.

(1) *Ueber Prehnit von Striegau und Jordansmühl in Schlesien.* Neues Jahrbuch f. Min. Geol. u. s. w. 1887, I, 89.

(2) *Ueber den Prehnit von Harzburg,* etc. Neues Jahrb. f. Min. Geol. u. s. w., 1870, 314.

Come è noto, la prehnite presenta delle anomalie ottiche, che, constatate la prima volta da Des Cloizeaux [1], sono state poi ulteriormente studiate da Mallard [2], Wyrouboff [3], B. K. Emerson [4] e v. Foullon [5].

Mi è sembrato non privo di interesse, osservare se anche i cristalli di questa nuova località presentavano anomalie ottiche.

Tanto i cristalli prismatici, quanto quelli pseudo-piramidali esaminati tra i nicol incrociati, presentano estinzione retta rispetto all'asse *z*. Sezioni parallele alla base si estinguono talvolta completamente e contemporaneamente in tutte le loro parti secondo le diagonali; in qualche caso però le direzioni di estinzione non coincidono perfettamente colle diagonali, ma se ne allontanano di circa 7°. Sono poi frequenti agli angoli della sezione dei settori triangolari, con la base sensibilmente parallela ad una diagonale e che si estinguono un po' prima od un po' dopo del resto della sezione. La parte centrale della sezione in molti casi non si estingue mai perfettamente in nessuna posizione. Il sistema di doppie lamelle descritto da Des Cloizeaux, Mallard, Beutell, ecc. non è ben netto nelle lamine da me osservate, sia perchè le sezioni erano un po' grosse, sia perchè le lamelle sono molto sottili, cosicchè si ha una confusa struttura reticolata.

A luce convergente per la poca omogeneità delle lamine non ho potuto osservare delle immagini assiali perfette: l'angolo degli assi ottici risulta molto grande e compreso fra 130° e 135°.

Tutte queste osservazioni sono in perfetto accordo con quanto precedenti investigatori hanno trovato per altre località.

Botanica. — *Sul significato del percorso endotropico del tubetto pollinico.* Nota del dott. B. Longo, presentata dal Socio R. Pirotta.

Allorchè il Treub, nel 1891 [6], scopriva che nelle *Casuarina* il tubetto pollinico ha — a differenza di quanto, dall'Amici in poi, si era ammesso come fatto generale per le Angiosperme — un percorso *endotropico* [7], egli

[1] *Note sur l'existence anomale de la dispersion tournante dans un cristal du système orthorhombique.* Bull. Soc. franç. de min., 1882, V, 58.

[2] *Sur les anomalies optiques de la prehnite.* Ibid., pag. 195.

[3] *Sur la dispersion tournante de quelques substances orthorhombiques.* Ibidem, pag. 272.

[4] *The Deerfield dyke and its minerals.* Amer. Journ. of. Sc. (3), XXIV, 270.

[5] *Ueber den Prehnit aus dem Floitenthale.* Verhandl. d. k. k. geol. Reichsanst., 1889, n. 10, pag. 197.

[6] Treub M., *Sur les Casuarinées et leur place dans le système naturel.* Ann. Jard. Buitenzorg, X.

[7] Per l'intelligenza della terminologia cfr.: Pirotta R. e Longo B., *Basigamia, Mesogamia, Acrogamia.* Rend. d. R. Accad. d. Lincei, Cl. d. sc. fis., mat. e nat., vol. IX, 1° sem. (1900).

ritenne che, all'epoca della comparsa della Angiospermia, il tubetto pollinico — che non si produceva più sulla nucella, come nelle Gimnosperme, ma sullo stigma — per raggiungere la nucella e quindi il sacco embrionale avesse seguìto due strade ben diverse: per la maggioranza delle Angiosperme attuali la via prima seguìta dal granello pollinico, cioè il micropilo, per altre (Casuarinee) la calaza. L'A. chiamò le prime *Porogame*, le seconde *Calazogame*; e ritenne che le Calazogame non rappresentassero forme di passaggio tra le Gimnosperme e le Angiosperme attuali.

Ma nuove ricerche in proposito portarono alla conoscenza di un percorso analogo in famiglie più o meno affini alle Casuarinacee, cioè in altre Dicotiledoni inferiori. Ed il Nawaschin, che fu quegli che vi apportò maggiore contributo, ritenne, all'opposto del Treub, che la Calazogamia rappresentasse « uno degli stadî di passaggio dall'accrescimento intercellulare del tubetto pollinico nelle Gimnosperme al libero accrescimento di esso attraverso la cavità ovarica nelle Angiosperme » (1). E l'A. cercò inoltre di dare una spiegazione del fenomeno del percorso endotropico del tubetto pollinico nelle Angiosperme, ammettendo che la causa, che lo avrebbe determinato, sarebbe stata la ramificazione o segmentazione della placenta, cioè la formazione di ovuli laterali, facendo notare che, infatti, non era stata trovata la Calazogamia nelle piante che hanno conservato il più semplice modo di placentazione, nelle quali cioè si sviluppa un unico ovulo terminale (2). Ma quando poi il Nawaschin trovava la Calazogamia anche nella *Juglans regia* L., in cui si ha una placenta centrale con un unico ovulo terminale ortotropo, egli, pur mantenendo invariata l'ipotesi che la Calazogamia rappresentasse uno degli stadî di passaggio tra il percorso endotropico del tubetto pollinico nelle Gimnosperme ed il percorso ectotropico di esso nelle Angiosperme, riconosceva che questo caso toglieva valore alla sua prima opinione secondo la quale sarebbe stata la posizione laterale degli ovuli la causa determinante la Calazogamia, e considerava, invece, come causa soltanto la *incapacità del tubetto pollinico di crescere attraverso le cavità* (3). E questa teoria sembrava diventare sempre più attendibile per il fatto che il Nawaschin stesso trovava nell'*Ulmus* un modo di comportarsi del tubetto pollinico che egli considerava come intermedio fra quello delle Calazogame e quello delle Porogame.

Era questa la spiegazione accettata pel percorso endotropico del tubetto pollinico, quando, in quest'anno, due casi nuovi sono venuti a gettare una novella luce sulla interpretazione di tale fenomeno. Intendo dire di un per-

(1) Nawaschin S., *Ueber die gemeine Birke* (*Betula alba* L.) *und die morphologische Deutung der Chalazogamie*. Mém. Acad. Imp. des sc. de St. Pétersbourg, sér. VII, t. XLII, n. 12 (1894), pag. 34.

(2) Nawaschin S., l. c.

(3) Nawaschin S., in Botan. Centrallb. Bd. LXIII (1895), pag. 355.

corso completamente endotropico del tubetto pollinico trovato dal Murbeck ([1]) nell'*Alchemilla arvensis* (L.) Scop. e da me ([2]) nella *Cucurbita Pepo* L. — fatti che, insieme con quanto aveva pur osservato l'Aschkenasi ([3]) in alcune specie di *Plantago*, fanno sì che la teoria filogenetica del Nawaschin non sia più sostenibile. — Infatti come poter più ora annettere un valore filogenetico al percorso endotropico del tubetto pollinico quando, oltre alla mancanza di un tale percorso in molte Angiosperme inferiori, si viene ad aggiungere il fatto, più decisivo, di averlo trovato in alcune Angiosperme superiori?

Ed il Murbeck, che giustamente nega un tale valore filogenetico, pur ammettendo col Nawaschin che il percorso endotropico del tubetto pollinico sia dovuto alla sua incapacità di crescere nelle cavità, attribuisce questo modo di accrescimento ad una proprietà fisiologica del tubetto pollinico medesimo; e, fondandosi sopra tutto sulla presenza del micropilo anche in piante calazogame, crede di poter ammettere che la Porogamia sia un modo di fecondazione originario per le Angiosperme, e la Calazogamia (od in generale il percorso endotropico del tubetto pollinico) sia, invece, un fenomeno di più tarda data.

Dal su esposto risulta che tanto la teoria del Nawaschin, quanto quella del Murbeck ([4]) si basano sopra una *supposta incapacità del tubetto pollinico di crescere in cavità*. — Ma è poi vero che il tubetto pollinico delle piante in cui esso ha percorso endotropico sia incapace di crescere in cavità? Ecco quel che bisognava chiarire.

Se questo polline fosse stato capace di germinare, come quello di alcune Porogame, in aria umida — ad esempio sopra una semplice lastrina di vetro (od anche sopra una lastrina di vetro spalmata di gelatina) circondato da un'atmosfera umida — ciò avrebbe in vece permesso di ragionevolmente stabilire che questo polline, come quello delle Porogame, è capace di un libero accrescimento in cavità. — Ebbene è proprio così che avviene pel polline dell'*Humulus Lupulus* L. e della *Cannabis sativa* L. ([5]), il quale germina

([1]) Murbeck Sv., *Ueber das Verhalten des Pollenschlauches bei Alchemilla arvensis* (L.) *Scop. und das Wesen der Chalazogamie*. Lunds Univ. Arsskr. Bd. 36. Afd. 2. n. 9 (11 febbr. 1901).

([2]) Longo B. *La mesogamia nella comune Zucca (Cucurbita Pepo* L). Rend. della R. Accad. dei Lincei, Cl. di sc. fis. mat. e nat., vol. X, 1° sem., ser. 5ª, fasc. 5° (3 marzo 1901).

([3]) Aschkenasi E., in Botan. Centralb. Bd. LXIII, pag. 355.

([4]) La presenza poi del micropilo in piante calazogame — fatto su cui si baserebbe il Murbeck per credere che la fecondazione originaria per le Angiosperme sarebbe stata la Porogamia — mi sembra che si possa in vece interpretare come un carattere ereditato dalle Gimnosperme, nelle quali l'ovulo è sempre fornito di micropilo.

([5]) Mi riservo naturalmente di ripetere l'esperienza pel polline delle altre piante con tubetti pollinici a percorso endotropico appena esso potrà essere a mia disposizione.

bene in aria umida sulla lastrina di vetro, ma meglio ancora quando la lastrina è spalmata di gelatina nel qual caso i tubetti pollinici si allungano di più scorrendo superficialmente su di essa. Quindi mi pare che si possa asserire che la *causa determinante il percorso endotropico del tubetto pollinico non sia da ricercarsi più nella sua incapacità di crescere in cavità* (1).

Chiarito questo punto, resterebbe allora ad indagare quale sia la causa determinante il percorso endotropico del tubetto pollinico; ed io mi propongo infatti di ritornarvi sopra al più presto e più diffusamente appena avrò ultimate le ricerche in proposito.

Crederei però non inopportuno di accennare ad una possibile spiegazione del fenomeno basata sulle conoscenze, tuttora incomplete del resto, delle cause che determinano la orientazione del tubetto pollinico nel suo percorso.

È noto infatti che, allorchè il polline di una pianta porogama germina ad es. sopra una lastrina di vetro in aria umida, i tubetti pollinici si dirigono in tutte le direzioni, e che quando invece esso germina sullo stigma i tubetti pollinici seguono costantemente una via ben determinata, *guidati*, sopra tutto, *da speciali sostanze chemotattiche*. Paragoniamo con ciò quel che si osserva pel polline del Luppolo e della Canapa: anch'esso, quando germina sulla lastrina di vetro, in aria umida, produce tubetti pollinici che si dirigono in tutti i sensi; come pure, quando esso germina sullo stigma, i tubetti pollinici — pur avendo un percorso endotropico — seguono, come nella pianta porogama, una via ben determinata e costante. Mi sembra perciò che si possa far rientrare il caso delle piante, in cui il tubetto pollinico ha percorso endotropico, perfettamente nel caso delle piante Porogame: *ammettendo cioè che, tanto nelle une come nelle altre, la via percorsa dal tubetto pollinico sia determinata dalla presenza di speciali sostanze chemotattiche che si svilupperebbero nelle prime all'interno dei tessuti come nelle seconde alla superfice di essi.*

(1) Il polline della *Cucurbita Pepo* L., nelle medesime condizioni, ha dato risultati negativi. Credo però che questo fatto, se non permette di stabilire pel tubetto pollinico di questa pianta la capacità di crescere in cavità, non permette d'altra parte neppure di negare una tale capacità, giacchè è noto che non tutte le Porogame posseggono polline capace di germinare in aria umida.

Chimica. — *Sui due monocloruri di iodio* (1). Nota di G. Oddo, presentata dal Socio Paternò.

Si conosceva da lungo tempo una combinazione di cloro con iodio atomo per atomo: ottenuto la prima volta, ma non puro e soltanto allo stato liquido, da Gay-Lussac (2), in seguito a varie discussioni sulla sua composizione venne descritto allo stato cristallino ed esattamente definito da Trapp (3) e da Schützenberger (4).

Si prepara molto facilmente facendo agire la quantità calcolata di cloro secco sull'iodio, ovvero distillando 4 parti di clorato potassico secco con 1 parte di iodio (5): metà di questo si ossida in acido iodico. È un corpo stabile a temperatura ordinaria, ben cristallizzato in lunghi aghi appiattiti rosso rubino e fonde a 27°,2.

Ma nel 1888 Stortenbeker (6), in un lavoro molto interessante sulle diverse forme d'equilibrio possibili tra i composti di cloro e iodio, osservò che quando il protocloruro fuso si rapprende in cristalli ad una temperatura situata tra + 5 e — 10°, può capitare che ne risulti una forma diversa dalla precedente, ma di composizione uguale, in lamelle di colorito bruno rossastro, che somigliano molto a quelle conosciute dell'iodio ottenuto per sublimazione, e fonde a 13°,9. Chiamò la prima modificazione α e la seconda β.

Per preparare quest'ultima consiglia di usare a preferenza prodotto distillato di recente e di raffreddarlo con miscuglio frigorifero, agitando dolcemente. Si può anche trasformare la modificazione α, facendola fondere precedentemente in bagno a 40°. Ma non sempre si ottiene, è un prodotto instabile: le basse temperature come le alte lo fanno trasformare nella modificazione α: ciò avviene da — 12° in giù e anche al di sopra di + 14°; se si conserva il prodotto cristallizzato all'aria, la temperatura sale rapidamente a 27°,2.

Le temperature più favorevoli per la sua stabilità sono comprese tra — 10 e 0° e durante i giorni freddi di gennaio dei climi nordici è rimasto inalterato perfino tre giorni, periodo di più lunga durata osservato da Stortenbeker.

A che cosa è d'attribuire l'esistenza di questi due corpi di composizione uguale?

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale dell'Università di Cagliari.
(2) Ann. Chem. *91*, 5.
(3) Zeits. f. Ch., *63*, 108.
(4) Zeits. f. Ch., *161*, 38.
(5) Zeits. f. Ch., *5*, 1.
(6) Zeits. f. phys. Ch., *3*, 11.

Tanatar (1), avendo osservato che il calore di trasformazione della modificazione α o della β fuse in I Cl α cristallizzato è uguale (2,319 e 2,322) ammise che allo stato liquido esistesse un solo monocloruro di iodio; in questo stato Stortenbeker (2), col metodo crioscopico in soluzione nell'acido acetico, aveva trovato che la grandezza molecolare corrisponde alla formola semplice I Cl.

Ostwald (3) nel suo recente trattato accetta quest'opinione e ritiene si tratti di un caso di polimorfia, nel quale fenomeno avviene sempre che la forma più fusibile è la meno stabile.

Non dice però a quale causa si possa attribuire tale dimorfia, e d'altra parte pare ritenga caso analogo l'esistenza di due anidridi solforiche (4), concetto che dimostrerò erroneo in una Nota successiva.

Ammesso o no si tratti di dimorfia, mancando dati sperimentali sicuri si potrebbe sempre immaginare che uno dei due corpi avesse la formola doppia di quella dell'altro; ma siccome i loro punti di fusione differiscono di poco, potrebbe sembrare più probabile che tutte e due le modificazioni avessero la formola doppia, nelle condizioni in cui si manifestano, e fossero stereoisomere, allo stesso modo delle ossime e degli acidi maleico e fumarico, per la trivalenza dell'iodio:

$$\begin{array}{l} \mathrm{I-Cl} \\ \| \\ \mathrm{I-Cl} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{l} \mathrm{Cl-I} \\ \| \\ \mathrm{I-Cl} \end{array}$$

Come si vede quindi, questo e tutti i così detti casi di polimorfia sono delle questioni che meritano di richiamare tutta l'attenzione dei chimici, essendo insufficiente per spiegarli a priori qualunque interpretazione e tanto meno una parola.

Io ho cercato anzitutto di determinare delle due modificazioni il peso molecolare in soluzione nell'ossicloruro di fosforo (5), solvente che per il suo

(1) Ber. deut. Ch. Gesell. XXVI (1893) 368 Ref.

(2) Zeits. phys. Ch. X, 188 (1892).

(3) Grundlinien der anorg. Ch., 245.

(4) Grundlinien der anorg. Ch., 292.

(5) È noto per le interessanti ricerche di Wyrouboff (Bull. Soc. Ch. 1901, 110) che il solfato di sodio anidro nelle modificazioni α e γ, disciolto in acqua e riprecipitato immediatamente con alcool dà rispettivamente solfato decaidrato e thenardite; mentre se si lascia passare qualche tempo prima di aggiungere l'alcool, le due soluzioni non si distinguono più, e da tutte e due precipita con l'alcool il sale decaidrato. Ciò dimostra che anche nei casi di modificazioni polimorfiche molto instabili nel primo istante della soluzione si conserva talvolta in tutto o in parte la differenza nell'aggruppamento molecolare, dalla quale dipende l'esistenza delle due forme; differenza che nel caso in cui si tratti di polimeria e si possa evitare ogni reazione secondaria col solvente, noi possiamo riuscire a svelare col metodo crioscopico.

punto di congelamento — 1°,782 (1) si prestava anche per ICl_3 ed inoltre ho voluto studiare il loro comportamento impiegandoli come solventi.

1°) *Modificazione* α. — Feci uso del prodotto fornitomi dalla fabbrica Kahlbaum, e lo purificai facendolo fondere e quindi cristallizzare lentamente, agitando, in bagno a 26°. La parte rimasta liquida veniva decantata e su quella cristallizzata ripeteva l'operazione per due o tre volte. Cristallizzava a 27°,165.

Nell'adoperarlo l'aggiungeva al solvente in pezzi cristallizzati. Ecco i valori ottenuti:

In ossicloruro di fosforo.

Concentraz.	Abbass. punto cong.	Peso molecolare
2,2544	0°,922	168,71
5,2850	2,255	161,71
8,7188	3,710	162,15

per ICl si calcola p. m. = 162,30.

Se si aggiungono a questi risultati il comportamento del monocloruro di iodio con l'acqua e l'assenza di sali doppî nei quali esso si presenti con la molecola I_2Cl_2, sarà rimosso ogni dubbio che i valori ottenuti, corrispondenti alla molecola ICl, si debbano attribuire a scissione ionica che intervenga nella soluzione in

$$\begin{matrix} I \\ Cl \end{matrix} > I \quad - \quad Cl$$

contrariamente a quanto dimostrerò nella Nota successiva per il tricloruro di iodio. Possiamo quindi ritenere dimostrato che la molecola del monocloruro di iodio α in soluzione sia ICl.

Impiegando il monocloruro di iodio α come solvente, eseguii esperienze con iodio e tetraclorometane, quest'ultimo preparato puro col metodo descritto da E. Serra (2).

I risultati ottenuti sono i seguenti:

Iodio in ICl α.

Concentrazione	Abbass. punto cong.	Costante
3,3109	1°,001	76,79
4,9193	1,673	86,38
7,6157	2,893	96,48
10,7127	4,373	103,68
11,3783	4,911	109,63

(1) Nella mia nota precedente, pubblicata in questi Rendiconti, pag. 453, fu omesso per errore il segno —.

(2) Gazz. Ch. ital., XXIX (1899), II, 353.

Tetraclorometane in I Cl α.

0,4318	0°,300	106,9
0,9620	0, 623	103,6
1,4164	1, 025	111,4
1,8521	1, 205	100,03
3,9543	2, 277	88,6
4,5579	2, 563	86,6

Stortenbeker (1) trovò che il calore latente di fusione per I Cl α è 16,42. Usando la nota formola di Van t'Hoff per calcolare la costante si ha:

$$\frac{0{,}02\,(273 + 27{,}165)^2}{16{,}42} = 109{,}74$$

Mentre dunque nelle soluzioni di iodio col crescere della concentrazione ci avviciniamo al valore teorico, con quelle di tetraclorometane avviene il contrario.

2°) *Modificazione* β. — Tutti i tentativi eseguiti per potere disporre di questa modificazione e determinarne il peso molecolare in ossicloruro di fosforo non solo non mi condussero allo scopo desiderato, ma m'indussero a rinunziarvi, almeno per ora.

Dopo circa sei ore di lavoro nelle quali ho potuto eseguire un numero grandissimo di cristallizzazioni del protocloruro fuso, partendo da quello distillato di recente, e per un maggior numero di prove dalla modificazione α fusa e riscaldata a bagno di 40-50°, seguendo tutte le prescrizioni date da Stortenbeker, una volta soltanto riuscii ad ottenerla, con sosta del termometro a 13°,92 durante la cristallizzazione; ma mentre mi accingeva in fretta a preparare il crioscopo con l'ossicloruro per determinarne il peso molecolare, dopo pochi secondi il mercurio del termometro ritornò a salire e raggiunse subito 27°,2.

Se così rapidamente avveniva la trasformazione nella calma, come mai si poteva sperare di evitarla nelle manipolazioni necessarie per pesare, versare e far disciogliere la sostanza?

Nè migliore fortuna incontrai nell'esperienze nelle quali cercai d'impiegare questa modificazione β come solvente: lavorando due giorni, per circa otto ore in ciascuno e due persone con due crioscopi, quello ordinario di Beckmann, al quale attendeva io per le determinazioni, e un altro piccolissimo col quale sperava di poter preparare la sostanza per gl'innesti, affidato ad un mio assistente, soltanto una volta per ciascuno abbiamo avuto il piacere di

(1 L. c.

constatarne la formazione; ma in tutti e due i casi si trasformò subito nella modificazione α.

Debbo notare però che la temperatura dell'ambiente del mio laboratorio oscillava tra 20-25° e forse a questo fatto deve attribuirsi la maggiore difficoltà nella formazione; mentre Stortenbeker lavorava in inverno, come ho detto, ed in climi nordici. Attenderò anch'io l'inverno per ripetere queste ultime esperienze, quantunque qui non sia mai rigido e raramente si abbiano temperature inferiori a 10° e quasi mai a 0° (1).

Intanto i risultati ottenuti con la modificazione α risolvono una parte della quistione.

Difatti, poichè essa nelle soluzioni in ossicloruro di fosforo mostra un peso molecolare corrispondente alla formola semplice I Cl, ed inoltre ha un punto di fusione superiore alla modificazione β, sarebbe assurdo ammettere che in soluzione quest'ultima avesse un peso molecolare doppio.

Si può concludere quindi, quasi con certezza, che in soluzione le due varietà α e β hanno molecola semplice, e così essendo, non potendo dare origine ad isomeria, bisogna ammettere anche che in questa condizione le loro molecole siano del tutto identiche.

Lo studio parallelo che ho incominciato delle due modificazioni come solventi e le ricerche capillarimetriche col metodo di Eötwös (2) e Ramsay e Schields (3), che sono costretto a rimandare al nuovo anno accademico, ci diranno se la polimerizzazione avvenga quando il monocloruro di iodio assume lo stato liquido e se è identica per le due forme.

(1) Tanatar (l. c.) constatò la medesima grande difficoltà di formazione di ICl_3 e l'attribuì alla presenza di ICl_3 nel monocloruro di iodio che impiegava. Ma il fatto che egli crede di aver eliminato ICl_3 dal monocloruro con una prolungata ebollizione, toglie ogni valore alla sua ipotesi, perchè è noto che il monocloruro di iodio alla sua temperatura d'ebollizione dà sempre ICl_3 e I_2 (Gazz. chim. it. XXIX, 352). Diversa quindi è la causa per la quale una prolungata ebollizione del monocloruro facilita la formazione di ICl_3. È interessante l'osservazione da lui fatta che ICl_3 conservato in tubi chiusi diventa molto stabile.

(2) Wied. Ann. *27*, 432.

(3) Zeit. phys. Ch. *12*, 433 (1893). Journ. chem. Soc. *63*, 1191.

ELEZIONI DI SOCI

Colle norme stabilite dallo Statuto e dal Regolamento, si procedette alle elezioni di Soci e Corrispondenti dell'Accademia. Le elezioni dettero i risultati seguenti per la Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali:

Furono eletti Soci nazionali:

Nella Categoria I, per la *Matematica*: Pincherle Salvatore e Segre Corrado.

Nella Categoria II, per la *Cristallografia e Mineralogia*: Spezia Giorgio.

Nella Categoria IV, per la *Botanica*: Mattirolo Oreste; per l'*Agronomia*: Pirotta Romualdo.

Furono eletti Corrispondenti:

Nella Categoria I, per la *Matematica*: Capelli Alfredo e Castelnuovo Guido; per la *Geografia matematica e fisica*: Cagni Umberto.

Nella Categoria II, per la *Fisica*: Macaluso Damiano.

Nella Categoria IV, per l'*Agronomia*: Cuboni Giuseppe.

Furono inoltre eletti Soci stranieri:

Nella Categoria I, per la *Matematica*: Picard Emilio; per l'*Astronomia*: Pickering Edoardo.

Nella Categoria II, per la *Fisica*: Langley Samuele; per la *Chimica*: Van t'Hoff Jakob Heinrich; per la *Cristallografia e Mineralogia*: Rosenbusch Karl Harry Ferdinand.

Nella Categoria III, per la *Geologia e Paleontologia*: Walcott Carlo.

Nella Categoria IV, per la *Fisiologia*: Engelmann Teodoro e Richet Carlo.

L'esito delle votazioni fu proclamato dal Vicepresidente con Circolare del 15 luglio 1901; e le elezioni dei Soci nazionali e dei Soci stranieri furono sottoposte all'approvazione di S. M. il Re.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona; la Società Reale di Londra; la R. Società zoologica di Amsterdam; la Società geologica di Manchester; la Società di scienze naturali di Emden; la Società zoologica di Tokyo; la R. Scuola navale superiore di Genova; l'Istituto Teyler di Harlem; Il Museo britannico di Londra; l'Università di Aberdeen.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 4 agosto 1901.

Botanica. — *Intorno all'avvizzimento dei germogli del Gelso* [1]. Nota preliminare del Socio Giovanni Briosi e di Rodolfo Farneti.

Da parecchi anni una malattia grave danneggia fortemente la produzione della foglia dei gelsi, che decima e dimezza; e minaccia anche la vita delle piante che intristisce e talora uccide.

Sopra di essa venne richiamata l'attenzione del nostro Laboratorio la prima volta nel 1892; di poi in quasi tutti gli anni successivi e da molte località: Lombardia, Emilia, Toscana, Marche, ecc.

Nel 1892 noi l'abbiamo descritta e disegnata col nome d'*avvizzimento dei germogli del gelso* [2], poichè si manifesta nei giovani germogli non appena hanno raggiunto pochi centimetri di lunghezza, che avvizzisce ed uccide, onde l'albero assume un'aspetto insolito con alcuni rami rivestiti regolarmente di fronde, ed altri con soli pochi getti distribuiti senza regola.

Noi, incerti sulla causa, opinammo allora che essa fosse da ricercarsi nell'influenza di agenti meteorici attesa la vasta ed improvvisa diffusione del male ed il suo manifestarsi dopo inverni crudi e con primavere irregolari; e parecchi altri studiosi che pure se ne occuparono, furono presso a poco dello stesso avviso.

In quest'anno la malattia ebbe una forte recrudescenza; nella scorsa primavera non era difficile vedere nella nostra provincia degli interi filari colpiti, con alberi che non avevano la ventesima parte dei germogli che nor-

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio Crittogamico di Pavia, luglio 1891.

(2) G. Briosi, *Rassegna Crittogamica pei mesi di aprile e maggio 1892*. In Bullettino di Notizie agrarie del Ministero d'Agr. Ind. e Comm., anno XIV (1892), n. 20, pag. 3.

malmente avrebbero dovuto sviluppare e con individui che a distanza sembravano addirittura morti, e che solo il saggio della corteccia dimostrava tuttora vivi.

Il male si manifesta, o col mancare lo sviluppo delle gemme, o coll'avvizzimento dei germogli dopo pochi giorni di vita.

Il suo procedere non è punto uniforme; alcune volte le gemme che mancano ed i germogli che abortiscono trovansi nel mezzo del ramo; più spesso alla base, e talora sono distribuiti lungo tutto il ramo con alternanza irregolare.

Il ramo apparentemente sembra sano e ben sviluppato, ma se lo si esamina attentamente, si scoprono attorno ad una od a più gemme delle *areole* più o meno allungate ed ellittiche ove la corteccia è depressa e necrotizzata, d'un color bruno-violaceo o livido. Queste areole che hanno sempre per centro una gemma si allungano nel senso dell'asse del ramo, così da interessare ed invadere due o più internodî; talvolta invece rimangono corte e si allargano maggiormente nel senso trasversale, riescendo a girare tutto il ramo; nel secondo caso la parte soprastante all'areola muore.

Le gemme poste nel centro delle areole nella primavera non si muovono, sono morte; quelle dei nodi contigui, specie superiori, sviluppano bensì i germogli, ma essi generalmente ben presto si arrestano, avvizziscono e seccano. I germogli avvizziscono altresì in nodi lontani ed indipendenti da qualsiasi areola ed in rami apparentemente sani come verrà spiegato più avanti.

Le areole necrotizzate sono spesso alla base del ramo, ma talora, come si è detto, anche sparse nel ramo, onde è che germogli avvizziti possono trovarsi lungo tutto il ramo frammisti ai rigogliosi e sani.

I rami ammalati hanno per lo più un'anno d'età, ma non vanno immuni dal male quelli di due, tre e anche più anni; ed è ciò in rapporto col sistema di potatura.

Se si vanno a notomizzare le dette areole che circondano le gemme ammalate, si trova che i loro tessuti sono morti sino al legno ed oltre ancora, che la necrosi spesso si estende anche al di là dei limiti esterni delle areole e si espande nel cambio e nei tessuti che lo circondano talora sino alle gemme contigue.

Esaminando poi al microscopio i tessuti delle gemme esternamente sane e lontane dalle areole infette, si trova che mentre alcune non presentano alterazione di sorta, altre invece mostrano già tessuti alterati e inizi di necrosi, la quale parte dalla cicatrice della foglia dell'anno antecedente, o dal seno formato dalla cicatrice colla gemma ascellare, od anche dall'interno delle perule della gemma stessa e scende di frequente più o meno profondamente sino alla regione cambiale.

Tanto i tessuti delle areole di già formate come quelli di tutte le parti necrotizzate, comprese le appena imbrunite sottostanti alle gemme apparen-

temente sane, li abbiamo trovati invasi da un micelio che percorreva, riempiva il tessuto ammalato e s'infiltrava altresì attraverso il cambio nelle parti sane. Sulla superficie poi di molte di queste areole, anzi di quasi tutte quelle che noi abbiamo esaminate, e sono molte centinaia, prima o poi fanno capolino ed erompono di sotto l'epidermide degli acervoletti d'un color mattone, che l'analisi ci ha dimostrato essere dovuti al *Fusarium lateritium* Nees.

Noi abbiamo distaccato dai tessuti sottostanti ad areole prive d'acervoletti fruttiferi delle porzioni del detto micelio sterile; le abbiamo messe in mezzi opportuni, entro sostanze nutritizie adatte, e dopo qualche giorno abbiamo visto il detto micelio riprodurre le spore del *Fusarium*. L'esperimento fu più volte rinnovato col micelio di diverse areole e sempre con identico risultato. Si sono ripetute di tali culture con micelio preso da porzioni di tessuti di gemme esternamente sane e con semplice inizio di necrosi interna; si ottennero egualmente le spore del *Fusarium*.

Abbiamo altresì preso delle spore di *Fusarium* direttamente dagli acervoli e le abbiamo coltivate colle stesse precauzioni e nelle condizioni identiche delle porzioni di micelio sopra indicate. Esse hanno germinato rapidamente (in media in 10 ore) sviluppando un abbondante micelio, il quale dopo pochi giorni ha cominciato a produrre corimbi di spore di *Fusarium* del tutto simili a quelle avute dalle colture del micelio. Di tali colture ne abbiamo fatte anche sopra vetri porta-oggetti, onde seguire lo sviluppo del fungo al microscopio.

D'altra parte noi abbiamo preso le spore formatesi in queste colture, e dopo averle opportunamente moltiplicate ne abbiamo infettate gemme sane; il male si è riprodotto, cioè dopo qualche tempo un micelio era penetrato nella gemma e la necrosi dei tessuti era in essa cominciata.

Altrettanto abbiamo fatto colle spore del *Fusarium* raccolte direttamente sui rami ammalati e siamo riusciti altresì a riprodurre l'infezione. Per accidenti sopravvenuti negli alberi nei quali si facevano gli sperimenti abbiamo perduto i resultati di parecchie sperienze che rimasero interrotte, però da prove d'inoculazione rimaste, fatte con aghi sterilizzati e spore di *Fusarium*, si ebbero riprodotte anche le areole caratteristiche attorno ai fori d'infezione. Sembra a noi, quindi, fuori dubbio che il *Fusarium lateritium*, il quale in condizioni ordinarie vive da saprofita su rami secchi od in via di decomposizione tanto del Gelso, che della Robinia, dei Salici, delle Betule ecc., date speciali ed opportune condizioni, possa comportarsi anche come un vero parassita. Infatti il suo micelio può penetrare e svilupparsi entro tessuti vivi, determinando la morte di gemme, di germogli e di rami interi.

Come le spore del *Fusarium* trovino condizioni opportune per germinare nel lattice della pianta stessa, come il suo micelio riesca a penetrare nelle gemme dei rami, come il male facilmente si diffonda, quali rapporti la sua diffusione abbia col metodo barbaro di sfogliatura che si pratica in molte

regioni e quali dovrebbero essere a mente nostra le pratiche da seguire per difendersi da tanto malanno, è ciò che esporremo nella Memoria *in extenso* che daremo alla luce, illustrata da disegni e fotografie, non appena compiute le osservazioni e le esperienze in corso.

Prima di chiudere la presente Nota, crediamo opportuno riportare qui sotto le diagnosi di tre fungilli nuovi che abbiamo quasi costantemente trovati sulle cicatrici dei rami in corrispondenza alle foglie cadute.

Se e quali rapporti questi microrganismi abbiano colla malattia di cui ci occupiamo o con qualcuna delle altre che affliggono il Gelso, noi ora non possiamo dire; anche per essi gli studî continuano e matureranno forse nella ventura primavera.

Phoma pyriformis n. sp.

Peritheciis sparsis vel leniter gregariis, minimis, bruneis, membranaceis, basi peridermio insculptis, pyriformibus, in ostiolum breve conicum productis, 40-51 × 44-62 μ diam.; *sporulis oblongo-elipticis, hyalinis*, 4-5, × 1, 5-2 μ; *basidiis hyalinis, suffultis*, 5-6 μ *longis.*

Hab. in cicatricibus foliorum in ramulis vivis Mori albae: Papiae 1901.

Phoma cicatriculae n. sp.

Peritheciis sparsis, bruneis, membranaceis, immersis, globosis vel globoso-depressis, 111-120 μ diam.; *sporulis elipticis, hyalinis* 2,3 × 4,5 μ; *basidiis hyalinis*, 10-12 μ *longis.*

Hab. in cicatricibus foliorum, in ramulis vivis Mori albae: Papiae 1901.

Coniothyrium Mororum n. sp.

Peritheciis sparsis, pallido-bruneis, membranaceis, basi peridermio insculptis, globosis, papillatis, ostiolatis, 100-222 μ diam.; *sporulis elliptico-oblongis*, 7, 5-10 × 3, 5 μ, *luteolis.*

Hab. in cicatricibus foliorum in ramulis vivis Mori albae; Papiae 1901.

Matematica. — *Intorno ad alcune corrispondenze per proiezione delle superficie.* Nota del dott. Ugo Grassi, presentata dal Socio Bianchi.

È noto, e facilmente verificabile, che una quadrica Q si proietta da un ombelico O su di un piano π parallelo al piano tgente in O in modo tale che le sue linee coniugate abbiano per imagine linee ortogonali di π. Viceversa: se una superficie S è con la sua proiezione piana da un punto O in una corrispondenza tale che le sue linee coniugate abbiano per imagine linee ortogonali del piano π di proiezione, la S è una quadrica, avente in O un ombelico ed in esso un piano tgente parallelo a π.

Infatti: posta in O la origine e π essendo definito da

$$z = h \quad (h = \text{cost}),$$

e la S da

$$z = z(x\,y),$$

un punto di S verrà a proiettarsi in

$$x' = h\frac{x}{z(xy)} \quad y' = h\frac{y}{z(xy)} \quad z' = h.$$

e, in forza della corrispondenza stabilita, devesi avere

$$E : F : G :: r : s : t,$$

essendo su π $ds^2 = E dx^2 + 2F\,dx\,dy + G dy^2$, ed $r\,s\,t$ i simboli di Monge per le derivate seconde di $z(xy)$. Ossia, indicata con μ una funzione di xy, devesi avere

$$(1) \qquad \begin{cases} \mu r = z^2 - 2xpz + p^2(x^2 + y^2) \\ \mu s = z(qx + py) - pq(x^2 + y^2) \\ \mu t = z^2 - 2yqz + q^2(x^2 + y^2). \end{cases}$$

Se però noi poniamo

$$u = \frac{x^2 + y^2}{z}$$

si ha

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{(2z - (x^2 + y^2)\,r)\,z^2 - 2z\,p(2xz - (x^2 + y^2)\,p)}{z^4} =$$

$$= -\frac{u}{z}\,r + \frac{2}{z^3}\,(z^2 - 2xpz + p^2(x^2 + y^2))$$

dalla quale, unita alle analoghe per $\frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y}$ $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$, tenuto conto delle (1) si ha

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \left(2\frac{\mu}{z^3} - \frac{u}{z}\right) r \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} = \left(2\frac{\mu}{z^3} - \frac{u}{z}\right) s \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x\,\partial y} = \left(2\frac{\mu}{z^3} - \frac{u}{z}\right) t.$$

Ossia r, s, t differiscono dalle analoghe derivate seconde di u per un fattore di proporzionalità k, che (come si dimostra con semplici calcoli di derivazione) deve essere costante, a meno che $rt - s^2$ non sia nullo. Il caso $rt - s^2 = 0$ porta alla soluzione ovvia $z = \text{cost}$. Escluso questo caso, la fun-

zione $u - kz$ ha tutte le derivate seconde nulle, ossia è lineare in x, y e quindi

$$x^2 + y^2 - kz^2 = z(ax + by + c);$$

e ciò dimostra il teorema.

Se il centro di proiezione si allontanasse a distanza infinita nella direzione dell'asse delle z, dovremmo integrare il sistema

$$1:0:1 :: r:s:t,$$

da cui in primo luogo si ha

$$z = f_1(x) + f_2(y)$$

ed in seguito

$$z = a(x^2 + y^2) + bx + cy + d;$$

la superficie è un paraboloide segato dai piani $z = \text{cost}$ in sezioni circolari; e ciò rientra, come caso limite, nel teorema generale. La espressione del teorema diretto ed inverso precedentemente enunciato mi venne fatta conoscere dal prof. Luigi Bianchi.

Ci proponiamo ora la seguente questione: Quali superficie S possono proiettarsi in modo conforme su altre superficie S′?

Posto il centro di proiezione nella origine, se $z = z(xy)$ è la equazione di S, il punto di S′ imagine del punto (xyz) di S sarà

$$x' = \varrho x \qquad y' = \varrho y \qquad z' = \varrho z$$

ed avremo

$$\mathrm{E} = 1 + p^2 \qquad \mathrm{F} = pq \qquad \mathrm{G} = 1 + q^2$$

$$\mathrm{E}' = (x^2 + y^2 + z^2)\left(\frac{\partial \varrho}{\partial x}\right)^2 + 2\varrho(x + pz)\frac{\partial \varrho}{\partial x} + \varrho^2(1 + p^2)$$

$$\mathrm{F}' = (x^2 + y^2 + z^2)\frac{\partial \varrho}{\partial x}\frac{\partial \varrho}{\partial y} + \varrho(x + pz)\frac{\partial \varrho}{\partial y} + \varrho(y + qz)\frac{\partial \varrho}{\partial x} + \varrho^2 pq$$

$$\mathrm{G}' = (x^2 + y^2 + z^2)\left(\frac{\partial \varrho}{\partial y}\right)^2 + 2\varrho(y + qz)\frac{\partial \varrho}{\partial y} + \varrho^2(1 + q^2)$$

Notiamo poi che in forma analitica il problema propostoci è quello di risolvere il sistema

$$\mathrm{E}:\mathrm{F}:\mathrm{G} :: \mathrm{E}':\mathrm{F}':\mathrm{G}',$$

ossia: posto

$$k = \lg \varrho \qquad \mathrm{R} = \lg (x^2 + y^2 + z^2)$$

quello della risoluzione del sistema

$$(2)\qquad \begin{cases} \mu(1+p^2)=\dfrac{\partial k}{\partial x}\left(\dfrac{\partial k}{\partial x}+\dfrac{\partial R}{\partial x}\right) \\ 2\mu pq \quad =\dfrac{\partial k}{\partial x}\left(\dfrac{\partial k}{\partial y}+\dfrac{\partial R}{\partial y}\right)+\dfrac{\partial k}{\partial y}\left(\dfrac{\partial k}{\partial x}+\dfrac{\partial R}{\partial x}\right) \\ \mu(1+q^2)=\dfrac{\partial k}{\partial y}\left(\dfrac{\partial k}{\partial y}+\dfrac{\partial R}{\partial y}\right). \end{cases}$$

La ipotesi che μ o una delle $\dfrac{\partial k}{\partial x}\ \dfrac{\partial k}{\partial y}$ siano nulle porta per conseguenza

$$\frac{\partial k}{\partial x}=0 \qquad \frac{\partial k}{\partial y}=0 \qquad \text{oppure} \qquad \frac{\partial k}{\partial x}+\frac{\partial R}{\partial x}=0 \qquad \frac{\partial k}{\partial y}+\frac{\partial R}{\partial y}=0\,.$$

Nel primo caso, essendo $k=\text{cost}$, si avrebbe una similitudine e nel secondo una inversione per raggi vettori reciproci. Esclusi questi due casi dalle (2) ricaviamo

$$2pq=\frac{\partial k}{\partial y}\,\frac{1+p^2}{\dfrac{\partial k}{\partial x}}+\frac{\partial k}{\partial x}\,\frac{1+q^2}{\dfrac{\partial k}{\partial y}},$$

ossia

$$(3)\qquad \left(\frac{\dfrac{\partial k}{\partial x}}{\dfrac{\partial k}{\partial y}}\right)^2(1+q^2)-2pq\,\frac{\dfrac{\partial k}{\partial x}}{\dfrac{\partial k}{\partial y}}+(1+q^2)=0$$

da cui

$$\frac{\dfrac{\partial k}{\partial x}}{\dfrac{\partial k}{\partial y}}=\frac{pq\pm\sqrt{-1-p^2-q^2}}{1+q^2}.$$

Dividendo poi la prima per la terza delle formole (2) ottengo

$$(4)\qquad \frac{\dfrac{\partial k}{\partial x}+\dfrac{\partial R}{\partial x}}{\dfrac{\partial k}{\partial y}+\dfrac{\partial R}{\partial y}}=\frac{1+p^2}{1+q^2}\,\frac{1+q^2}{pq\pm\sqrt{-1-p^2-q^2}}=\frac{pq\mp\sqrt{-1-p^2-q^2}}{1+q^2}.$$

Notiamo intanto come la (3) o la (4) indifferentemente ci forniscono il teorema:

L'unico caso in cui una superficie reale S *può proiettarsi in modo conforme su di un'altra* S′ *pure reale si verifica quando* S′ *sta con la* S

in relazione di similitudine o d'inversione per raggi vettori reciproci rispetto al centro di proiezione.

Passando al campo imaginario dalle (3) e (4) otteniamo

$$\frac{\partial k}{\partial x} = \frac{(1+p^2)\frac{\partial R}{\partial y} - pq\frac{\partial R}{\partial x}}{\mp 2i\sqrt{1+p^2+q^2}} - \frac{\partial R}{\partial x} = \frac{E\frac{\partial R}{\partial y} - F\frac{\partial R}{\partial x}}{\mp 2i\sqrt{EG-F^2}} - \frac{\partial R}{\partial x}$$

$$\frac{\partial k}{\partial y} = \frac{(1+q^2)\frac{\partial R}{\partial x} - pq\frac{\partial R}{\partial y}}{\mp 2i\sqrt{1+p^2+q^2}} - \frac{\partial R}{\partial y} = \frac{G\frac{\partial R}{\partial x} - F\frac{\partial R}{\partial y}}{\mp 2i\sqrt{EG-F^2}} - \frac{\partial R}{\partial y}$$

e le condizioni d' integrabilità per il binomio $\frac{\partial k}{\partial x}dx + \frac{\partial k}{\partial y}dy$ ci danno per per la S la nota equazione differenziale

$$\frac{\partial}{\partial x}\cdot\frac{G\frac{\partial R}{\partial x} - F\frac{\partial R}{\partial y}}{\sqrt{EG-F^2}} + \frac{\partial}{\partial y}\cdot\frac{E\frac{\partial R}{\partial y} - F\frac{\partial R}{\partial x}}{\sqrt{EG-F^2}} = 0$$

essa ci dice che:

Condizione necessaria e sufficiente perchè una superficie S *ammetta, oltre alle proiezioni per similitudine ed a quelle per inversione reciproca, altre proiezioni conformi su superficie* S′ *(imaginarie se la* S *è reale), è che le sfere aventi il centro nel punto di proiezione segnino sopra* S *un sistema isotermo di linee ed il logaritmo della distanza di un punto variabile della superficie dal centro di proiezione sia parametro d'isometria.*

In tale caso, ridotto l'elemento lineare di S alla forma isoterma

$$\lambda(dR^2 + d\Psi^2)$$

si avrà

$$k = \frac{\pm\Psi}{2i} - R \qquad \varrho = \frac{e^{\mp\frac{\Psi_i}{2}}}{x^2+y^2+z^2}.$$

Notiamo poi come se il centro di proiezione si allontana all' infinito da S, la serie di linee sferiche concentriche costituenti sistema isotermo sulla superficie S tendono a divenire linee piane parallele costituenti un sistema isotermo.

Trattiamo questo caso notevole per via diretta:

Assunta la z nella direzione della proiezione, siano $z = z(xy)$ e $\vartheta = \vartheta(xy)$ le equazioni delle superficie S ed S′; avremo

$$\mu(1+p^2) = 1 + \left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right)^2 \quad \mu pq = \frac{\partial\vartheta}{\partial x}\frac{\partial\vartheta}{\partial y} \quad \mu(1+q^2) = \left(\frac{\partial\vartheta}{\partial y}\right)^2 + 1$$

e da queste ricavasi facilmente

$$(\mu(1+p^2)-1)(\mu(1+q^2)-1)-\mu^2 p^2 q^2 = 0$$

ossia

$$\mu^2(1+p^2+q^2)-\mu(2+p^2+q^2)+1=0\,.$$

Questa equazione in μ è soddisfatta da $\mu = 1$ e $\mu = \frac{1}{1+p^2+q^2}$.

Trascurando la prima soluzione, che porta all'identità di S con S', abbiamo

$$\frac{\partial\vartheta}{\partial x} = \frac{\mp iq}{\sqrt{1+p^2+q^2}} \qquad \frac{\partial\vartheta}{\partial y} = \frac{\pm ip}{\sqrt{1+q^2+p^2}}$$

e le condizioni d'integrabilità mi portano alla nota equazione differenziale delle superficie minime. Da ciò ritroviamo indirettamente la proprietà caratteristica (Beltrami) delle superficie minime che si enuncia: *In ogni superficie minima le sezioni fatte con una serie di piani paralleli appartengono ad un sistema isotermo e la distanza di un piano variabile nella serie da un piano fisso è parametro d'isometria.*

Fisica. — *Sul volume specifico dei liquidi a pressione infinitamente grande.* Nota del prof. Stefano Pagliani, presentata dal Socio Blaserna.

O. Tumlirz in una Memoria sulla legge di compressibilità dei liquidi (1) deduce dalla nota equazione di Van der Waals, ridotta alla sua forma più semplice per il caso d'un vapore molto rarefatto:

1) $$p(v-a) = \mathrm{RT}$$

due espressioni, l'una del coefficiente di compressibilità dei liquidi, l'altra della variazione di volume specifico colla pressione, in funzione del peso molecolare della sostanza.

Dalla precedente equazione infatti si ha:

$$\frac{1}{v}\left(\frac{\delta v}{\delta p}\right)\mathrm{T} = -\frac{(v-a)^2}{\mathrm{RT}v}$$

(1) Sitzungsberichte d. Kais. Akad. d. Wissenschaften. Wien, Band CIX, anno 1900.

Quindi considerando che i pesi molecolari stanno in ragione inversa delle costanti R, e che per l'idrogeno R = 422.612, si deduce in generale:

$$R = \frac{845.224}{m}$$

essendo m il peso molecolare. Sostituendo nella precedente ed esprimendo la pressione in atmosfere si deduce:

$$2) \qquad -\frac{1}{v}\left(\frac{\delta v}{\delta p}\right)_T = 12.225\, m \frac{(v-a)^2}{Tv}$$

Se ora si considera la compressione di un gas perfetto quale quello che ha per equazione di elasticità 1), ed indichiamo con v_1 e v_n rispettivamente i volumi specifici iniziale e finale alle pressioni p_1 e p_n, dalla 1), introducendo il peso molecolare m, ed esprimendo le pressioni in atmosfere, si ricava:

$$v_1 - v_n = 12.225\, m \frac{(p_n - p_1)(v_1 - a)}{T}(vn - a)$$

Dai confronti fatti coi dati sperimentali, Tumlirz dedusse che, dando valori convenienti ad a, la 2) e la 3) possono anche rappresentare le leggi della compressione dei liquidi.

La 2) sarebbe l'espressione del coefficiente di compressibilità dei liquidi e la 3) ci fornisce il significato della costante a. Quanto maggiore è p_n, tanto minore è v_n; crescendo p_n allo infinito, v_n si avvicina al valore limite di a. Quindi a rappresenterebbe il volume espresso in metri cubi acquistato da un chilogrammo di liquido sottoposto ad una pressione infinitamente grande.

Il Tumlirz confrontò i valori dei coefficienti di compressibilità, ottenuti dai diversi sperimentatori per l'acqua, il solfuro di carbonio, il mercurio, gli alcoli metilico, propilico e amilico, e la benzina, con quelli calcolati colla sua espressione, dando ad a un valore costante per tutte le temperature per un dato liquido.

In realtà non si osserva in questi confronti una concordanza sempre soddisfacente fra i valori calcolati e quelli osservati, e le differenze in parecchi casi sono abbastanza notevoli, per cui non si potrebbe considerare come applicabile in ogni caso la sopra data espressione del coefficiente di compressibilità.

La ragione, secondo me, sta in ciò che non si può assumere per a un valore costante per tutte le temperature. In primo luogo dalla 2), indicando

con μ il coefficiente di compressibilità, si deduce per espressione di a:

$$a = v - \sqrt{\frac{T v \mu}{12.225\, m}}$$

Ora in tutti i termini di questa espressione entrano una o più grandezze funzioni della temperatura, quindi necessariamente a deve essere funzione della temperatura, e si potrebbe per ciascun liquido, di cui fu studiata sperimentalmente la dilatazione e la compressibilità, dare la forma di tale funzione.

In secondo luogo, se si considera a come il volume assunto dalla unità di peso di un liquido sotto pressione infinitamente grande, e che il coefficiente di compressibilità dei liquidi in generale diminuisce al crescere della pressione, mentre il volume specifico aumenta colla temperatura, si comprende come il volume specifico assunto sotto pressione infinitamente grande dovrebbe essere in generale relativamente maggiore a temperature maggiori. Soltanto per il caso di un liquido il cui coefficiente di compressibilità aumentasse molto rapidamente colla temperatura, potrebbe avvenire che il valore di a diminuisse al crescere della temperatura, ciò che appunto si verifica per l'etere etilico, come si dirà ancora in seguito.

Ho perciò calcolato i valori di a per i diversi liquidi, per i quali altra volta avevo studiata la compressibilità [1] ed ho trovato appunto che il valore di a, quantunque varii assai poco, tuttavia cresce in generale colla temperatura.

Per i valori dei coefficienti di compressibilità ho assunto quelli corretti [2], partendo dal valore del Grassi per la temperatura di 1°,5, invece che per quella di 0°, dietro l'osservazione fatta dal Tait [3]. Per i volumi specifici mi sono servito dei dati e formole di sperimentatori diversi, e che furono già indicate nelle mie pubblicazioni precedenti [4].

Nelle tabelle seguenti nella prima colonna sono indicate le temperature, nella seconda i volumi specifici, nella terza i coefficienti di compressibilità riferiti alla pressione d'un'atmosfera, nella quarta i valori di a.

Per l'acqua sono riportati, oltre le suddette grandezze, anche i valori dei coefficienti di compressibilità calcolati colla espressione del Tumlirz, assumendo per valore costante di a 0,00075295, per far vedere come essi non siano sempre concordanti coi risultati della esperienza.

[1] Pagliani e L. Palazzo, *Sulla compressibilità dei liquidi*. Memorie della R. Accademia dei Lincei, anno CCLXXXI. 1883-84.

[2] S. Pagliani, *Sulla compressibilità dei liquidi e sui loro coefficienti di tensione e calori specifici a volume costante*. Torino, Unione tipografico-editrice, anno 1890.

[3] *Report on the scientific results of the Voyage of H. M. S. Challenger 1888*, Part. IV. *Report on some of the Physical properties of Water*.

[4] S. Pagliani, loc. cit. e Atti della R. Accademia delle scienze di Torino. XX, 1884.

Acqua $m = 18$.

t	ν	$\mu \times 10^7$ osserv.	$\mu \times 10^7$ calc.	a
0°	0,00100013	521	495	0,00074573
10	100025	489	478	74947
20	100174	463	464	75323
30	100425	442	457	75703
40	100770	427	453	76030
50	101195	416	452	76337
60	101691	408	455	76634
70	102256	409	459	76723
80	102887	415	464	76715
90	103567	421	471	76748
100	104312	430	479	76738

Quantunque anche i valori calcolati colla espressione del Tumlirz indichino l'esistenza d'un minimo di compressibilità dell'acqua, la temperatura in cui cadrebbe non corrisponde a quella trovata sperimentalmente, ma ne differisce di una diecina di gradi in più.

I valori calcolati confermano anche non esistere alcun massimo di compressibilità fra 0° e 4°, come aveva creduto trovare il Grassi.

Come si vede, adottando un valore costante di a per tutte le temperature, la concordanza non è soddisfacente fra i valori calcolati e gli osservati.

Per gli altri liquidi non abbiamo creduto opportuno, per amore di brevità, di calcolare a per tutte le temperature, ma solo per le temperature estreme a cui fu determinata la compressibilità.

Benzene $m = 78$.

t	ν	$\mu \times 10^7$	a
20°	0,0011392	924	0,0009593
75	12230	1263	9855
	Tumlirz assunse $a = 0{,}0009577$		

Toulene $m = 92$.

0°	0,0011335	786	0,0009865
20	11577	887	9942
100	12716	1414	10274

Xilene $m = 106$.

0°	0,0011403	750	0,0010061
100	12671	1386	10422

Cimene $m = 134$.

0°	0,0011428	741	0,0010240
100	12557	1318	10616

Alcool etilico $m = 46$.

0°	0,0012407	986	0,0009970
68°,5	13408	1417	10011

Tumlirz assunse $a = 0{,}0010060$

Alcool propilico $m = 60$.

0°	0,0012191	874	0,0010199
99°,3	13641	1601	10311

Tumlirz assunse $a = 0{,}0010197$

Alcool isobutilico $m = 74$.

0°	0,0012251	898	0,0010429
100	13531	1668	10480

Alcool amilico $m = 88$.

0°	0,0012118	833	0,0010517
100	13429	1477	10807

Tumlirz assunse $a = 0{,}0010519$

Risulta in modo evidente dai precedenti valori come il valore di a tende in generale ad aumentare col crescere della temperatura.

Tuttavia abbiamo un liquido, l'etere etilico, per il quale dai dati sperimentali di G. P. Grimaldi (1), risulterebbe che a diminuisce coll'aumentare della temperatura. Per esso però abbiamo che l'incremento del coefficiente di compressibilità colla temperatura è molto più sensibile che per tutti i precedenti liquidi considerati, come risulta dalla tabella seguente:

Etere etilico $m = 74$.

t	ν	$\mu \times 10^7$	a
0°	0,0013565	1570	0,0011025
100	16312	4800	10622

Il massimo rapporto fra il coefficiente di compressibilità a 100° e quello a 0° per i liquidi sopra studiati non arriva a 2, mentre per l'etere è più di 3.

Una conseguenza interessante si può dedurre dal confronto dei valori di a per i liquidi qui studiati e per altri, ed è che sembra che questo volume

(1) Atti dell'Accad. Gioenia di Scienze naturali di Catania (1). 18. Anno 1885.

specifico minimo assunto da un liquido a pressione infinitamente grande, aumenti, a parità di condizione di temperatura, col crescere, diremo così, della complicazione della molecola del liquido. Questo si osserva non solo nelle singole serie degli idrocarburi e degli alcooli, ma si può dire in generale.

Di più, anche i prodotti $m\ a$, che sono numeri proporzionali ai volumi molecolari, e quindi pure i valori di $\sqrt[3]{ma}$, che sono proporzionali ai diametri delle molecole, staranno in relazione colla complicazione della molecola. Ciò risulterebbe dalla tabella seguente, dove nella prima colonna abbiamo indicato il numero degli atomi contenenti nella molecola, e nella seconda il peso molecolare.

	n	m	a	ma
Mercurio	1	200	0,00006798	0,013595
Acqua	3	18	0,00074573	0,013423
Solfuro di carbonio .	3	76	0,00064052	0,048680
Alcool etilico . . .	9	46	0,0009970	0,045862
» propilico . .	12	60	0,0010199	0,061194
» isobutilico . .	15	74	0,0010429	0,077175
» amilico . . .	18	88	0,0010517	0,092550
Etere etilico . . .	15	74	0,0011025	0,081590
Benzene	12	78	0,0009593	0,074825
Toluene	15	92	0,0009865	0,090758
Xilene	18	106	0,0010061	0,106647
Cimene	24	134	0,0010240	0,137216

Inoltre osserviamo che anche a parità di numero di atomi, ed essendo i volumi molecolari relativamente maggiori per gli idrocarburi considerati che per gli alcoli, i volumi specifici a pressione infinitamente grande riescano minori per i primi che i secondi.

Questo risultamento può trovare la sua spiegazione in ciò, che sulla diminuzione di volume specifico subita da un liquido per compressione devono influire, oltre che la grandezza della molecola e la sua struttura, anche le forze molecolari, le quali stanno in rapporto colla massa delle molecole. Quindi osserviamo che, a parità di numero di atomi, essendo il peso molecolare relativamente maggiore, anche con un volume molecolare corrispondente maggiore, i volumi specifici a pressione infinitamente grande riescono minori per gli idrocarburi che per gli alcoli, in questa Nota considerati.

Patologia vegetale. — *Una nuova forma di Botrytis parassita del Diospiros Kaki.* Nota del dott. Ugo Brizi, presentata dal Corrisp. Cuboni [1].

Da varî anni a questa parte ho avuto occasione di studiare, in diverse località, una malattia dei frutti del comune Kaki (*Diospiros Kaki*), la quale, avvertita da pochi, ha pur cagionato e cagiona danni considerevoli. Due anni fa tale malattia distrusse tutti i Kaki del giardino dell'avv. Boccardo, ed ha sempre, più o meno, infierito negli anni scorsi in varie località ed anche su alcune piante di Kaki coltivate nell'orto del R. Museo Agrario.

Il carattere con cui si appalesa in generale la malattia, si è la caduta dei grossi frutti, i quali, quando si avvicinano alla maturità, si distaccano dal calice, che resta aderente al picciuolo, mentre invece normalmente il grosso calice è persistente, ed è ben difficilmente separabile dal frutto se non a maturità perfetta. Questo precoce distacco è assai dannoso perchè, come è noto, nei nostri climi, il frutto dei Kaki difficilmente raggiunge la maturità fisiologica sulla pianta stessa, ma è uso dei coltivatori di staccarlo ancora verde tagliandone il picciuolo e facendo ai frutti compiere la maturazione nei magazzini, sulla paglia e sulle stuoie dal settembre fino al dicembre.

Condizione indispensabile per la maturazione del frutto si è appunto che il grosso calice non si distacchi da esso, giacchè se il calice viene distaccato si apre subito una soluzione di continuità corrispondente alla cicatrice lasciata dal distacco del calice, per cui bentosto l'intero frutto diventa bruno e si trasforma in una massa putrescente dapprima per opera del parassita, che ora descriverò, ed in seguito per opera di altri microrganismi ubiquitari e saprofitici che sopravvengono poi.

Il danno che la malattia può produrre è rilevante specialmente quando si consideri il prezzo relativamente alto che hanno i frutti del Kaki sul mercato, la necessità che hanno tali frutti di compiere la maturazione staccati dall'albero per un lungo periodo, durante il quale sono moltissimi i frutti che vanno perduti nei magazzini di conservazione e durante i trasporti, per questo speciale marciume poco noto ed attribuito dai negozianti e frutticultori alle solite muffe.

Infatti essi prendono le loro precauzioni contro quest'ultime giungendo, in certi casi persino alla sterilizzazione esteriore dei frutti, ma siccome il germe del parassita è già penetrato nell'interno, le precauzioni anche dispen-

[1] Ricerche eseguite nella R. Stazione di Patologia Vegetale.

diose sono inutili, mentre non sarebbe difficile prevenire in tempo utile questo danno.

Se si osservino i frutti di Kaki colpiti dalla malattia, ma non ancora caduti, si può vedere quasi sempre sollevando una delle quattro lacinie del calice persistente, che al di sotto di esse si manifesta una leggera muffa biancastra, che da principio si potrebbe confondere colla comune muffa (*Penicillium*) all'inizio del suo sviluppo.

Questi frutti così colpiti si distaccano con una leggerissima trazione dal grosso disco calicino, il che non avviene invece senza grande sforzo nei frutti sani nei quali, anzichè distaccarsi il calice, si spezza piuttosto il picciuolo.

Quando la malattia è più avanzata e che si è iniziata l'infezione del mesocarpio, è allora che il frutto si distacca naturalmente e diventa assolutamente inutilizzabile perchè immaturo e impossibile a salvare da una rapida putrefazione.

Molte volte i frutti sono attaccati dalla malattia assai tardi, nelle giornate piovose di settembre, e vengono raccolti e posti a maturare nei magazzini prima che, come ho detto, l'infezione sia tanto forte da farli cadere naturalmente, ma quando però al di sotto delle lacinie del disco calicino l'infezione siasi già prodotta.

È questo appunto il caso più comune per cui i frutti marciscono ugualmente sulla paglia, quantunque siano stati raccolti in apparenza perfettamente sani. Questo ho riscontrato assai frequentemente, giacchè nella maggior parte dei casi nei quali ho potuto studiare frutti marciti nei magazzini, la putredine era dovuta esclusivamente al fungillo che ora descriverò.

Ponendo i frutti appena attaccati dal male in camera umida e a temperatura di circa 26-28 gradi, la muffa bianca rapidamente si forma invadendo la polpa del frutto, il quale presenta dapprima delle macchie livide sull'epicarpio, le quali macchie s'infossano, finchè tutta la bacca si putrefà mandando un soavissimo odore etereo e coprendosi delle fruttificazioni del fungillo.

I guasti che produce il parassita nell'interno della polpa sono causati dall'enorme sviluppo del solo micelio, il quale emette più tardi dei rami conidiofori fitti e candidissimi.

Accade però talvolta, in qualche caso, nei frutti di Kaki conservati nei magazzini, che la putrefazione vera avvenga invece molto tardi e che il micelio del fungillo, vivendo nell'interno della polpa, da principio ne concentri i succhi senza farli marcire.

Il frutto allora presenta soltanto all'esterno delle macchie livide con qualche depressione dell'epicarpio, mentre il sapore non solo non è alterato, ma diventa dolcissimo e la polpa del frutto acquista un profumo tutto speciale. Accade cioè all'incirca, in quei frutti di Kaki in cui l'epicarpio sia

perfettamente integro, quello che avviene nell' Edelfaüle dell' uva invasa dalla *Botrytis cinerea*, nella quale la putredine è nobile finchè l' ambiente sia asciutto e non sianvi soluzione di continuità sull' epicarpio, mentre di nobile si fa ignobile quando l' ambiente diventi molto umido o quando per una ragione qualunque si produca una comunicazione coll' esterno.

Ma se l' Edelfaüle dell' uva si può arrestare a tempo voluto, perchè in tal modo se ne trae, come è noto, un vantaggio anzichè risentirne un danno, così non è di quella dei Kaki, giacchè lo stadio di putredine nobile, oltre ad essere meno frequente è anche molto meno duraturo, poichè l' epicarpio ben presto si screpola naturalmente e gli altri microrganismi, dapprima tenuti lontani dal fungillo parassita che predomina, invadono il campo e tutta la polpa del frutto marcisce. La rapidità di questa putrefazione è poi in funzione della temperatura, giacchè la *Botrytis* che cagiona questo speciale marciume rimane sola fino che perdura la temperatura non superiore ai 24-25°, ma se l' ambiente è molto caldo vi si sviluppano rapidamente molti microrganismi e sopratutto una muffa, il *Rhyzopus nigricans*.

Osservando al microscopio un po' della polpa invasa dal fungillo si vede il micelio, il quale è abbondantissimo, ramificato, septato, jalino, un po' varicoso, che non solo penetra negli spazî intercellulari, ma attraversa anche tutte le cellule non rispettando neppure gli idioblasti sclerosi, comportandosi in modo assai somigliante a quello delle altre *Botrytis*.

I rami conidiofori sono bianchissimi, eretti, ramificati, all' apice biforcati e portano dei conidî ovato-ellittici jalini e che non acquistano mai, insieme ai conidi la tinta grigio-cinerea che caratterizza la *Botrytis cinerea*, ma restano bianchissimi e costituiscono degli acervuli molto fitti.

Il fungillo differisce dalle affini *B. cinerea* e *B. vulgaris* per alcuni caratteri, perciò ho creduto opportuno farne una forma nuova che chiamerò provvisoriamente *Botrytis Diospiri* (1).

Quando il frutto del Kaki ha raggiunto un certo grado di decomposizione per opera del fungo, quando cioè l' epicarpio è rotto ed il frutto spaccato, specialmente se la temperatura si mantiene alquanto fresca, le massoline di micelio finiscono col coartarsi in piccoli glomeruli biancastri che sono l' inizio della formazione rapida di piccoli sclerozi tondeggianti, di forma un po' irregolare, dapprima giallastri, poi bruni ed infine neri, ma differenti da quelli della *Sclerotinia Fukeliana*, perchè non sono come questi ultimi di un color nero brillante e a superficie rugosa.

(1) Questa forma per i caratteri dell'estremità dei rami conidiofori acuti, pel colore delle ife appartiene al sottog. *Eubotrytis*, sez. *Albescentes* (Sacc., *Syll.*, IV, 116) e la diagnosi specifica è la seguente: *Caespitulis depresso-pulvinatis, albis, mucedineis, hyphis fertilibus hyalinis, ramoso furcatis, apice attenuatis, conidiis racemosis, ovato ellipsoideis hyalinis,* μ 8-10, « 6-8.

Per quanto io li abbia posti in cultura sulla sabbia umida, non mi riuscì di ottenere che formazioni di ife miceliari sterili, simili a quelli che li hanno prodotti; solo raramente ottenni la formazione di qualche ramo conidioforo, ma non riuscii ad avere dallo sclerozio alcuna forma ascofora, per cui resta dubbioso il genere a cui la forma conidiofora descritta debba riferirsi, quantunque per analogia di sviluppo, per somiglianza di struttura dello sclerozio si possa ritenere con tutta probabilità che trattisi di una *Sclerotinia*.

È un caso analogo a quello studiato da Sorauer per la *Botrytis cana*, così funestamente parassita dei bulbi di cipolla, il cui sclerozio, senza mai dare origine a forma ascofora, riproduce sempre forme miceliari e di rado rami conidiofori.

I conidî presi dai conidiofori in rigogliosa vegetazione sui frutti dei Kaki, germinano perfettamente sulle patate e sulle barbabietole, più stentatamente nella gelatina di brodo, ma in ogni caso finiscono col dar luogo ad uno sviluppo grandissimo di ife sterili che formano dei cuscinetti di muffa bianchissima. Rarissimamente si formano dei rami conidiofori, e dalle culture artificiali non mi è riuscito neppure di ottenere gli sclerozî.

La *Botrytis Diospiri* si comporta nel caso descritto senza dubbio come parassita, ma probabilmente è essa stessa incapace di penetrare nell'interno del frutto senza che una via qualunque di comunicazione siasi prodotta in qualche modo. Non è certo facile di determinare la via d'ingresso, ma è assai probabile che s'inizii la infezione appunto al disotto del disco calicino, giacchè il fungillo al principio della malattia, come ho detto, si trova sotto le lacinie del calice, il quale, a malattia avanzata, è invaso esso stesso dal micelio del fungillo che in qualche caso rinvenni, in frutti ancora immaturi, persino fra le cellule sclerose dell'ipoderma del grosso disco calicino. È probabile perciò che sia quella la via d'infezione e che non occorra una vera soluzione di continuità sull'epicarpio per opera di agenti esteriori (grandine, puntura d'insetti ecc.), come avviene per altre malattie infettive simili.

Infatti, se la temperatura si mantiene relativamente calda verso la fine di agosto, quando si notano i primi sintomi della malattia, e se ci concorra una certa umidità, al disotto delle lacinie del calice, si forma una vera camera umida ed oscura adattatissima alla germinazione delle spore del fungillo e quando il frutto comincia ad ingrossare ed a divenir pesante, non è difficile che lo scuotimento del vento possa produrre un principio di distacco del disco calicino che apra una comoda via d'ingresso al micelio del fungo.

In molti frutti di *Diospiros* staccati dalla pianta ancora immaturi e di apparenza perfettamente sana, ho cercato di riprodurre artificialmente la malattia, introducendo con un ago a siringa un po' di acqua distillata nella quale avevo previamente spappolato un po' di polpa presa da un frutto di Kaki fortemente infetto e perforando leggerissimamente i tessuti al disotto

del disco calicino con l'ago stesso. Non uno dei frutti così inoculati si salvò dalla putredine che avvenne con estrema rapidità, giacchè in qualcheduno dopo poche ore ad una temperatura di 26-28° cominciarono ad apparire macchie livide sull'epicarpio, come se i frutti stessi fossero stati scottati con acqua bollente, mentre l'esame microscopico dimostrò un rigoglioso e rapido sviluppo del micelio, il quale, quando i frutti vennero aperti e spaccati diede subito origine a numerosi rami conidiofori ed agli sclerozi, mentre i frutti non infettati artificialmente e tenuti per controllo si conservarono bene tenendoli in laboratorio, all'incirca nelle stesse condizioni, fino a maturità.

Circa i mezzi per prevenire questa dannosa malattia dei Kaki, ho eseguito alcune prove che mi sembrano abbastanza convincenti adoperando la comune poltiglia bordolese più concentrata (2 %) ed applicandola con molta cura con un pennello sul calice del frutto, intorno al calice stesso, cercando anche di penetrare sotto alle lacinie.

Le prove eseguite fin dalla metà di agosto nel giardino dell'avv. Boccardo, diedero risultati abbastanza buoni, come pure in una pianta di *Diospiros* coltivata nel R. Museo Agrario, la quale nel 1897 e nel 1898 perdette totalmente i frutti che caddero immaturi pel distacco del disco calicino per opera del fungo descritto, mentre nel 1899 invece tutti i suoi frutti furono immuni dalla malattia con una sola ed accurata pennellazione dei calici dei Kaki eseguita ai primi del mese di settembre.

Inoltre le stesse prove eseguite con ottimo risultato su alcuni frutti staccati, m'inducono a credere che la pennellazione dei calici fatta accuratamente possa evitare e prevenire con tutta probabilità il marciume dei frutti anche nei magazzini.

Questo trattamento non è nè difficile, nè costoso, per cui mi sembra che varrebbe la pena che i coltivatori di Kaki lo sperimentassero su larga scala per premunirsi in tal modo non solo contro gli attacchi precoci del fungillo che fa cadere i frutti anzitempo, ma anche contro gli attacchi tardivi o, per lo meno, contro lo sviluppo tardivo del fungo, così funesto quando avviene sui frutti staccati dalla pianta e posti a completare la maturazione fisiologica sulle stuoie nei magazzini.

CORRISPONDENZA

La Presidenza dell'Accademia, a nome dell'Accademia stessa, presentava alle LL. MM. il Re e la Regina Madre una copia del Rendiconto della Seduta solenne del 2 giugno 1901, alla quale S. M. il Re era intervenuto; e le LL. MM. facevano esprimere il Loro gradimento all'Accademia, colle lettere seguenti:

MINISTERO DELLA REAL CASA

N. 7283.

Roma, 29 luglio 1901.

Giusta il desiderio espressomi dalla S. V. On.ma, rassegnai a S. M. il Re l'esemplare degli *Atti della R. Accademia dei Lincei pel 1901.*

L'Augusto nostro Sovrano il quale serba grata memoria della cerimonia inaugurale, cui fu presente in data 2 giugno 1901, accoglieva col miglior favore l'esemplare della suddetta pubblicazione che Gli rappresenta un caro e nobile ricordo e m'incarica di porgerne distinte grazie alla S. V. ed agli illustri suoi colleghi.

Nel compiere tale ufficio ne profitto per confermarle, preg.mo Sig. Vicepresidente, la distintissima mia considerazione.

Il Ministro
E. Ponzio Vaglia.

All'Onorevolissimo Signor
Prof. Senatore Pietro Blaserna
Vice Presidente della R. Accademia dei Lincei
Roma

CASA DI SUA MAESTÀ

LA REGINA MADRE

Stupinigi 7 Agosto 1901.

Onor.mo Signor Senatore,

Ebbi il pregio di rassegnare a Sua Maestà la Regina Madre la copia del Rendiconto della seduta solenne tenuta nel giugno scorso da cotesta R. Accademia alla presenza di Sua Maestà il Re.

L' interessante omaggio era assai ben gradito dall'Augusta Signora, che altamente compiacendosi del reverente pensiero e delle devote manifestazioni, cui dette luogo quella solenne Adunanza, mi voleva interprete del più grato suo animo.

Ben volentieri compio il piacevole ufficio e profitto dell'occasione per affermarle, On.mo signor Senatore, la mia distintissima osservanza.

Il Cavaliere d' Onore di Sua Maestà
GUICCIOLI

All' Onorev.mo
Sen. Comm. PIETRO BLASERNA
V. Presidente della R. Accademia dei Lincei
Roma

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

L'Accademia Virgiliana di scienze, lettere e belle arti di Mantova; la Società di scienze naturali di Emden; le Società geologiche di Edinburgo e di Manchester; la Società degl' ingegneri civili di Londra; la R. Società astronomica di Londra; l'Osservatorio di Praga; le Università di Cambridge e di Leida.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
dall'8 luglio al 4 agosto 1901.

Arcidiacono S. — Il terremoto di Nicosia del 26 marzo 1901. Catania, 1901. 8°.

Bakhmetieff P. — De la température vitale minima chez les animaux dont la température du sang est variable. S.t Pétersbourg, 1901. 4°.

Id. — Warum fliegen die Tagschmetterlinge nur am Tage und die meisten Nachtschmetterlinge in der Nacht? S. Petersburg, 1901. 4°.

Baldwin E. B. — Auroral Observations on the second Wellman Expedition made in the Neighborhood of Franz Joseph Land. Washington, 1901. 4°.

Id. — Meteorological Observations of the second Wellman Expedition. Washington, 1901. 4°.

Blasdale W. Ch. — A Chemical Study of the Indument Found on the Fronds of Gymnogramme Triangularis. Berkeley, 1900. 8°.

Boussinesq J. — Théorie analytique de la Chaleur mise en harmonie avec la thermodynamique et avec la théorie mécanique de la lumière. T. I. Problèmes généraux. Paris, 1901. 8°.

Christophers S. R. and *Stephens M. D.* — Further Reports to the Malaria Committee, 1900. London, 1900. 8°.

Clark W. B. — Maryland and its Natural Resources. Baltimore, 1901. 8°.

D'Achiardi G. — Cenni sui minerali della miniera di antimonio delle Cetine di Cotorniano, Pisa, 1901. 8°.

Id. — Emimorfismo e geminazione della Stefanite des Sarrabus (Sardegna). Pisa, 1901 8°.

Ethnographic Survey of India in connection with the Census of 1901. Calcutta, 1901. 4°.

Grave C. — Ophiura Brevispina. Baltimore, 1900. 4°.

Hjelt E. und *Aschan O.* — Die Kohlenwasserstoffe und ihre Derivate oder Organische Chemie. VI. Th. (Roscoe-Schorlemmer's: Ausführl. Lehrbuch der Chemie VIII). Braunschweig, 1901. 8°.

Klein C. — Ueber den Brushit von der Insel Mona. (zwischen Haïti und Portorico). Berlin, 1901. 8

Kölliker A. — Die Medulla oblongata und die Vierhügelgegend von Ornithorhyncus und Echidna. Leipzig, 1901. 4°.

Lockyer W. J. S. — The Solar Activity 1833-1900. London, 1901. 8°.

Manasse E. — Su di alcune rocce della Crocetta presso S. Pietro in Campo (Isola d'Elba). Pisa, 1901. 8°.

Mascari A. — Risultato delle osservazioni solari fatte all'Osservatorio di Catania nel 1900. Catania, 1901. 4°.

Mascari A. — Sulle protuberanze solari osservate al R. Osservatorio di Catania nell'anno 1900. Catania, 1901. 4°.

Meli R. — Aggiunte bibliografiche sulla Baritite e sulla Fluorite della Sardegna. Roma 1899. 8°.

Id. — Ancora poche parole sugli esemplari di Neptunea Sinistrorsa Desh. (Fusus) pescati nella parte australe del bacino occidentale del Mediterraneo. Modena, 1898, 8°.

Id. — Osservazioni sul pecten (Macrochlamys) Ponzii Meli, e confronti con alcune forme di pectinidi neogenici affini che vi si collegano. Roma, 1899. 8°.

Pflüger E. — Die Resorption der Fette vollzieht sich dadurch, dass sie in wässrige Lösung gebracht werden. Bonn, 1901. 8°.

Riccò A. — Deformazione del sole all'orizzonte. Catania, 1901. 4°.

Id. — Nova (3.1901) Persei. Osservazioni astrofisiche fatte nel R. Osservatorio di Catania. Catania, 1901, 4.

Salmojraghi F. — Steatite nella Dolomia principale del Monte Bogno (Lago d'Iseo). Milano, 1901. 8°.

Weber H. — Die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik. Braunschweig, 1901, 8°.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 18 agosto 1901.

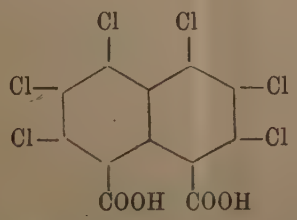
Chimica. — *Sull'acido naftalico e sulla naftalimide* [1]. Nota di L. Francesconi e V. Recchi, presentata dal Socio Cannizzaro.

L'acido 1-8 naftalico ha con l'acido ftalico una grande analogia, com'è provato dalle numerose reazioni nelle quali così l'uno che l'altro mostrano lo stesso comportamento e conducono a resultati simili. Danno entrambi facilmente le corrispondenti anidridi e imidi; si condensano con i mono- e bi- fenoli ecc.; in modo che, quando i due carbossili si trovano in posizione 1-8, il composto sembra acquistare le stesse proprietà di un derivato orto-bicarbossilico.

Ma questa somiglianza di comportamento non è sempre completa, come risulta dalle esperienze da noi fatte, per estendere all'acido naftalico alcune reazioni già eseguite sull'acido ftalico.

Cominciammo dal provare sull'acido naftalico l'azione dei pentacloruri di fosforo e di antimonio.

Col pentacloruro di antimonio e l'acido, o meglio l'anidride naftalica, in modo analogo a quello con cui Gnehm [2] ebbe dall'anidride ftalica l'acido tetracloroftalico, ottenemmo l'acido esacloronaftalico



(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico della R. Università di Roma.

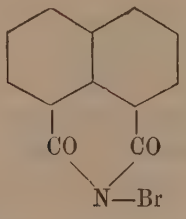
(2) A. 238, pag. 320.

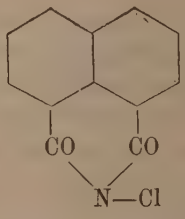
e nel tempo stesso un cloruro di carbonio, di cui le analisi e la grandezza molecolare conducono alla formula $C_{12}Cl_{14}$.

Il pentacloruro di fosforo, con cui era nostro intendimento preparare il cloruro di naftalile, primo, per vedere se, secondo la regola di Auger [1], esso avesse formula simmetrica, come i cloruri degli acidi bibasici a catena impari di atomi di carbonio, poi, per passare per riduzione alla naftalide; ci dette men buoni resultati. Malgrado ogni tentativo non si riuscì ad isolare il detto cloruro; il quale si forma per azione spinta del $PhCl^5$, ma è instabilissimo e torna subito a decomporsi con gli elementi dell'acqua, che assorbe avidamente dall'aria, in anidride naftalica e acido cloridrico. Questa instabilità confermerebbe la supposizione della formula simmetrica.

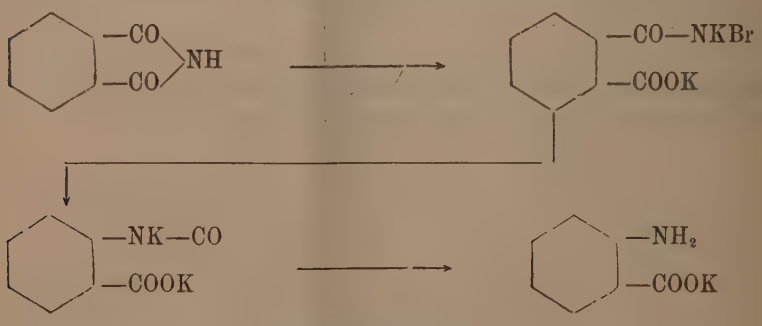
Abbiamo poi studiato l'azione degli ipobromiti e ipocloriti alcalini sulla naftalimide.

Operando a freddo, come Bredt e Hof [2] con la ftalimide, si ebbe la bromil- e la cloril- naftalimide. Se non che la bromil- naftalimide è meno stabile del corrispondente derivato alogenato dell'imide ftalica, e perde facilmente il suo bromo. Corrispondono alle formule:





Spingendo poi l'azione degli ipobromiti col calore, cercammo di realizzare la reazione di Hoffmann, per cui Hoogewerff e Van Dorp [3] dall'imide succinica e ftalica, passarono agli acidi β- amidopropionico e antranilico:



(1) Ann. de Chimie et de Phys. 1891, pag. 289.
(2) Ber. 1900, pag. 21.
(3) Rec. 10, p. 4.

Tale passaggio, nel nostro caso, pur variando le condizioni dell'esperienza, non si effettua che in minimo grado, avendo noi ottenuto, per azione dell'ipobromito di potassio sulla naftalimide, solo una piccola quantità di sostanza che presenta i caratteri e le proprietà dell'acido peri-aminonaftoico (1).

Appare da ciò che il nucleo eterociclico a sei atomi, che si ha nel caso dell'acido 1-8 naftalico, come più prontamente si forma nell'anidride e quindi nell'imide di quello penta atomico dell'acido ftalico, così è più stabile e per conseguenza offre maggiore difficoltà ad aprirsi per dar luogo a quella trasposizione molecolare.

Azione del pentacloruro di antimonio sull'anidride naftalica.

Grammi 10 di anidride naftalica polverizzata vennero introdotti in un palloncino a tubulatura laterale (connesso ad un collettore raffreddato) e addizionati con grammi 150 di pentacloruro di antimonio: l'anidride si imbeve tosto della maggior parte del pentacloruro e la poltiglia così formatasi viene riscaldata fino a che l'anidride siasi completamente disciolta. Nella soluzione di color rosso scuro si fa gorgogliare del cloro mentre la temperatura si innalza e si mantiene a 180°. Si manifesta subito un forte sviluppo di fumi bianchi dovuti alla formazione d'acido cloridrico che trasporta del pentacloruro d'antimonio. Questi fumi diminuiscono a poco a poco, senza mai però scomparire completamente. Il riscaldamento si prolunga per circa sette ore, poi, continuando sempre a far passare il cloro, si distilla quanto più si può di pentacloruro d'antimonio; il residuo liquido si lascia raffreddare sino a circa 110° e quindi, prima che si solidifichi, lo si versa in una grande quantità di acqua fortemente acida per acido cloridrico. Si separa da prima insieme col prodotto della reazione, dell'ossicloruro d'antimonio, che però si discioglie prontamente, lasciando indietro una massa vischiosa di color gialliccio, la quale, col raffreddamento, in breve tempo indurisce. Questa massa si polverizza accuratamente, si lava più volte con acido cloridrico al fine di liberarla completamente da tutto l'ossicloruro che ancora l'inquina, quindi si filtra alla pompa e si lava sino a che il filtrato non dà più reazione acida.

Il prodotto così ottenuto, disseccato nel vuoto sull'acido solforico, pesa sempre un po' più che il doppio dell'anidride naftalica impiegata. Operando in tal modo si ottiene quasi esclusivamente un cloruro di carbonio, che si descriverà in seguito, insieme con quantità più o meno abbondanti di predotti giallicci resinosi e piccola quantità di una sostanza che cristallizza in squamette gialle brillanti e che è l'*anidride esacloronaftalica.*

(1) Ekstrand, J. pr. (2) 38, pag. 159.

Per ottenere quantità maggiori di quest'anidride è necessario limitare a quattro o cinque ore il riscaldamento dell'anidride naftalica nel pentacloruro di antimonio, e tralasciare affatto la distillazione finale, per la quale la temperatura della soluzione si eleva da 180° a 210°. Si ottiene allora un prodotto grezzo meno giallo ed in minore quantità che nel caso precedente. L'anidride esacloronaftalica si può separare dal cloruro di carbonio, dopo polverizzato il prodotto, per mezzo di estrazioni successive con etere, che scioglie il cloruro di carbonio e le sostanze resinose e lascia indietro l'anidride.

Anidride esacloronaftalica. — Il residuo insolubile nell'etere viene estratto ancora una volta con alcool e finalmente disciolto nell'acido acetico glaciale, dalla cui soluzione bollente cristallizzano belle laminette brillanti di color giallo chiaro: questo colore non è dovuto ad impurezza, perchè ripetute cristallizzazioni da altri solventi non lo alterano, ma è proprio dell'anidride. Questa infatti si discioglie a stento nel carbonato sodico concentrato, e dalla soluzione alcalina gli acidi minerali precipitano l'acido esacloronaftalico, allo stato di fiocchi bianchi, che bolliti in seno all'alcool rapidamente ingialliscono, trasformandosi in anidride. L'anidride esacloronaftalica si condensa colla resorcina dando una fluorescenza che, come quella dell'anidride tetracloroftalica, è verde per riflessione e giallo-rosea per trasparenza.

Con l'acido solforico concentrato non dà la fluorescenza azzurra dell'anidride naftalica. È solubile nell'acido acetico, nell'etere acetico, nell'acetone; insolubile nell'etere, nel benzolo; quasi insolubile nell'alcool.

Quando è pura fonde a 205°.

Dalla determinazione di cloro, fatta col metodo di Volhard, si ebbe:

Sostanza . . . . gr. 0,2893 Cl = 0,1534

Dall'analisi elementare:

Sostanza . . . . . gr. 0,5060
CO^2 = gr. 0,6661 H^2O = 0,0110

Da cui calcolando il carbonio e il cloro per la formola $C^{12}Cl^6O^3$ si ha:

	Trovato	Calcolato
C %	35,90	35,55
H	0,23	»
Cl	53,03	52,64

Cloruro di carbonio $C^{12}Cl^{14}$. — Come già fu detto, questo cloruro insieme con alcuni prodotti di resinificazione passa in soluzione nell'etere allorchè si estrae con questo solvente il prodotto grezzo della reazione. La prima, la seconda e la terza estrazione con etere dànno, previa concentrazione

delle soluzioni, dei cristalli ora simili a cubi, ora aghiformi, che vennero insieme riuniti perchè riconosciuti diversi aspetti cristallini della stessa sostanza. Infatti una soluzione concentrata dei cubetti nell'etere, raffreddata rapidamente dà cristalli aghiformi; come questi, sciolti nell'etere, per lento raffreddamento della soluzione diluita, passano nella forma simile alla cubica. Dall' alcool poi questo cloruro cristallizza spesso in un modo e nell'altro, contemporaneamente. Cristallizzato dall'etere acetico presenta il punto di fusione a 135-136°, che non varia per ulteriori cristallizzazioni da altri solventi È solubile in quasi tutti i solventi; estremamente solubile nella benzina, alquanto nell'etere, poco nell'alcool, poco nell'acido acetico e discretamente nell'etere acetico, dalle cui soluzioni possono ottenersi grandi e bei cristalli, i quali appartengono al sistema triclino e dànno i seguenti valori:

$$\alpha = 99°30' \quad \beta = 88°7' \quad \gamma = 118°22'$$
$$a : b : c = 0{,}73660 : 1 : 0{,}93952$$

che furono determinati dal dott. F. Millosewich dell' Istituto mineralogico della R. Università di Roma; dal quale fu pure osservata una forma monoclina di detto cloruro, che però sembra assai labile perchè fu ottenuta una sola volta ed in condizioni non ancora bene stabilite.

Analisi elementare della sostanza:

1.	Sostanza gr.	0,4464	CO^2 gr.	0,3812	H^2O = 0,0097
2.	» gr.	0,4600	» »	0,3950	» 0,0062

Le determinazioni di cloro vennero fatte pure col metodo di Volhard, e dettero:

1.	Sostanza gr.	0,2744	Cloro gr.	0,2129
2.	» gr.	0,1230	» gr.	0,0954

Da cui, calcolando, si ha per 100:

		Trovato
C	23,28	23,26
H	0,22	0,14
Cl	77,61	77,47

Ne risulta la formula $C_{12}Cl_{14}$, per cui si calcola per 100:

C	22,54
H	—
Cl	77,47

Il leggero eccesso di carbonio trovato, si spiega facilmente quando si consideri la difficoltà di una completa e regolare combustione di una sostanza così ricca di cloro, benchè le analisi venissero eseguite con un miscuglio di cromato di piombo e ossido di rame, in presenza di una lunga spirale di argento.

Di questo cloruro fu anche determinata la grandezza molecolare coi metodi crioscopico ed ebulliscopico.

Determinazione del peso molecolare col metodo crioscopico. — Solvente benzolo; abbassamento molecolare 53:

Grammi di solvente	Grammi di sostanza	Concentrazione	Abbassamento osservato	Peso molecolare trovato
10,77	0,3960	3,676	0,468	468
»	0,6678	6,200	0,705	466
11,68	0,1401	1,199	0,145	435
»	0,3750	3,210	0,369	461
»	0,6978	5,974	0,680	465
»	0,8726	7,479	0,840	471

Determinazione del peso molecolare col metodo ebulliscopico. — Solvente. ac. acetico; innalzamento molecolare 25,3:

Grammi di solvente	Grammi di sostanza	Concentrazione	Innalzamento osservato	Peso molecolare trovato
12,26	0,3000	2,447	0,122	541
»	0,5561	4,372	0,208	530

Solvente benzolo; innalzamento molecolare 26,7:

Grammi di solvente	Grammi di sostanza	Concentrazione	Innalzamento osservato	Peso molecolare trovato
8,95	0,3189	3,563	0,175	551
»	0,5997	6,700	0.343	529
»	1,0225	11,412	0,586	529

Solvente alcool; innalzamento molecolare 11,5:

Grammi di solvente	Grammi di sostanza	Concentrazione	Innalzamento osservato	Peso molecolare trovato
11,41	0,3462	3,034	0,055	634
»	0,5828	5,107	0,087	670

Come si vede, i valori ottenuti variano e col metodo che si adopera e col solvente che viene impiegato. Col metodo ebullioscopico, adoperando quale solvente l'alcool, si ebbe un peso molecolare medio eguale a 652, molto vicino a quello calcolato per $C_{12}Cl_{14}$ che è di 639; adoperando l'acido acetico e la benzina il suo valore discende a circa 530; e valori molto più bassi, malgrado ogni cura usata nelle determinazioni, si hanno crioscopicamente dalla benzina; il che fa pensare ad un comportamento anomalo di questo cloruro di carbonio.

Non abbiamo potuto ottenere finora fatti sperimentali che chiarissero la costituzione di questo composto. Trattato con gli alcali, in soluzione alcoolica, si altera profondamente e dà delle resine brune incristallizzabili; resiste agli ossidanti più energici: sciolto nell'acido acetico e riscaldato con acido solforico e bicromato, si riottenne inalterato e purissimo. Soltanto per riscaldamento, in soluzione acetica, con polvere di zinco, fornì un prodotto di riduzione, bianco, pochissimo solubile nell'etere e nell'alcool, nei quali solventi si colora in violetto sotto l'azione della luce, insolubile nell'acqua, solubile nell'acido e nell'etere acetico e meglio nel benzolo da cui cristallizza in prismetti lucenti. Fonde costantemente a 225° e contiene ancora del cloro, che svolge se riscaldato al disopra della temperatura di fusione.

Sarà continuato da noi lo studio di questi cloroderivati dell'acido naftalico.

Azione degli ipobromotiti e ipocloriti alcalini sulla naftalimide.

Bromil- naftalimide. — La naftalimide fu preparata dall'anidride naftalica, secondo il metodo indicato da Joubert [1]. Gr. 5 di naftalimide si sciolsero nella quantità necessaria di soluzione diluita di potassa caustica (1 : 100 circa), riscaldando a b. m., poi lasciando raffreddare e filtrando. Occorre un grande volume di soluzione di potassa, perchè la naftalimide non vi si scioglie molto facilmente e perchè se si opera in soluzione concentrata, nel raffreddamento cristallizza il suo sale potassico in un ammasso di aghi bianchi e sottili.

[1] G. 25 (1) 247.

A questa soluzione, raffreddata ancora con ghiaccio a circa 0°, si aggiunse a poco a poco del bromo, sino a leggero eccesso (gr. 3) agitando continuamente. Venne così a separarsi in fiocchi una sostanza di un bel color giallo che si raccolse su filtro il più rapidamente possibile, si lavò con acqua ben fredda contenente disciolto un poco di bromo, si asciugò tra carta e si pose a seccare sull'acido solforico.

Il prodotto così ottenuto, contiene bromo e separa lo jodio da una soluzione di ioduro potassico. Il suo punto di fusione non è ben netto, perchè si decompone col riscaldamento, verso i 200°. Si scioglie facilmente nella benzina bollente da cui cristallizza in laminette gialle, lucenti. Per azione dell'acqua e degli alcali ridà prontamente la naftalimide.

Ne fu determinato il bromo col metodo di Volhard e per pesata, sotto forma di bromuro d'argento. Ma i valori ottenuti risultarono sempre inferiori al teorico:

	Calcolato % per la formula $C_{12} H_6 NO_2 Br$	Trovato
Br	29,98	24-25

Ciò, senza dubbio, dipende dalle condizioni sfavorevoli in cui si forma, dovendosi preparare da soluzioni molto diluite e rimanendo in tal modo lungo tempo soggetta all' azione decomponente dell'acqua colla quale ha grande tendenza a reagire per riprodurre la naftalimide. Questa infatti l'accompagna sempre in una certa quantità, come si vede dalla fluorescenza azzurra che si ha con l'acido solforico concentrato e che ne è la reazione caratteristica.

Molto più stabile è la cloril-naftalimide, che fu preparata nel modo seguente:

Sciolta, come è detto sopra, la naftalimide nella potassa, vi si fece arrivare una lenta corrente di cloro, raffreddando con acqua e ghiaccio a 6°-7°. Di mano in mano che il cloro passa, si vanno separando fiocchi leggeri di una sostanza bianca, che fu raccolta su filtro, lavata e seccata su acido solforico. È quasi insolubile in etere; si scioglie nell'etere acetico e nell'alcool caldo, da cui cristallizza in lunghi aghi; più facilmente nel cloroformio e nel benzene bollente da cui cristallizza in laminette bianche, assai splendenti, fusibili a 233°-234°.

L'acido solforico concentrato la scioglie, colorandosi in giallo; ma la soluzione non dà alcuna fluorescenza.

All'analisi gr. 0,2605 di sostanza dettero gr. 0,1484 di AgCl, donde si ha per 100:

	Calcolato per la formula $C_{12} H_6 NO_2 Cl$	Trovato
Cl	15,33	15,01

La cloril-naftalimide, con l'ammoniaca si decompone rapidamente. Se sulla clorilnaftalide, contenuta in un piccolo palloncino, si fa arrivare una corrente di ammoniaca secca, si ha notevole sviluppo di calore nel tempo stesso che la sostanza perde il suo aspetto e la sua lucentezza, trasformandosi in una polvere biancastra, fusibile a 293°-294°, e che si riconosce per naftalimide.

Le ammoniache sostituite, come la metilammina, e, sebbene meno energicamente, anche l'anilina e la metilanilina in soluzione nel benzene, agiscono in una maniera analoga, dando luogo al ripristinamento della naftalimide, insieme alla formazione di altri prodotti secondarî.

Si è provata da ultimo l'azione a caldo degli ipobromiti alcalini sulla naftalimide. Perciò si presero gr. 2,5 di naftalimide, finamente polverizzata, vi si aggiunsero 5 molecole di KOH in soluzione acquosa (5 : 100) e poi ancora acqua, quanta fu necessaria per avere a temperatura ordinaria una completa soluzione. Si filtrò e si aggiunse una molecola di ipobromito con altre due molecole di potassa e si scaldò infine lentamente a b. m.

Da principio si separano abbondanti fiocchi di una sostanza gialla che è la bromilnaftalimide; poi si ridiscioglie tutto in un liquido che va colorandosi sempre più intensamente, sino a diventar rosso bruno. Si lasciò a b. m. per circa due ore, si fece raffreddare e si acidificò con acido cloridrico. La maggior parte della naftalimide riprecipita inalterata e si riconosce dal suo punto di fusione ed alle solite reazioni. Fu separata per filtrazione e le acque madri si posero a svaporare a b. m. Si deposita il cloruro potassico e in ultimo piccola quantità di una sostanza giallo-bruna che si cercò di separare da quello e fu poi cristallizzata dall'acqua bollente.

È gialla, solubile nell'acido cloridrico e solforico col quale non dà fluorescenza, e nella soluzione di potassa. Fonde a 176° e contiene azoto. Possiede per tanto tutti i caratteri dell'acido 1-8 amino naftoico; la piccola quantità che finora ne abbiamo ottenuta non ci ha permesso una più rigorosa identificazione.

Paleontologia. — *L'Elephas trogontherii Pohlig. di Montecatini in Val di Nievole.* Nota di Arnaldo Ricci, presentata dal Corrispondente Carlo De-Stefani.

Nella collezione dei Mammiferi post-pliocenici del R. Istituto Superiore di Firenze esistono due frammenti di molari secondi superiori di Elefante, uno destro (fig. 1) e l'altro sinistro (fig. 2), mancanti di circa la metà delle loro respettive lamine ed appartenenti senza dubbio ad uno stesso individuo.

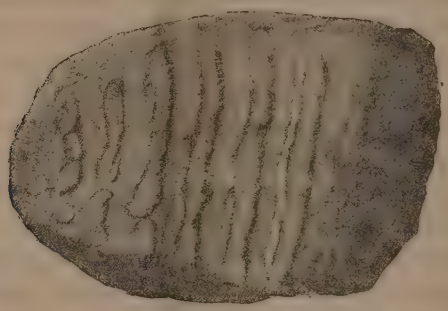
Questi due frammenti, che furono donati nel 1859 dal sig. cav. Carlo Schmitz, provengono dai depositi post-pliocenici, cioè dai travertini, che formano presso i bagni di Montecatini in Val di Nievole (provincia di Lucca)

una larga espansione sul pliocene (1), tranne verso il Tettuccio ove riposano sugli schisti cretacei (2).

Questi due molari che sono rappresentati a mezza grandezza naturale, già ricordati dall' Issel (3) ed attribuiti dal Weithofer (4) all'*E. primigenius* Blum, hanno solo 7 *x* e le seguenti dimensioni:

Lunghezza della corona in ambedue i frammenti	mm. 116
Larghezza massima della corona alla 2ª lamina	» 81
Altezza massima della corona alla 6ª lamina.	» 100

Le lamine tutte sono affette dall' abrasione eccetto il tallone prossimale. Il piano d' abrasione, largo mm. 81 e lungo mm. 116, è ovale ed un poco obliquo dal di sopra all' infuori.



(1/2 grandezza naturale)

Fig. 1.

Nel frammento destro (fig. 1) la prima lamina (procedendo dall' avanti all' indietro) è rotta alla sua parte inferiore interna. La 2ª, 3ª e 4ª presentano ciascuna una figura d' abrasione completa, diritta e non tortuosa. La 5ª alla parte interna del dente mostra un' isola ellittica distinta. La 6ª ha il terzo interno della sua figura del tutto separato e risulta di due isole, non ancora completamente fuse insieme e di altra intatta mammilla posta all' interno di esse. L' ultima, ossia la 7ª, presenta il terzo esterno unito al terzo medio,

(1) C. De-Stefani, *I dintorni di Monsummano e di Montecatini in Val di Nievole.* Boll. R. Com. Geol., vol. VIII, n. 1-2, pag. 46. Roma, 1877.

(2) D. Zaccagna, *I terreni della Val di Nievole tra Monsummano e Montecatini.* Boll. R. Com. Geol., vol. XIII, n. 9 e 10, pag. 259. Roma, 1882.

(3) A. Issel, App. pal. IV: *Descrizione di due denti d'Elefante raccolti nella Liguria occidentale.* (Ann. Mus. Civ. St. Nat. di Genova, vol. XIV, pag. 167 (15). Genova, 1879).

(4) A. Weithofer, *I Proboscidiani fossili del Valdarno in Toscana.* Memorie R. Com. Geol. del Regno, vol. IV, parte 2ª, pag. 113. Firenze, 1893.

sebbene ancora sia palese la traccia della loro primitiva separazione in quattro isole, ed il terzo interno risultante di un' isola orbicolare insieme ad altra intatta, separata e più interna digitazione. Il tallone prossimale, che ancora non ha raggiunto il piano d'abrasione ed è sempre ricoperto da un discreto strato di cemento, consta di varie mammille, delle quali sulla superficie triturante è solamente visibile la mediana intatta.

Nel frammento sinistro (fig. 2) la 1ª, 2ª, 3ª e 4ª lamina presentano ciascuna una figura d'abrasione completa, non tortuosa, tranne la 4ª che lo è lievemente. La 5ª, come si è visto nel frammento del molare destro, ha alla sua parte interna un' identica isola ellittica del tutto separata. La 6ª risulta formata di un elemento laminare occupante il terzo medio ed il terzo

(1/2 grandezza naturale)

Fig. 2.

esterno, che è sul punto di riunirsi alla prima isola del terzo interno, formato di tre isole circolari non ancora del tutto fuse tra loro. L' ultima infine consta di sette digitazioni in incipiente uso formanti altrettante piccolissime isole orbicolari. Il tallone posteriore o prossimale, sebbene sia quasi completamente ricoperto da denso strato di cemento, pure apparisce formato di varie mammille, che ancora non hanno raggiunto il piano di abrasione, visibili solo posteriormente in seguito a perdita di cemento avvenuta durante forse l' escavazione.

Le lamine in ambedue i frammenti sono tra loro parallele, grosse, a corni laterali diritti, prive del processo mediano acuto caratteristico dell'*E. antiquus* Falc. ed *E. africanus* Blum. di quasi uniforme spessore nel loro decorso, alquanto distanti l'una dall'altra ed aventi ciascuna uno spessore al massimo di circa mm. $8\,^1/_2$. Lo smalto è spesso, ondulato, lievemente pieghettato sulla parte mediana di ciascuna lamella e di colore bianco madreperlaceo sulla superficie triturante, mentre è bruno sulla faccia radicale. Il

cemento è scarso alla faccia esterna ed interna del dente, più massiccio alla faccia posteriore ed i suoi interspazî appariscono come tante coste complete congiungenti tra loro le varie lamine e non oltrepassanti lo spessore di mm. 6 $^1/_2$; quindi ad ogni elemento laminare completo spettano mm. 15.

La superficie esterna di tali frammenti è un poco convessa, ma meno di quella interna ed in ambedue le superfici le lamine dentali accennano ad una convessità appena percettibile rivolta in avanti.

Sulla faccia anteriore del frammento sinistro notansi i residui della lamella posteriore dello smalto di un' altra lamina, mentre ciò non si verifica nel frammento destro.

La superficie posteriore compressa, quasi pianeggiante decorre perpendicolare alla superficie di masticazione e su di essa vedesi una ben distinta marca di pressione prodotta dal dente che doveva esistere in *situ* al di dietro di questi.

La superficie superiore o radicale in entrambi va restringendosi dall' indietro in avanti e mostra le estremità inferiori delle lamine di colore bruno, come una serie di creste parallele separate tra loro e visibili in seguito alla rottura delle estremità radicali mancanti.

A quale delle quattro principali specie, *E. meridionalis* Nesti, *E. antiquus* Falc., *E. trogontherii* Pohlig, *E. primigenius* Blum., possono questi due frammenti essere riferiti? Dai dati raccolti mi sembra, se non con l' assoluta certezza, almeno con la massima probabilità appartengano all'*E. trogontherii* Pohlig. Infatti, tenendo conto della formula lamellare, della forma loro, dell' indice, della spessezza dello smalto, delle dimensioni sì assolute che in rapporto coll' indice, col numero e conformazione delle lamine costitutive, vediamo che ben differiscono dai molari dell'*E. meridionalis* Nesti per le minori dimensioni, per lo smalto più sottile, per il numero maggiore delle lamine e per essere queste assai più avvicinate tra loro. Differiscono da quelli dell'*E. antiquus* Falc. per la mancante dilatazione centrale angolare dei dischi, per la maggiore larghezza del piano d' abrasione, per la poca altezza delle lamine e per essere le figure d' abrasione complete non tortuose, nè frastagliate, nè costituite di una parte mediana lamellare e due laterali anulari. Si discostano da quelli dell'*E. primigenius* Blum. per non essere polidiscodonti, densilamellati, endioganali e per avere un indice dentale superiore ai mm. 15.

Se confrontiamo questi due frammenti (affatto simili a quelli di Kurgan (in Siberia) esistenti nel museo paleontologico di Firenze, da me descritti e figurati) (1), con quelli dei travertini di Turingia, esistenti a Weimar nella

(1) A. Ricci, *Mammiferi post-pliocenici di Kurgan in Siberia*. Boll. Soc. Geol. It., vol. XX, fasc. 3°, tav. I, fig. 2-3. Roma, 1901.

collezione Schwabe, veri tipi dell'*E. trogontherii* Pohlig (1); con quelli esistenti a Dresda, Iena, Pietroburgo, Monaco, Berlino, Karlsruhe, pure descritti ed attribuiti dal Pohlig al proprio *E. trogontherii* (2); con quelli del Forest-bed, Norfolk, Clapton, assegnati da Adams (3) alla varietà *A* dell'*E. antiquus* e poi dal Pohlig al suo *E. trogontherii*; con quelli scoperti nel 1896 presso Jaroslawl, descritti e figurati dalla sig^a. Maria Pavlow (4); con i due molari *in situ* nel mascellare superiore, trovati presso Zawadynce in Podolia (che hanno 12 lamine in una lunghezza di corona di 6,9 pollici), descritti e figurati sotto il nome di *Maxilla superior Elephantis proboleti* Fisch, da Eichwald (5); infine con i tre molari veri secondi superiori di Süssemborn, esistenti a Weimar, tipici di *E. trogontherii*, Pohlig, descritti e figurati da Wüst (6); troviamo esistere tra loro una così stretta analogia da non lasciare alcun dubbio sulla unicità di tutte queste forme e da essere così autorizzati ad ascriverli all'*E. trogontherii* Pohlig.

Una notevole differenza ci è data osservare se paragoniamo questi frammenti con i due molari terzi superiori, *in situ* nel mascellare superiore (la cui fotografia gentilmente mi fu inviata dal prof. Capellini), ritrovati a Quarata, in Val di Chiana, esistenti nel museo di Bologna, acquistati nel 1856 dal prof. Alessandrini, ed attribuiti dal Falconer nel 1857 (7) all'*E. armeniacus*, dal Pohlig (8) all'*E. trogontherii*, presentando questi dei caratteri assai più afferenti all'*E. meridionalis* che all'*E. primigenius*, cioè un numero piccolissimo di lamelle in rapporto alle loro dimensioni, una maggiore espansione dei dischi, uno spessore maggiore dello smalto ed un indice dentale superiore ai 20 mm.

(1) H. Pohlig, *Dentition und Kranologie des E. antiquus.* Falc. Nova Acta Akad. Caes. Leop. Carol Natur. Curios., Bd. 53, n. 1, pag. 192-197, fig. 79 a 85. Halle, 1888-89.

(2) H. Pohlig, op. cit., Bd. 53, n. 1, pag. 197 a 208. fig. 86 a 91 *bis*, 1888-89; Bd. 57, n. 5, pag. 325, 1888-91.

(3) L. Adams, *Monograph on the British fossil Elephants*, pag. 32, 175 a 178, tav. V, fig. 1, e tav. XX, fig. 1-2. London, 1877-85.

(4) M. Pavlow, *Sur un Mammouth trouvé en 1896 près de la ville de Jaroslawl.* Extrait de l'Annuaire géologique et minéralogique de la Russie, tome II, n. 3-4. Varsovie, 1887.

(5) Ed. Eichwald, *De Pecorum et Pachydermorum reliquiis fossilibus in Lithuania, Volhynia et Podolia repertis.* Nov.Act. Akad. Caes. Leop. Carol. Natur. Curios, Bd. 17, part. II, pag. 695, tav. LIII, fig. 2. Halle, 1834.

(6) Ew. Wüst, *Untersuchungen über das Pliozän und das älteste Pleistozän Thüringens.* Abhandl. der Naturf. Ges. zu Halle, Bd. XXIII. pag. 240 a 246, tav. III, fig. 28, 29, 30. Stuttgart, 1901.

(7) Falconer, *On the American fossil Elephant of the regions bordering the Gulf of Mexico* (*E. Columbi* Falc.) *vith general observations on the living and extinct species.* Pal. Mem. II, pag. 250, London, 1868.

(8) H. Pohlig, op. cit., Bd. 53, n. 1, pag. 206, fig. 92. Halle, 1888-89.

Se li confrontiamo infine con il molare di Burgtonna, vero tipo della specie *E. primigenius*, descritto e figurato dal Blumenbach (1); con quelli tipici di Taubach, Weimar, Tonna, Karlsruhe, descritti e figurati dal Pohlig (2): con quelli della Val di Chiana esistenti nel museo paleontologico di Firenze ed in quello di Arezzo, da me descritti e figurati (3); infine con due esemplari siberiani, d'ignota località, tipici dell'*E. primigenius* ed esistenti nel museo fiorentino, troviamo avere questi caratteri odontologici ben diversi, presentando smalto assai più sottile, maggiore il numero delle lamine rispetto alle loro dimensioni, dischi diritti ed assai più stretti, minori gli intervalli del cemento ed un indice dentale mai superiore ai 13 mm.

In conclusione possiamo dunque ritenere dietro l'accurato esame di tutti quei pochi resti proboscidiani attribuiti all'*E. primigenius* Blum, esistenti nel museo paleontologico di Firenze ed in quello di Arezzo, da me descritti e figurati (4), che non solo il tipico *E. primigenius* Blum e la sua varietà a sottili lamine, quale ci è rappresentata dall'esemplare delle alluvioni del Po, trovato nel comune La Loggia e descritto dal Portis (5) (affatto simile al molare della Dobroudscha che esiste nel museo fiorentino) (6); ma che anche l'*E. trogontherii* Pohlig. hanno veramente abitato in Italia e che queste due specie sono tra loro contemporanee come probabilmente lo furono anche in Siberia (7) ed altrove.

(1) I. Fr. Blumenbach, *Manuel d'histoire naturelle*, tome II, pag. 408, tav. 28, fig. b. Paris, 1803.

(2) H. Pohlig, op. cit., Bd. 53, n. 1, pag. 175 a 183, 227 a 247, tav. X, 1888-89; Bd. 57, n. 5, pag. 315, tav. III *bis*, fig. 9-9*a*. Halle, 1888-91.

(3) A. Ricci, *L'E. primigenius nel Post-pliocene della Toscana*. Palaeontographia italica, vol. VII, mem. 3ª, tav. 1-3. Pisa, 1901.

(4) A. Ricci, *L'E. primigenius nel Post-pliocene della Toscana*. Palaeontographia italica, vol. VII, mem. 3ª, tav. 1-3. Pisa, 1901.

(5) A. Portis, *Di alcuni avanzi elefantini fossili scoperti presso Torino*. Nota, Boll. Soc. Geol. Ital., vol XVII, fasc. I, pag. 94 a 121. Roma, 1898.

(6) A. Ricci, *Mammiferi post-pliocenici di Kurgan in Siberia*. Boll. Soc. Geol. Ital. vol. XX. fasc. 3, tav. I, fig. 2-3. Roma, 1901.

(7) A. Ricci, *L'E. primigenius della Dobrogea* (Rumania). Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. X, 2° sem., serie V, fasc. I, pag. 14 a 18. Roma, 1901.

Fisica. — *Sulla relazione fra la solubilità e il calore di soluzione* (1). Nota di Adolfo Campetti, presentata dal Corrisp. Naccari.

1.° Nei suoi studî sopra l'influenza della temperatura sull'equilibrio chimico, il Van't Hoff arriva alla nota relazione

$$(1) \qquad q = - RT^2 \frac{d \operatorname{lognat} K}{dT}$$

ove T è la temperatura assoluta, R la costante della formula dello stato gassoso, K la costante di equilibrio della reazione o processo che si considera (nel senso della legge delle masse) e q le quantità di calore che viene svolta allorquando la reazione o processo che si considera avvenga senza fornire lavoro esterno e corrispondentemente ad un grammo-molecola delle sostanze che prendono parte alla reazione stessa.

Nella equazione (1) q è (come K) funzione della temperatura e varia quindi in generale col variare della temperatura; tuttavia l'esperienza ci dice che in un gran numero di casi il calore svolto nel processo che si considera, quando esso avviene alla temperatura T_1, differisce poco dal calore svolto nel processo stesso quando esso avviene alla temperatura T_2, purchè T_1 e T_2 differiscano tra loro solo di pochi gradi; noi possiamo quindi in quell'intervallo di temperatura ritenere con grande approssimazione q come costante. Allora l'equazione (1), integrata fra T_1 e T_2 ci dà l'equazione in termini finiti

$$q\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) = R(\operatorname{lognat} K_2 - \operatorname{lognat} K_1)$$

e se poniamo in luogo della costante R il suo valore numerico e, per comodità di calcolo, passiamo dai logaritmi naturali ai volgari:

$$q = - \frac{4{,}58\,(\log K_2 - \log K_1)\,T_1\,T_2}{T_2 - T_1}$$

essendo K_1 e K_2 i valori della costante di equilibrio K alle temperature T_1 e T_2.

2.° L'equazione precedente può applicarsi immediatamente per determinare la quantità di calore che viene svolto od assorbito per la soluzione di

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di fisica della R. Università di Torino.

una sostanza in un solvente, ad esempio nell'acqua, quando siano note le concentrazioni c_1 e c_2 della soluzione satura di quella sostanza a due temperature T_1 e T_2 abbastanza prossime: in tal caso q è dato da

$$(2) \qquad q = -\frac{4{,}58\,(\log c_2 - \log c_1)\,T_1\,T_2}{T_2 - T_1}$$

e naturalmente, poichè nella formula figura il rapporto delle concentrazioni, si può scegliere ad arbitrio l'unità.

La formula (2), che fu dedotta anche direttamente dal Van't Hoff, richiede per la sua immediata applicazione che la sostanza che si scioglie non dia luogo a dissociazione: essa fu verificata dal Van't Hoff stesso per le soluzioni acquose di acido succinico, benzoico, salicilico e borico, le quali sostanze sono assai poco dissociate e di assai debole solubilità, di guisa che le soluzioni sature sono di concentrazione assai bassa.

Osserviamo subito che per la deduzione dell'equazione (2) si ammette la validità della legge dello stato gassoso per la sostanza disciolta, in quanto riguarda la sua pressione osmotica, il che può supporsi solo per le soluzioni di bassa concentrazione. Quando la sostanza che si discioglie è molto solubile, in guisa che la sua soluzione satura è di concentrazione assai elevata, per stabilire in modo rigoroso una relazione tra il calore di soluzione e la solubilità converrebbe conoscere qual'è la relazione tra la pressione osmotica e la concentrazione, cosa che in generale in tal caso non è nota. Se tale relazione fosse conosciuta, allora il Van't Hoff dimostra che, con una formula analoga alla precedente, si può ottenere, dai valori delle solubilità a due temperature, una quantità Q, che egli chiama *calore di soluzione della sostanza nella sua soluzione satura*, quantità che naturalmente non può ottenersi direttamente e solo può riguardarsi come valore limite.

3.° Io ho voluto esaminare la relazione fra il calore di soluzione e la solubilità per alcune sostanze che si sciolgono nell'acqua in forte proporzione; ed ho scelto perciò l'urea e la mannite che potevo avere allo stato di sufficiente purezza. La solubilità di queste sostanze venne determinata a tre temperature, differenti fra loro di circa cinque gradi, ponendo la sostanza finamente polverizzata ed in eccesso insieme all'acqua entro ad una lunga provetta collocata in un bagno a temperatura costante e agitando vivamente per qualche ora con un agitatore elicoidale di platino posto in moto da un piccolo motorino elettrico. Il liquido chiaro ricavato per decantazione veniva pesato in un crogiuoletto di porcellana, e tirando poi a secco a bassa temperatura, si ricavava con una nuova pesata la quantità di sostanza solida disciolta. Della stessa soluzione veniva pure determinata la densità.

Quanto al calore di soluzione si determinava direttamente aggiungendo all'acqua posta in un calorimetro (di cui era noto l'equivalente in acqua)

una piccola quantità della sostanza, in guisa da potere calcolare con grande approssimazione il calore specifico della soluzione dal calore specifico dell'acqua e da quello della sostanza disciolta.

In tal modo si ebbero i seguenti risultati:

Urea. — Nella tabella seguente t rappresenta la temperatura, p il numero di grammi di urea che si sciolgono in cento di acqua, d la densità della soluzione alla corrispondente temperatura:

t	p	d
9,85	84,97	1,132
14,92	96,46	1,141
19,92	108,17	1,151

Quanto al calore di soluzione si ottenne come media di più esperienze concordanti, tra 10° e 15°

$q = -3645$ piccole calorie per grammo-molecola e tra 15° e 20°
$q = -3566$ " " " " " "

Mannite. — Le lettere della tabella seguente hanno lo stesso significato che sulla precedente:

t	p	d
10,00	13,94	1,044
15,01	16,18	1,050
20,02	18,98	1,057

Quando al calore di soluzione si ebbe, tra 10° e 15°

$q = -5004$ piccole calorie per grammo-molecola e tra 15° e 20°
$q = -5012$ " " " " " "

4°. Dai dati precedenti possiamo facilmente calcolare le concentrazioni delle respettive soluzioni, essendo ad esempio c il numero di grammi contenuti in 100 centimetri cubi di soluzione. In tal modo si ricava per le tre soluzioni di urea

$$c_1 = 51,99 \qquad c_2 = 56,01 \qquad c_3 = 59,81$$

e per le tre di mannite:

$$c_1 = 12,78 \qquad c_2 = 14,63 \qquad c_3 = 16,86$$

e possiamo calcolare quindi con questi dati il calore di soluzione per mezzo

della formula (2). Se eseguiamo un tale calcolo si trova per l'urea:

$$q = -2363 \text{ tra } 10° \text{ e } 15°$$

e

$$q = -1752 \text{ tra } 15° \text{ e } 20°$$

e per la mannite:

$$q = -4380 \text{ tra } 10° \text{ e } 15°$$

e

$$q = -4731 \text{ tra } 15° \text{ e } 20°$$

valori che, specialmente per l'urea, differiscono notevolmente da quelli ottenuti coll'esperienza.

Se invece nella formula (2) poniamo per c il numero di grammi aggiunti a 100 grammi di acqua per avere la soluzione satura, si ottiene per l'urea:

$$q = -4046 \text{ tra } 10° \text{ e } 15°$$

e

$$q = -3833 \text{ tra } 15° \text{ e } 20°$$

e per la mannite:

$$q = -4788 \text{ tra } 10° \text{ e } 15°$$

e

$$q = -5342 \text{ tra } 15° \text{ e } 20°.$$

Se si tien conto del fatto che, per la forma della (2), un piccolo errore nel rapporto $\frac{c_1}{c_2}$ porta una differenza relativamente assai grande nel valore di q, si può dire che, per le sostanze dotate di grande solubilità esaminate, essa formula (2) permette di dedurre con sufficiente approssimazione il calore di soluzione della variazione di solubilità, quando in essa si intenda che c rappresenti il numero di grammi di sostanza aggiunti ad un medesimo peso di solvente.

Solo esaminado un gran numero di sostanze, si potrebbe concludere se tale formula modificata abbia una validità generale.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 1° settembre 1901.

Fotografia del cielo. — *Lavoro della stazione internazionale nell'Osservatorio di Catania per la Carta fotografica del cielo.* Nota II[a] del Corrispondente A. Riccò.

Siccome questo lavoro che si esegue nell'Osservatorio di Catania sta per entrare in una fase nuova, più avanzata, credo opportuno di informare l'Accademia di ciò che si è fatto dopo la relazione che ebbi l'onore di presentare nel gennaio 1897, e dare contezza di ciò che ora ci accingiamo a fare.

Nell'esercizio finanziario 1898-9 avendo ottenuto un aumento sull'assegno per la fotografia celeste (il quale da alcuni anni aveva subìto una fortissima riduzione), si era in grado di intraprendere la misura delle fotografie già fatte per il catalogo. Pertanto si istituì nell'Osservatorio un modesto ufficio di misura, cui fu posto a capo il sig. P. Gatti, allievo dell'Ufficio Centrale meteorico di Roma, il quale ebbe per primo incarico di studiare l'eccellente macromicrometro universale, costruito dal Gautier, meccanico dell'Osservatorio di Parigi, e determinarne gli errori; che però furono trovati tutti trascurabili.

Il medesimo sig. P. Gatti aveva anche l'ufficio di esercitare nelle misure gli studenti di matematica sig. U. Mazzarella e F. Eredia; i quali poi furono assunti come misuratori e cominciarono il lavoro nell'agosto 1899.

Al principio del 1900 il sig. Gatti, avendo avuto dal Governo impiego stabile quale verificatore di pesi e misure, rinunziò all'Ufficio di Capo misu-

ratore delle fotografie celesti; ed anche il sig. Eredia rinunziò all'incarico di misuratore, per essere stato nominato assistente straordinario nell'Osservatorio.

Fu quindi promosso come capo misuratore il sig. Mazzarella, che aveva già acquistata una notevole abilità nelle misure, e furono assunti come misuratori i sigg. ing. L. Franco ed M. Massa, dopo che ebbero fatto le necessarie esercitazioni.

Nel luglio 1900, dietro invito del Direttore dell'Osservatorio di Parigi, M.r M. Loewy, presidente dell'Ufficio Permanente per la Carta fotografica del cielo, e coll'adesione del Ministro italiano dell'Istruzione, il prof. Tacchini, come membro dell'Ufficio suddetto, e lo scrivente come membro del Comitato internazionale e partecipante al lavoro della Carta celeste, presero parte alla Conferenza che ebbe luogo in Parigi; nella quale i direttori delle 18 stazioni, che collaborarono all'impresa, riferirono sullo stato dei lavori; dopo di che furono stabiliti gli ultimi accordi per la pubblicazione delle coordinate rettangolari delle stelle del Catologo fotografico, per la determinazione delle grandezze stellari, per la riproduzione della *Carta del cielo*, ecc. Inoltre, stante il grandissimo interesse che per la cognizione della parallasse solare ha la determinazione del maggior numero possibile di posizioni del nuovo pianeta *Eros*, tutti gli Osservatorî partecipanti al lavoro della Carta celeste. ed anche altri, assunsero l'impegno di osservare, misurare, fotografare, il detto pianeta e le stelle presso le quali si sarebbe trovato lungo la sua traiettoria.

In questo Congresso lo scrivente riferì che nell'Osservatorio di Catania era quasi compiuta la serie di 1008 fotografie per il Catalogo, eseguita da lui e dall'ing. A. Mascari; che le misure delle fotografie fatte procedevano bene e si erano eseguite sopra 35 lastre; inoltre prese impegno di fare fotografie della zona di cielo percorsa da Eros: le quali infatti furono eseguite in numero di 78 nel successivo autunno od inverno 1900-1 e di cui quali le 48 migliori sono state inviate all'Osservatorio di Parigi, che ha cortesemente assunto di fare il lavoro di misura e riduzione, che per i nostri mezzi limitati sarebbe stato troppo gravoso.

Lo scrivente dovette tuttavia dichiarare al Congresso che l'Osservatorio di Catania non aveva i mezzi per fare di più, e che non avrebbe potuto intraprendere la stampa del Catalogo e la costosa riproduzione delle fotografie della Carta, senza un aumento di risorse.

Allora, dietro proposta del Presidente, l'Assemblea dei congressisti espresse il voto unanime che all'Osservatorio di Catania, il quale finora aveva proceduto bene nei lavori di fotografia celeste, venissero dal Governo italiano accordati i mezzi per la pubblicazione dei medesimi. Questo voto venne trasmesso dal Presidente della Conferenza a S. E. il Ministro italiano dell'istruzione con una lettera molto lusinghiera per l'Osservatorio di Catania, e che

fu cortesemente comunicata in copia allo scrivente dal Presidente medesimo della Conferenza (1).

Alla metà di novembre 1900, essendo già fatte le misure di un discreto numero di lastre, fu istituito anche l'ufficio di calcolo, al quale, come pure a quello delle misure, fu posto a capo il prof. G. Boccardi, che aveva già fatto studî speciali all'Osservatorio di Parigi; e fu poi nominato calcolatore per quell'ufficio il sig. Taffara; inoltre il sig. Traversa, studente di matematiche, prestò per alcuni mesi volontariamente l'opera sua per i calcoli in discorso.

Non essendo ancora stabilita una regola comune a tutte le 18 stazioni per determinare nelle fotografie le grandezze luminose delle stelle, e non avendosi neppure un metodo universalmente accettato dagli astronomi, ci siamo limitati nel fare le misure di posizione delle immagini delle stelle e valutarne il diametro, adoperando come termine di confronto e come unità di misura l'intervallo dei due fili verticali del micrometro, che è di 6″.6, e che viene di quando in quando verificato.

Però la stima ad occhio, ed anche la misura dei diametri delle immagini delle stelle, non potrebbe dare esattamente la grandezza luminosa di tutte le stelle: 1° perchè non si è ancora trovata una formola, accetta a tutti, che esprima la relazione che esiste fra i detti diametri e le corrispondenti grandezze; 2° perchè il diametro e la forma delle immagini stellari sono sensibilmente alterati dal centro alla periferia della lastra; 3° perchè il colore, ed in generale l'azione attinica della luce delle diverse stelle non è la stessa;

(1) *Copie.*

Observatoire de Paris.

Paris, le 3 août 1900.

A Son Excellence le Ministre de l'Instruction publique du Royaume d'Italie, à Rome.

Monsieur le Ministre,

La 5e Conférence astrophotographique internationale réunie à l'Observatoire de Paris en juillet 1900 m'a chargé de transmettre à votre Excellence le vœu suivant adopté à l'unanimité dans la séance pleinière du 20 juillet.

« La Conférence constatant avec la plus vive satisfaction l'état d'avancement des tra-
« vaux de la Carte du Ciel dans les Observatoires associés à cette grande entreprise, exprime
« le vœu que l'Observatoire de Catane soit également doté des ressources nécessaires pour
« la publication des nombreux et precieux résultats obtenus dans l'exploration photogra-
« phique du Ciel par cet établissement astronomique ».

Convaincu de la sollecitude du Gouvernement Italien pour les interêts de la science, j'ai confiance que votre Excellence voudra bien appuyer de sa haute autorité la réalisation de ce vœu, dont l'accomplissement aurait pour résultat de mettre en lumière les travaux si importants de l'Observatoire de Catane. Je prie votre Excellence d'agréer l'hommage de mon profond respect.

Le President de la Conférence internationale astrophotographique

Signé: M. Lœvy.

4° perchè le immagini delle stelle men lucide non sono nere, ma grigie, cioè l'esposizione per esse è insufficiente, mentre per le più lucide è eccessiva, in confronto a quella necessaria a produrre il massimo di modificazione nello strato sensibile; e perciò le due sorte d'immagini, nere e grigie, non sono comparabili tra loro per via di semplici misure. — Ciò è tanto vero, che in alcuni degli Osservatorî, partecipanti a questa operazione, si preferisce di valutare le grandezze stellari direttamente dall'aspetto complessivo (dimensioni ed intensità) delle immagini. Evidentemente così non si può avere una sufficiente esattezza, ed è necessario il controllo colle stelle di nota grandezza che si trovano nella lastra, per poi correggere le grandezze delle altre.

Avendo visto che nell'Ufficio delle misure dell'Osservatorio di Parigi si adopera per la determinazione delle grandezze stellari un *comparatore*, ideato dal sig. P. Henry, nel quale le fotografie delle stelle sono confrontate ad una scala di immagini rappresentanti le stelle delle diverse grandezze, ed essendo questo metodo di molta facilità e sicurezza, ci siamo provvisti presso il Gautier del detto comparatore, che ci è arrivato al principio dell'anno corrente 1901.

Però l'aspetto dei dischetti della detta scala differisce molto da quella delle stelle nelle nostre fotografie; e invero quella scala è ottenuta stampando e riproducendo su lastra sensibile dei fori tagliati in lamina metallica, aventi esattamente il diametro delle immagini delle stelle dalla 7ª alla 12ª grandezza, come sono ottenute coll'equatoriale fotografico di Parigi; ci siamo quindi proposti di eseguire noi stessi la detta scala, fotografando col nostro equatoriale una stella di 7ª grandezza con pose:

$$p,\ 0.4\,p,\ (0.4)^2\,p,\ (0.4)^3\,p,\ (0.4)^4\,p,\ (0.4)^5\,p,$$

con che si ottengono prossimamente le immagini delle stelle dalla 7ª alla 12ª grandezza: essendo p il tempo di esposizione per le lastre del Catalogo (prima posa), cioè quello per ottenere colla necessaria intensità (e non più) le stelle di 11ª. Poscia le immagini della scala così ottenute mediante il comparatore si confrontano colle fotografie di stelle di grandezza esattamente conosciuta; e così si determinano i coefficienti da applicarsi alle grandezze date dal comparatore per trasformarle nelle vere.

Le valutazioni già fatte dei diametri ci serviranno per lo meno di controllo; poichè non sarà difficile determinare con metodo analogo al precedente le grandezze corrispondenti ai diversi diametri delle immagini.

Attualmente siamo occupati in queste comparazioni e si sono già fatte diverse prove di fotografie della scala in discorso.

Come si è detto prima, al luglio 1900 le 1008 fotografie del Catalogo erano quasi compiute: restavano poche lacune, causate dalla contrarietà della stagione in cui quelle fotografie si dovevano fare: le quali lacune si vanno colmando a misura che se ne presenta l'occasione.

Inoltre abbiamo ritenuto opportuno di rifare le fotografie prese prima del 1897, come troppo lontane dall' epoca 1900, o a cui si debbano riportare le posizioni delle stelle misurate.

Si aggiunga purtroppo, che di mano in mano si son tolte le lastre dalle cassette per misurarle, con molto rincrescimento abbiamo constatato che in parecchie la pellicola si era staccata, e che in altre il distacco succedeva sotto i nostri occhi, anche durante le misure. Abbiamo subito per precauzione verniciato gli orli delle altre lastre; ma ciò non ha fatto cessare completamente l'inconveniente, verificandosi il distacco anche a cominciare dal mezzo delle lastre.

Questo inconveniente, come è noto ai fotografi, può derivare da diverse cause; a noi che naturalmente ci siamo dati cura d' eliminarle per quanto è possibile, non resta il dubbio che sulla influenza delle seguenti cause:

1) Emanazioni solfuree.
2) Sviluppo troppo prolungato.
3) Lavaggi troppo prolungati.
4) Temperatura troppo elevata, dei bagni, dei lavaggi e dell' aria.

La prima causa è inevitabile per noi, perchè in causa delle molte raffinerie di zolfo e talvolta anche per le emanazioni dell' Etna, spesso nell' aria di Catania si avverte odore di zolfo: ed è poi notorio che qui le divisioni d' argento degli strumenti, come in generale tutti gli oggetti di metallo, anneriscono rapidamente. Ma è certo che la quantità di tali gas che può arrivare alle lastre ben conservate nel sottosuolo del padiglione fotografico, quasi sempre chiuso, entro armadî e cassette di legno verniciato esternamente, può essere ben poca cosa, ed è poco probabile che sia la causa del deplorato inconveniente; tanto più che esso non si è mai verificato nelle numerose fotografie che nell' Osservatorio si fanno per scopi geofisici, e che quando non hanno un interesse speciale si lasciano anche lungamente sugli asciugatoi all' aria libera.

Le 2ª e 3ª cause sono pure inevitabili, perchè stante la necessità di sviluppare a fondo le fotografie, affinchè le immagini delle stelle riescano nere il più che è possibile, si è adottato il tempo per lo sviluppo di 20 minuti di estate e 25 d'inverno (come si fa all' Osservatorio di Parigi); ed i lavaggi poi dobbono essere prolungati per molte ore, come in generale è buona regola, e come del resto si fa in tutte le 18 stazioni della fotografia celeste, per assicurarsi che non abbia luogo alcuna alterazione ulteriore delle fotografie.

È bensì vero che esistono altri rivelatori più rapidi di quello al ferro-ossalato, che noi abbiamo sempre adoperato: ma l'esperienza ha provato esservi da temere che le immagini stellari ottenute con questi nuovi reattivi non sieno altrettanto stabili quanto quelle date dal vecchio e classico rivelatore,

che non abbiamo voluto abbandonare, anche malgrado queste avversità, ed anche perchè tutte le nostre fotografie siano della stessa qualità e comparabili tra loro.

Ma v'è di peggio: in Catania la temperatura dell'aria e, quel che più importa a noi, quella dell'acqua della conduttura pubblica per gran parte dell'anno è assai elevata (oltre i 18°, che sarebbe la temperatura conveniente per le operazioni fotografiche). Si è cercato da prima di evitare questo inconveniente, sviluppando nelle ore fresche del primo mattino, e poi facendo il lavaggio fino a mezzodì; ma ciò non ha impedito che in alcune lastre la gelatina si sia alterata per la temperatura elevata. Poi si è ricorso all'uso di una specie di ghiacciaia ove tenere i liquidi reattivi e l'acqua per i primi lavaggi a temperatura inferiore a 20°; ma per l'ulteriore lavaggio a grand'acqua sarebbe stato complicato e gravoso il produrne artificialmente il raffreddamento sotto 20°, e perciò ci siamo accontentati di fare il lavaggio medesimo al mattino, ponendo attenzione a che l'acqua non oltrepassasse i 25°. Ma anche questo espediente risultò insufficiente nel forte dall'estate; e nell'anno scorso si pensò di seguire l'esempio dell'Osservatorio di Algeri (che è prossimamente nelle nostre condizioni di temperatura) sospendendo lo sviluppo delle lastre per tutta l'estate; ma è evidente che anche questo sistema presenta degli inconvenienti e dei pericoli.

In questa estate proveremo a sviluppare nel sotterraneo dell'Osservatorio, in uno stanzino buio, appositamente allestito, ove la massima temperatura estiva non oltrepassa i 23°; e vi faremo arrivare l'acqua direttamente dalla conduttura sotterranea, con che la si avrà a temperatura pure inferiore a 23°.

Adotteremo inoltre, come più efficace, il lavaggio singolo delle lastre: cioè ciascuna con un getto d'acqua separata, come consigliò al Congresso di Parigi il sig. L. Lumière, persona tanto competente, ed il cui grande stabilimento (mi piace qui ricordarlo) con lodevole disinteresse ci fornisce a prezzo di costo le lastre sensibili per la Carta ed il Catalogo fotografico.

Riguardo al modo di conservazione delle lastre impressionate, ossia delle fotografie fatte, finora si sono tenute entro cassette ed armadî nel sottosuolo del padiglione fotografico, il quale non è affatto umido, e dove la temperatura è molto uniforme; essendoci però venuto il dubbio che quel locale non sia abbastanza asciutto, abbiamo ora trasportato le cassette colle lastre nell'ufficio dell'Osservatorio, al 2° piano, ove certamente l'umidità è minore: e le abbiamo poste in una camera che guarda a nord, ove le variazioni di temperatura sono minori che altrove.

Coi predetti mezzi confidiamo di riuscire ad eliminare la perdita di fotografie causata dal distacco della gelatina.

Abbiamo poi avuto un altro inconveniente di genere diverso (al quale però si riparò subito), consistente nell'essersi spezzato il 18 dicembre 1900

il gambo elastico di acciaio del pendolo conico regolatore dell' equatoriale fotografico: per il lungo vibrare, secondo il noto fenomeno, l'acciaio si era eccessivamente incrudito ed era divenuto fragile; di maniera che il detto gambo si ruppe così nettamente alla sezione d'incastro, che lo strumento continuò a camminare ed il pendolo a funzionare, quantunque non regolarmente; tanto che sulle prime noi non ci accorgemmo della gravità di ciò che era accaduto. Il meccanico, sig. Capra, rifece subito il detto gambo con sezione all'incastro anche maggiore, e dietro le nostre indicazioni e per tentativi ridusse e foggiò per modo le altre sezioni che il pendolo dasse come prima 4 oscillazioni per secondo.

Ad evitare perdite di tempo, nel caso che per l'avvenire questo fatto dovesse ripetersi, si è preparato nello stesso tempo un secondo gambo di riserva, identico a quello che ora è in azione.

Riassumiamo il lavoro compiuto dal principio del 1897 fino al presente.

Fotografie. — Rifacendo le fotografie del Catalogo eseguite prima del 1897 e quelle nelle quali si era staccata la pellicola, abbiamo fatte 250 altre fotografie del Catalogo: aggiungendo alle quali quelle fatte per regolare l'equatoriale fotografico e per altri scopi, abbiamo il seguente elenco di fotografie celesti, in formato $0^m,16 \times 0^m,16$, eseguite dal 1° gennaio 1897 a tutto il giugno 1901:

250	fotografie	per il Catalogo.
78	»	della zona di cielo percorsa dal pianeta *Eros*.
77	»	di aree celesti tipiche proposte da Captayn e Pritchard per determinare la posa onde avere le stelle di 11ª.
5	»	per l'orientamento ed il centramento del *châssis* fotografico.
2	»	per la determinazione del fuoco chimico dell'obbiettivo.
3	»	di prova per la Carta celeste.
6	»	della nuova stella in *Perseo*.
3	»	dell'occultazione di *Saturno*.
6	»	di ecclissi lunari.
430	»	in totale.

Inoltre, in occasione della osservazione dell'eclisse solare totale del 28 maggio 1900, fatta dal prof. Tacchini e dallo scrivente in Ménerville (Algeri), si sono prese le seguenti fotografie speciali o di prove, generalmente in formato 9×12:

6	fotografie	della luna per prova del fuoco chimico.
8	»	per prova della posa.
4	»	negative della corona e protuberanze solari.
7	»	positive » » » »
16	»	ingrandite della corona e protuberanze (1).

(1) Questi ingrandimenti sono stati eseguiti gentilmente dal prof. G. P. Grimaldi con un apparato da lui fatto costruire.

Di più si fecero le seguenti fotografie di spettri colla *camera prismatica*.

2	»	negative dell'eclisse.
4	»	ingrandite (1).
8	»	di spettri solari per prova.
1	»	spettro di Venere e per la *Nova Persei*.
3	»	negative dello spettro.
6	»	positive dello spettro allargato.
66	»	in totale.

Misure. — Dall'agosto del 1896, come si disse, nell'Ufficio delle misure si procede alla determinazione in millesimi di millimetro della distanza dell'immagine (la maggiore delle due ottenute colle due pose) di ciascuna stella nelle fotografie del Catalogo, misurandola rispetto ai quattro lati del quadretto che la comprende: quadretto o maglia che appartiene al reticolato impresso sopra ogni fotografia; si fa poi nello stesso tempo la stima del diametro dell'immagine stessa in decimi dell'intervallo dei due fili verticali del micrometro. Queste due operazioni si ripetono, facendo una seconda misura di ogni lastra, dopo averla girata di 180°.

Si considerano come errate, e si ripetono le misure che nelle due posizioni risultano diverse di più che $0^{mm},010$.

Al 30 giugno 1901 erano state misurate 59 lastre contenenti 22435 stelle, ossia 380 per lastra in media.

Questo lavoro di misura è stato eseguito quasi tutto dai sigg. ingegneri L. Franco e M. Massa; i quali negli ultimi tempi, coll'esercizio fatto, sono arrivati a non sbagliare (nel modo detto sopra) che circa il 2 % delle misure che fanno.

L'errore probabile di una misura semplice è $\mp 0^{mm},0013$, cioè $\pm 0'',08$, e quello della media delle due misure, diretta od inversa è $\pm 0,0001$, ossia $\pm 0'',06$, quindi ammissibile anche di fronte alle maggiori esigenze di precisione.

Il sig. Mazzarella riduce e compulsa le misure fatte nelle due posizioni, tiene il registro degli errori, e fa le medie delle misure ottenute nelle due posizioni delle lastre.

Calcoli. — Nell'Ufficio di calcolo dal novembre 1900 in poi si sono fatti dal prof. Boccardi, aiutato dai sigg. Traversa e Taffara, i seguenti lavori:

1. Determinazione degli errori complessivi dei lati dei quadretti del reticolato N. 82, e costruzione della relativa tavola di correzione delle coordinate rettilinee, misurate su di esso.

2. Costruzione di varî diagrammi astronomici.

3. Spoglio di 11 cataloghi di stelle per trovarvi le stelle comuni col Catalogo della *Astr. Gesellsch.* per la zona $+46°$ e $+55°$, e riduzione delle dette stelle al 1875.

4. Costruzione di tavole per la differenza delle precessioni, dipendente dalla differenza fra le costanti di Struve e quelle di Newcomb, adottate dal Congresso astrofotografico del 1896.

5. Catalogo fondamentale di 2200 stelle per la nostra zona, tenendo conto dei moti proprî e delle costanti di Newcomb.

6. Riduzione all'equinozio 1900,0 di 8000 stelle di riferimento per la nostra zona.

Lavori da intraprendersi. — In conseguenza del preaccenato voto della Conferenza di Parigi e della lettera del Presidente, avendo ottenuto nell'attuale esercizio 1901-2 un altro aumento nell'assegno per la fotografia celeste, siamo ora in condizione di cominciare la stampa del Catalogo fotografico, e di eseguire le fotografie per la Carta propriamente e farne eseguire subito la riproduzione a scala doppia in eliografia.

Per questi aiuti, benignamente concessi all'Osservatorio di Catania e che lo mettono in grado di compiere la sua parte nella impresa internazionale per lo studio fotografico del cielo, mi onoro di presentare al Ministero della Pubblica Istruzione i più vivi ringraziamenti.

Chimica. — *Sull'Artemisina* [1]. Nota di P. Bertolo, presentata dal Socio Cannizzaro.

Dai semi dell'Artemisia marittima si ottiene, come è noto, la santonina. Dalle acque madri della preparazione di questa Merck [2] potè estrarre un altro principio attivo, che chiamò artemisina, la quale recentemente è stata introdotta in terapia.

Questa sostanza nella sua composizione centesimale differisce dalla santonina per un atomo di ossigeno in più:

$C_{15} H_{18} O_3$	$C_{15} H_{18} O_4$
Santonina	Artemisina

per cui il Merck [3] la considerò come un ossisantonina.

L'artemisina presenta con la santonina alcune analogie, ed appunto per ciò decisi di occuparmi di questo nuovo corpo, e segnatamente per ricercare quali relazioni esistono fra le due sostanze nella loro costituzione.

Lo studio interessante fatto dal Cannizzaro e dai suoi allievi sulla santonina per stabilirne la costituzione, servirà a me di guida nelle ulteriori ricerche.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di chimica-farmaceutica della R. Università di Catania.

(2) Merck, Annales 1894, pag. 3.

(3) Merck, Annales 1899, pag. 37.

Ora come Nota preliminare pubblico i primi risultati ottenuti, solo allo scopo di prenderne data.

Colgo frattanto l'occasione per ringraziare pubblicamente il dott. Merck, il quale, al desiderio espresso dal mio direttore prof. Zanetti, perchè mi occupassi sotto la sua guida dello studio sull'artemisina, rispose con squisita cortesia favorevolmente, regalandomi inoltre una certa quantità di materiale.

L'artemisina, come appunto la descrive il Merck nei suoi annali del 1894, si presenta sotto forma di cristalli incolori a colonne; fonde a 200° e si scioglie in 3 p. di alcool assoluto a caldo ed in 60 p. d'acqua bollente, dando soluzioni con reazione neutra, che deviano a sinistra il piano della luce polarizzata. Una soluzione al 10 per cento nell'alcool a 99°,2 dà al polarimetro una deviazione a sinistra di gradi 6,55, da cui si ricava il suo potere rotatorio specifico:

$$(\alpha)_D = -84{,}3.$$

Esposta alla luce del sole si colora lentamente in giallo, ma con minore intensità e rapidità della santonina. Si discioglie in un miscuglio a volumi eguali di acido solforico ed acqua senza colorazione alcuna; aggiungendo alla soluzione una goccia di cloruro ferrico e riscaldando, il liquido diviene leggermente torbido e prende una colorazione giallo-bruna intensa. La santonina nelle medesime condizioni dà una bella colorazione violetta.

Se si riscalda gr. 0,1 di artemisina con gr. 1 di soda e 4 cc. di acqua, si produce un liquido colorato in rosso carminio, il quale si decolora per raffreddamento. Se si fa la medesima esperienza con la santonina, il liquido rimane incoloro; è noto però che si può ottenere la stessa colorazione rosso-carminio con la santonina per trattamento con una soluzione alcoolica di soda o potassa caustica. Pure con soluzione di soda o potassa alcoolica, l'artemisina produce colorazione rosso-carminio.

L'artemisina, a differenza della santonina, dà col cloroformio un prodotto di addizione cristallizzato e di composizione definita, corrispondente alla formola $C_{15}H_{18}O_4 . CHCl_3$.

Questo composto riscaldato a 80° perde tutto il suo cloroformio e lascia l'artemisina perfettamente pura (1). Si ricorre appunto a questa combinazione cloroformica per depurare l'artemisina dalle ultime quantità di santonina, dalla quale con gli altri mezzi difficilmente si purifica.

L'artemisina, in tal modo purificata, diede i seguenti risultati analitici:

In 100 parti

	trovato			calcolato per $C_{15}H_{18}O_4$
	I	II	III	
C =	69,00	68,84	68,92	68,70
H =	7,33	7,25	7,27	6,87

(1) Questo comportamento con il cloroformio ricorda quello di molte altre anidridi, come ad esempio la salicide, ecc.

Io, dopo aver ottenuto pure l'artemisina dal prodotto cloroformico, provai a ricristallizzarla da altri solventi e trovai che assai bene si presta l'etere acetico, dove a caldo è solubile e si separa per raffreddamento in bei cristalli splendenti che fondono pure a 200°, i quali sottoposti all'analisi, diedero risultati che corrispondono a quelli ottenuti dal Merck:

gr. 0,3076 di sostanza fornirono gr. 0,7706 di CO_2 e gr. 0,2140 di H_2O

	trovato	calcolato
C =	68,30 %	68,70
H =	7,40 »	6,87

Dai brevi cenni sopra esposti, risulta che l'artemisina ha carattere e comportamento alquanto analogo alla santonina, e dall'analisi emerge che la prima differisce dalla seconda per un solo atomo di ossigeno in più.

Ho creduto opportuno incominciare intanto il mio studio sull'artemisina col provare se, sciogliendosi essa negli alcali o nei carbonati alcalini, formasse un sale nello stesso modo come avviene per la santonina, e quindi, se il sale corrispondesse ad un acido monocarbossilico, ricercare sotto qual forma l'ossigeno in più si trova nella molecola di questa sostanza.

Sale sodico dall'artemisina. — Per la preparazione di questo sale ho seguito il metodo indicato per ottenere il santoninato sodico (1):

gr. 3,50 di artemisina furono disciolti in cc. 30 di alcool a 90 p. c. e poscia addizionati con cc. 10 di acqua e gr. 2 di carbonato sodico cristallizzato e ridotto in polvere.

Il tutto fu messo a bollire a b. m. in apparecchio a ricadere per 8 ore circa. Con l'ebollizione il liquido acquistò una colorazione rosso-carminio, che scompariva col raffreddamento.

Poscia, eliminato l'alcool per distillazione e concentrato ulteriormente il liquido nel vuoto, rimase una massa vischiosa, alquanto colorata in bruno; per aggiunta di alcool comune, la massa si è solidificata, e per ripetute cristallizzazioni da questo solvente a caldo, si ottiene per raffreddamento il sale sotto forma di aghetti incolori, appiattiti, lucenti, i quali conservati in essicatore ad acido solforico, divengono efflorescenti. Essi sono poco solubili nell'alcool a freddo, solubilissimi in acqua, e le soluzioni hanno sapore salato, amarognolo.

Dalla soluzione acquosa del sale, per aggiunta di acido solforico diluito (1 : 5), si separa col riposo l'artemisina che identificai dal punto di fusione e dagli altri suoi caratteri. Da ciò si vede che anche l'artemisina si comporta in modo analogo alla santonina.

(1) Beilstein (1890), vol. II, pag. 402.

Se invece di scomporre il sale sodico in soluzione acquosa con acido solforico diluito, si tratta il detto sale con acido solforico concentrato, si ottiene un precipitato bianco, il quale, raccolto e lavato accuratamente, sciolto in alcool, si separa, per evaporazione del solvente sotto forma di grossi cristalli tabulari, che fondono a 170°-171. Questa sostanza che ora ottenni in piccola quantità, verrà in seguito studiata.

Visto che il sale sodico presentava il carattere dell' efflorescenza, e quindi certo conteneva acqua di cristallizzazione, data la scarsa quantità di materiale di cui disponevo, interessandomi operare rapidamente senza per ora determinare con quante molecole d' acqua cristallizza il sale sodico, passai alla preparazione e all' analisi del sale d' argento.

Sale d'argento dall'artemisina. — La soluzione acquosa concentrata del sale sodico venne trattata con una soluzione acquosa neutra di nitrato d' argento; tosto si formò un precipitato bianco, che raccolsi rapidamente, filtrando all' aspiratore, lavai con cura, e poi disseccai sino a peso costante nel vuoto in un essicatore ad acido solforico.

All' analisi questo sale diede risultati che corrispondono a quelli richiesti dalla composizione del sale argentico di un acido monobasico, analogo all' acido santoninico.

$C_{15} H_{18} O_4$	$C_{14} H_{19} O_3 . COOAg$
Artemisina	Sale argentico

gr. 0,1723 di sale lasciarono per calcinazione gr. 0,477 di Ag

	trovato	calcolato per $C_{15} H_{19} O_5 Ag$
Ag =	27,68 %	27,9

La santonina, come è stato dimostrato da Cannizzaro (1) ed in seguito confermato da Gucci (2), e da Grassi-Cristaldi (3) contiene un gruppo cetonico, tanto che si potè ottenere l' ossima e l' idrazone corrispondente.

Per vedere se anche nell' artemisina fossero contenuti uno o più gruppi carbonici, sottoposi questa sostanza all' azione dell' idrossilammina e della fenilidrazina.

Azione dell'idrossilammina sull'artemisina. — Con lo stesso processo seguito da Gucci (4) per la preparazione della santoninossima, operai sull' artemisina, senonchè aggiunsi un eccesso di cloridrato d' idrossilammina: p. 5 di artemisina sciolti in 50 p. di alcool a 90° furono addizionati con gr. 6 di cloridrato d' idrossilammina (3 mol.) e con p. 5 di carbonato di calcio precipitato. Il miscuglio venne bollito a b. m. in apparecchio a ricadere per 8 ore. Il liquido filtrato, privato per distillazione dall' eccesso

(1) Berl. Ber. XVIII, pag. 2746.

(2) Gazz. Chim. V. XIX, pag. 367.

(3) Id. id., pag. 382.

(4) P. Gucci, *Ricerche sopra la santoninossima e suoi derivati.* Gazz. Chim. 1889, vol. XIX, pag. 367.

di alcool, venne addizionato con acqua, la quale ha dato luogo ad un precipitato colorato leggermente in bruno. Raccolto questo precipitato e lavato con acqua, venne sciolto a caldo nell'alcool diluito e scolorato con nero animale. Concentrando alquanto la soluzione, per raffreddamento e con il riposo, si separa il nuovo prodotto sotto forma di aghetti, che in seguito vennero purificati per successive cristallizzazioni dall'alcool metilico.

La sostanza così ottenuta si presenta sotto forma di aghi bianchi, setacei, alcune volte raggruppati a raggi che fondono a 233°-234. Sono poco solubili in acqua, solubilissimi invece in alcool, etere e cloroformio.

L'analisi ha dato risultati corrispondenti a quelli calcolati per una monossima della formola

$$C_{15} H_{18} O_3 . NOH$$

I. gr. 0,2080 di sostanza diedero gr. 0,4938 di CO_2 e gr. 0,1442 di H_2O;
II. » 0,1543 » » » 0,3662 di CO_2 e gr. 0,1126 di H_2O;
III. » 0,2948 » » cc. 15 di Azoto misurato alla temperatura di 27° e alla pressione di 763°:

	trovato in 100 p.			calcolato
	I.	II.	II.	per $C_{15} H_{19} NO_4$
C =	64,74	64,72	—	64,98
H =	8,22	8,10	—	8,38
N =	—	—	5,67	5,36

Il prodotto ottenuto si discioglie a freddo nelle soluzioni acquose diluite di soda e di potassa. Per assicurarmi se veramente fosse una ossima, ne trattai una piccola quantità con acqua ed acido cloridrico diluito, bollendo in apparecchio a ricadere per un'ora circa.

Dopo raffreddamento filtrai, e nel liquido filtrato confermai la presenza del cloridrato d'idrossilammina per mezzo delle sue reazioni speciali.

L'artemisina trattata con fenil-idrazina nelle stesse condizioni nelle quali Grassi-Cristaldi (1) operò con la santonina, dà pure una sostanza che ha il carattere di un idrazone. Parimente riscaldato leggermente a b. m. una soluzione dell'ossima, ora descritta con una soluzione acquosa di acetato di fenil-idrazina, si ottiene l'idrazone come sostanza semisolida, che non si riesce a purificare quando è in piccole quantità.

Sulla preparazione dell'idrazone farò nuovi tentativi tostochè avrò nuova quantità di materiale.

Dai risultati fin ora ottenuti si può dedurre: che l'artemisina rispetto ai carbonati alcalini si comporta come la santonina; e che contiene quindi

(1) Gazz. Chim. V. XIX (1889), pag. 382.

probabilmente un eguale aggruppamento lattonico, che al pari della santonina forma una monossima dimostrando che nella molecola è contenuto un solo gruppo chetonico.

Per conseguenza assai interessante sarà l'esperimentare sull'artemisina le reazioni e le trasformazioni che si avverano con la santonina sotto l'influenza dei varî agenti, per potere stabilire sotto qual forma trovasi l'ossigeno in più nella molecola di tale sostanza, studiandone i prodotti di riduzione e di scissione. Anzi dirò che per trattamento dell'artemisina con acido cloridrico e cloruro stannoso si ottiene una sostanza bianca cristallina, che si purifica abbastanza bene dall'alcool bollente, che fonde a 265° e che si discioglie a caldo nei carbonati alcalini.

Ma su ciò, come pure sulle altre esperienze in corso, pubblicherò prossimamente i risultati.

Chimica. — *Sul tricloruro di iodio* [1]. Nota di G. Oddo, presentata dal Socio Paternò.

Il comportamento del tricloruro di iodio ha richiamato più volte l'attenzione dei chimici.

Gay-Lussac [2], nel descriverlo per il primo col nome di cloruro giallo solido, osservò che nell'acqua si scioglie senza alcun'apparente trasformazione, e intravide, senza però definirla, che in quel fenomeno avviene una reazione di natura reversibile.

Serullas [3] la dimostrò nettamente: egli trovò che nel disciogliere il cloruro giallo solido in acqua si formano acido iodico ed acido cloridrico, mentre resta una parte del prodotto inalterato, il quale precipita aggiungendo alle soluzioni acido solforico concentrato; viceversa, se ad una miscela di soluzioni concentrate d'acido iodico e cloridrico si aggiunge acido solforico, precipita il cloruro giallo solido. Trascinato da questi risultati, e non conoscendosi ancora la composizione esatta del composto, gli attribuì la formola ICl_5, che darebbe luogo con H_2O all'equazione reversibile:

$$ICl_5 + 3H_2O \rightleftarrows HIO_3 + 5HCl.$$

Ma quando nel 1837 Soubeiran [4] ne fissò con ripetute analisi la formola ICl_3, la formazione dell'acido iodico non trovò più sufficiente interpretazione.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale dell'Università di Cagliari.
(2) Ann. Ch. Phys., *91*, 1 (1814).
(3) Ann. Ch. Phys., *43*, 208; *45*, 59 (1830).
(4) Journ. de Ch. *23*, 49.

Philipp (1) nel 1870 ritenne ch'esso non fosse costituito da una sola molecola, ma da due distinte $ICl + Cl_2$; credeva di spiegare a questo modo perchè nell'azione sugli alcali non dava origine a ioditi. Questa opinione, secondo quanto pensano Sommaruga e Zeisel nel capitolo scritto per il trattato di Dammer (2), spiegherebbe la facile dissociabilità del prodotto.

Schutzenberger (3) invece, studiando l'azione dell'acqua su una serie di sistemi composti di cloro e iodio nei rapporti di $I:Cl_5$ e $I:Cl_3$, ritenne che, sebbene ICl_5 non esista, si deve ammettere che il tricloruro di iodio con l'acqua si comporti come un miscuglio di ICl_5 e ICl, secondo l'equazione:

$$2\,ICl_3 + 3\,H_2O \rightleftarrows HIO_3 + ICl.HCl + 4\,HCl.$$

A parte tale dissidio, questo comportamento speciale del tricloruro di iodio con l'acqua, per il quale si distacca dai composti alogenati dei veri metalloidi, come quelli dello zolfo e del fosforo, che non danno origine a reazioni reversibili, e si avvicina invece ai composti alogenati degli elementi con spiccato carattere metallico, come quelli d'arsenico, antimonio, bismuto etc., mi aveva fatto sorgere da parecchio tempo il dubbio che il tricloruro di iodio dovesse considerarsi come un vero sale.

Volli quindi determinare il peso molecolare in soluzione nell'ossicloruro di fosforo per osservare se anch'esso, analogamente a quanto ho dimostrato per i cloruri d'oro, di ferro e di platino (4), si mostrava dissociato.

L'esperienze confermarono le mie previsioni; ecco difatti i risultati ottenuti:

In ossicloruro di fosforo.

I serie.

Concentrazione	Abbass. punto cong.	Peso molecolare
3,1224	1°,302	165,4
4,5400	1 ,864	173,42

II serie.

Concentrazione	Abbass. punto cong.	Peso molecolare
3,4332	1°,765	134,21
6,0110	2 ,695	152

Per ICl_3 si calcola p. m. = 233,20

» $\frac{ICl_3}{2}$ » 116,60

(1) Berichte 1870, 4; Bull. Soc. Ch. *13*, 496.
(2) Handbuch anorg. Chemie I, 579.
(3) Bullett. Soc. Chim. 28 (1877) 254; Comptes Rendus 84, 389.
(4) Questi Rendiconti 1901, 456.

Anche il tricloruro d'iodio tende però a combinarsi col solvente e perciò non conviene eseguire molte determinazioni in serie.

I valori che si ottengono invece in soluzione acquosa sono molto più bassi, ma quasi costanti per diverse concentrazioni:

In acqua.

I serie.

Concentrazione	Abbass. punto cong.	Peso molecolare
3,7352	1°,715	41,37
9,9270	4 ,288	43,98

II serie.

1,4791	0°,669	42,00
3,9311	1 ,657	45,07
6,6442	2 ,773	45,52
9,3258	3 ,770	46,2

La molecola del tricloruro di iodio dunque, in soluzione nell'ossicloruro di fosforo, si scinde in due parti. E poichè la solubilità del cloro in questo solvente è molto limitata e non se ne sviluppa neanche a concentrazioni molto più elevate di quelle che ho riportato, non possiamo ammettere sia avvenuta la dissociazione molecolare in $ICl + Cl_2$, secondo il concetto di Philipp [1]; ma un'altra di natura diversa, cioè la dissociazione ionica e che perciò il tricloruro di iodio sia un elettrolite, a differenza di altri cloruri di veri metalloidi.

Ma che cosa c'insegna ancora di nuovo il modo come avviene la dissociazione?

[1] Io non ho potuto leggere il testo originale della Memoria, che si trova pubblicata nel vol. III. del Berichte, incominciando la collezione di questo giornale che possiedo in laboratorio dal vol. VIII. Nel breve riassunto che ne è riportato nei Bullettin de la Société Chimique *13*, 436, è detto: « La décomposition du triclorure d'iode par l'eau, donne non de l'acide iodeux, mais de l'acide iodique et de l'iode libre, ce qui tend à montrer que ICl_3 n'est pas une molecule unique, mais renferme $ICl + Cl_2$ » Concetto in verità incomprensibile, nè lo è meno ciò che dicono Sommaruga e Zeisel nel Dammer (l. c.): « Soll die Verbindung von einwerthigen I abgeleitet werden, so muss sie als Molekularverbindung $ICl + Cl_2$ angesehen werden; die leichte Dissociirbarkeit der Verbindung würde zu Gunsten dieser Ansicht sprechen ». In che cosa differirebbe infatti in questo caso un composto molecolare da un composto vero e proprio?

Ho dimostrato nella nota citata che anche $FeCl_3$, $AuCl_3$, e $PtCl_4$ nelle soluzioni in ossicloruro di fosforo dànno valori per il peso molecolare corrispondenti quasi alla metà di quelli calcolati per le molecole intere. Queste nel dissociarsi non si scindono quindi, come forse si sarebbe potuto immaginare a priori, nel metallo, ione positivo, e negli atomi di cloro, ioni negativi, poichè in tal caso avremmo ottenuti valori corrispondenti alla quarta parte della molecola per $FeCl_3$ e $AuCl_3$ ed alla quinta per $PtCl_4$.

Al contrario dei loro atomi di cloro uno soltanto si distacca per acquistare il carattere d'ione negativo e gli altri restano legati al metallo a costituire gli ioni complessi positivi:

Cl_2Fe	Cl_2Au	Cl_3Pt
Cloreferronio (1)	Cloreauronio	Cloriplatonio (1)

paragonabili all'ammonio H_4N, e perciò li ho chiamati con nomi analoghi, radicali dei quali $FeCl_3$, $AuCl_3$, $PtCl_4$ non sono che i monocloruri.

Analogamente il tricloruro di iodio si deve considerare come il cloruro di cloreiodonio, il quale nelle soluzioni in $POCl_3$ si dissocia in

Cl_2I	Cl
$+$	$-$

e perciò mostra un peso molecolare metà del calcolato.

Abbiamo pertanto il fatto interessante, a prima giunta alquanto strano, che due elementi così negativi come il cloro e l'iodio, unendosi fra loro, costituiscono un ione positivo.

L'ossicloruro di fosforo viene dunque a fornirci delle conoscenze preziose, sulla costituzione dei composti alogenati per ora, che possono concorrere a risolvere altre questioni più complesse, come quelle dei sali doppi; conoscenze che nelle soluzioni nell'acqua ci sfuggivano per l'azione che questo solvente esercita su quei corpi (2).

Difatti i cloruri dei veri metalloidi, almeno quelli contenenti pochi atomi d'alogeno, come il protocloruro di zolfo e di iodio che ho studiati nelle Memorie precedenti, dànno abbassamenti che corrispondono a molecole intere. Quando incomincia a manifestarsi negli elementi il carattere metallico, nei composti nei quali essi mostrano la massima valenza, come sono quelli da me finora studiati, non tutti gli atomi dell'alogeno si distaccano come ioni

(1) Con le vocali *e* ed *i* attaccate alla radice « clor » intendo indicare rispettivamente i numeri 2 e 3 secondo il progetto di riforma della nomenclatura della chimica inorganica che ho compilato per incarico affidatomi dal Congresso internazionale di Chimica pura, tenutosi a Parigi nel luglio del 1900, e che è in corso di pubblicazione nel resoconto degli atti di quel congresso.

(2) Chem. Centr. 1899 I, 1057; Zeitsch. anorg. Ch. XXII, 445 e Gazz. chim. ital. 1900, II, 565.

dall'elemento più positivo a costituire in soluzioni individui isolati, ma uno soltanto; gli altri vi restano attaccati a costituire un ione complesso positivo. Col crescere però della natura positiva del metallo anche gli altri atomi d'alogeno acquistano la loro indipendenza ionica. Sebbene non abbia potuto eseguire determinazioni coi cloruri dei metalli alcalino-terrosi in ossicloruro di fosforo, perchè insolubili, il comportamento di questi sali in soluzione acquosa ci mostra difatti che in essi si trovano dissociati tutti gli elementi. Si completa così con l'uso di questi due solventi inorganici il quadro di tutto il processo del fenomeno, che non mancherò d'illustrare con altre ricerche, appena avrò il materiale necessario.

L'analogia del cloruro di cloreiodonio con gli altri tre cloruri da me studiati non si limita al comportamento crioscopico in $POCl_3$, ma si estende alquanto al comportamento chimico.

Già fin dal 1845 Filhol (1) aveva descritto i composti $KCl.ICl_3$ e $NH_4Cl.ICl_3$. Per lungo tratto di tempo altri composti simili non furono ottenuti, ma nel 1892 Wells e Wheeler (2), in una memoria interessante sui composti pentalogenati dei metalli alcalini, descrissero i seguenti altri sali:

$$RbCl.ICl_3;\ NaCl.ICl_3;\ LiCl.ICl_3.4\ H_2O.$$

Si ottengono molto facilmente mescolando a freddo le soluzioni acquose cloridriche dei due cloruri, o facendo passare sulla soluzione dei iodati una corrente di HCl e raffreddando. Avviene in un caso o nell'altro che tutta la soluzione si rappigli talvolta in una bellissima massa cristallina gialla, per lo più splendente, costituita da questi sali. Altri composti analoghi io ho ottenuto con le basi organiche terziarie e forse anche con il cloridrato d'idrazina (3); ma ne rimando la descrizione all'inverno venturo, non essendo riuscito finora ad avere risultati d'analisi concordanti, a causa della parziale decomposizione che subiscono nel disseccarli, per la temperatura elevata dell'atmosfera (4).

(1) Berzelius, Jahrb. *20* [2] 110.

(2) Ber. deut. ch. Ges. XXV, 773, Ref.

(3) Versando goccia a goccia su una soluzione acquosa concentrata di cloridrato d'idrazina, raffreddata con un miscuglio frigorifero, una soluzione ugualmente raffreddata di ICl_3 in HCl, si forma un precipitato giallo, che però subito diventa di colorito che varia dal giallastro al bruno. Cessa la precipitazione quando si è aggiunto ad una molecola di cloridrato d'idrazina una molecola di ICl_3. Il precipitato subito raccolto su filtro, lavato con HCl e spremuto bene tra carta, contiene iodio e cloro; ma se si lascia all'aria, rimane un residuo bianco di cloridrato d'idrazina. Non sono riuscito finora ad ottenerlo di composizione costante. Ritornerò a studiarlo in inverno.

(4) Per il medesimo motivo rimando a quella stagione le ricerche per tentare di ottenere altri sali dei radicali Cl_2Fe, Cl_2Au, Cl_2Pt, Cl_2I.

Che questi composti si debbano considerare come sali doppi paragonabili ai cloroaurati corrispondenti, e non come composti dovuti a pentavalenza del metallo alcalino o dall'ammonio, io credo ce ne diano il mezzo di dimostrarlo altre esperienze dei sudetti chimici Wells e Wheeler, i quali nel medesimo anno (1) prepararono composti trialogenati dei metalli alcalini; ma riuscirono ad ottenerli soltanto del cesio, del rubidio e del potassio; arrivati a quest'ultimo metallo i sali che ottennero erano molto instabili, tanto che poterono prepararne soltanto pochi termini, mentre del cesio Wells aveva descritto perfino dieci sali trialogenati diversi semplici o misti.

Al contrario i composti $NaCl.ICl_3$, $NH_4Cl.ICl_3$ si ottengono facilmente e sono abbastanza stabili. I sali trialogenati quindi debbono attribuirsi alla trivalenza che acquistano i metalli alcalini col crescere del peso atomico, analogamente a quanto avviene nella parte opposta della classificazione naturale con gli alogeni, e perciò quelli di cesio sono i più stabili; gli altri invece non si possono attribuire a pentavalenza, bensì a combinazioni simili a quelle che riscontriamo in tutti i sali doppi come i cloroaurati e i cloroplatinati.

Dimostrata pertanto sia per il comportamento fisico che per quello chimico la funzione di sale del tricloruro di iodio, si capisce perchè esso sia solubile nell'acqua soltanto con parziale decomposizione, dando origine ad una reazione reversibile.

Se poi questa nuova nozione sulla funzione del tricloruro di iodio si mette in confronto con altre analoghe che ne possediamo in chimica organica, risulterà questo fatto interessante:

$$\begin{matrix} Cl \\ Cl \end{matrix} > I.Cl$$

Tricloruro di iodio, è un sale.

$$\begin{matrix} C_6H_5 \\ Cl \end{matrix} > I\,Cl$$

Cloroioduro di Willgerodt, (?)

$$\begin{matrix} C_6H_5 \\ C_6H_5 \end{matrix} > I.Cl\ (^2).$$

Cloruro di difeniliodonio, è anch'esso un sale.

Ora è evidente che i cloroioduri debbono essere delle sostanze saline di costituzione uguale alle altre due, e sono il termine di passaggio tra i diarriliodonii e il cloreiodonio, primo termine di questa serie di basi.

In questo indirizzo nel mio laboratorio si sono incominciate delle ricerche sui cloroioduri.

(1) Berichte XXV, 271, 543, 623, Ref.
(2) Ber. deut. chem. Gesell. XXXI, 915, 1898

PERSONALE ACCADEMICO

Pervenne alla Presidenza la triste notizia della morte del Socio straniero barone Adolf Erik Nordenskiöld, mancato ai vivi il 12 agosto 1901; apparteneva il defunto all'Accademia, sino dal 12 novembre 1883.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona, la Società Reale di Londra; la Società geologica di Sydney; la Società zoologica di Tokio; le Società di scienze naturali di Emden e di Hamburg; l' Università di Glasgow.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

dal 5 agosto al 1° settembre 1901.

Atti della Commissione nominata dal Ministro dei lavori pubblici per riferire sui danni ai muraglioni del Tevere e proporre i necessarî provvedimenti. Roma, 1901. 4°.

Berlese A. — Osservazioni su fenomeni che avvengono durante la ninfosi degli insetti metabolici. Portici, 1901. 8°.

Delitala G. — Un correlativo del teorema di Stewart. S. l. 1901. 8°.

Dalla Vedova G. — I progressi della geografia nel secolo XIX. Roma, 1901. 8°.

Ekman W. — On a new Current-Meter invented by Prof. Fridtjof Nansen. Kristiania, 1901. 8°.

Fischer E. e *Guth M.* — Der Neubau des ersten Chemischen Instituts der Universität Berlin. Berlin, 1901. 4°.

Gadot A. — Un nouveau mètre, unité physique essentielle. Paris, 1901. 8°.

Manca G. — Ricerche fisiologiche su animali a sangue freddo tenuti in digiuno. Portici, 1901. 8°.

Nansen F. — Some Oceanographical Results of the Expedition with the « Michael Sars » headed by Dr. J. Hjort in the summer of 1900. Christiania, 1901. 8°.

Rabot Ch. — Les variations de longueur des glaciers dans les régions arctiques et boréales. Genève, 1900. 8°.

Schetelig J. — On the use of the Hydrometer of total Immersion. Kristiania, 1901. 8°.

Strazzeri V. — Le eliche cilindriche. Sassari, 1901. 8°.

Tuttolomondo A. — Fauna ittiologica del Compartimento marittimo di Catania. Girgenti, 1901. 8°.

Wölfer A. — Astronomische Mitteilungen. N. XCII. Zürich, 1901. 8°.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 15 settembre 1901.

Zoologia medica. — *A proposito del paludismo senza malaria.* Nota del Socio B. Grassi.

Nella seconda edizione della mia Memoria *Studî di uno zoologo sulla malaria*, pubblicata in lingua tedesca il 12 agosto 1901, ho riuniti i casi (da me in parte già precedentemente comunicati) di località dove si trovano gli anofeli e manca la malaria, ovvero dove la malaria è scarsissima e gli anofeli sono piuttosto abbondanti. Contemporaneamente Celli insieme a Gasperini pubblicava un articolo intitolato: *Paludismo senza malaria* (*Policlinico*, supplemento, anno VII, fasc. 42; Roma, 17 agosto 1901).

Scrivono gli Autori: « Da lungo tempo in tutte le latitudini sono ben noti i casi di paludismo senza la malaria; nessuno però ha intrapreso a studiarli dal punto di vista delle nuove teorie epidemiologiche, ciò che tentiamo far noi, profittando che di simili casi v'è abbondanza in Toscana. I luoghi nei quali s'aggirano le nostre ricerche sono: paduli di Fucecchio e di Bientina; lago di Massaciuccoli e terreni paludosi circostanti; pianura littoranea da Collesalvetti e Livorno a Viareggio e Pietrasanta..... Questi luoghi anche ai tempi medicei erano fieramente malarici..... Invece nell'ultimo quarto del secolo scorso, qui come altrove, è avvenuto un salutare e progressivo cambiamento, sebbene rimangano tali e tante e così estese le plaghe paludose..... Si coltivano a Massarosa le più rigogliose risaie..... »

« Le zanzare, altrove specifiche, sono a miriadi. Non mancano i casi di febbri recidive, qualcuna autoctona, altre provenienti da fuori; il che esclude

si tratti di immunità organica acquisita per cernita naturale da questa popolazione, la quale basta si allontani dal luogo nativo per contrarre le febbri dove queste dominano ».

« Il chinino certamente non si è dato e non si dà nè più, nè meglio, nè da più lungo tempo che altrove dove la malaria persiste ».

« Trattasi dunque d'una indiscutibile e finora inesplicabile eccezione alla nuova teoria etiologica ed epidemica della malaria; cioè vi sono località palustri senza propagazione di malaria, ad onta della presenza di anofeli, e dell'arrivo di malarici dal di fuori, e dello scoppio di qualche raro e per lo più isolato caso di febbre.....»

« Certo in epidemiologia non è nuovo il caso di malattie, le più tipicamente contagiose, come peste bubonica e lebbra, che, quando si attenuano, si riducono a casi sparsi e isolati, senza più la possibilità di contagio ».

« Altrove, come in Francia, Germania, Inghilterra, questo fortunato periodo dell'attenuazione della malaria è già trascorso, e gli anofeli che permangono dove non c'è più malaria ne sono forse un documento storico ».

« Per altre epidemie non si è ancora tentato di trovare sperimentalmente la chiave dell'enigma di così benefico evento. Per la malaria abbiamo in corso osservazioni comparative ed esperienze di zoologia sperimentale. Certo si apre un'altra lacuna da colmare nel campo delle nostre conoscenze epidemiologiche attuali su questa epidemia, e si accenna forse qualche nuova orientazione profilattica ».

A Celli e a Gasperini sono sfuggite le mie ricerche per spiegare il fenomeno del paludismo senza malaria (pag. 51 e seguenti della prima edizione della mia Memoria *Studi di uno zoologo sulla malaria* e altri punti delle mie Note preliminari, dove fo cenno dell'argomento in discorso).

Per verificare se i risultati delle mie ricerche precedenti e delle altre aggiunte nella seconda edizione della Memoria citata fossero sufficienti a spiegare anche il fenomeno osservato da Celli e Gasperini, intrapresi altre ricerche speciali in una delle località da loro esplorate.

Veramente io mettevo mal volontieri il piede in tali località, perchè sospettavo che ivi per motivi di interessi regionali si tendesse a negare l'esistenza della malaria. A questi sospetti alludevo già nella mia prima Nota pubblicata nel 1898 quando scrivevo: « Nel padule di Fucecchio, vicino ai bagni di Montecatini, m'era stato assicurato che non si davan casi di malaria. Io trovai in questa località l'*Anopheles claviger*, ma conobbi anche una famiglia che abita in mezzo al padule, la quale ebbe a lottare non poco colla malaria ».

Anche il caso delle risaie di Massarosa sopra accennato mi era noto, essendo io stato pregato nella primavera scorsa di far ricerche in proposito, ricerche che per varie ragioni avevo trascurate. La pubblicazione di Celli e Gasperini mi decise a non differirle più oltre, sembrandomi che il concetto

dell'attenuazione della malaria, messo innanzi da questi Autori, potesse riuscire pericoloso e fatale nella lotta contro la malaria, ove non venisse dimostrato da sperimenti diretti.

In questa Nota espongo i risultati ai quali io sono finora pervenuto.

Occorre premettere che il Consiglio Comunale di Viareggio (a 8 chilometri da Massarosa) l'inverno scorso emise un voto per l'abolizione delle risaie all'intorno della città, voto contro il quale fu presentata al Prefetto di Lucca una petizione firmata da duemila lavoratori, i quali fanno osservare come l'abolizione delle risaie sarebbe una suprema iattura, perchè intiere popolazioni resterebbero affamate, e aggiungono: « ... Nè deve dar ombra il pensiero che durante il lavoro in risaia si possa da noi contrarre il germe della malaria, imperocchè le nostre abitazioni risiedono tutte sui monti, ove l'aria è purissima e l'orario del lavoro in risaia decorre dalle 7 del mattino alle 5 circa della sera; mentre è ormai certezza acquisita dalla scienza sperimentale che la zanzara *Anopheles*, trasmettitrice della malaria non esercita la sua terribile opera di distruzione che nelle ore vespertine e notturne ..... ».

Quasi contemporaneamente i proprietari presentavano allo stesso Prefetto di Lucca un'altra petizione (manoscritta) dalla quale tolgo i seguenti appunti.

« ..... Sin d'ora giova asserire che non già in Viareggio città soltanto, ma in tutta la plaga circostante che comprende anche i territori dei Comuni di Camaiore e Massarosa, nei quali la coltura del riso è estesa e va man mano estendendosi, la febbre malarica: *a*) non esiste assolutamente in forma epidemica; *b*) si manifesta annualmente in pochissimi casi sempre in forma mite; *c*) ciò che più monta, malgrado l'estendersi della coltura del riso, va man mano decrescendo ».

A conferma di questa asserzione si riportano certificati dei dottori Francalanci e Calcinai, medici condotti del Comune di Massarosa. Il dott. Francalanci, nella di cui condotta la coltura del riso predomina (circa $^{8}/_{10}$ del territorio sono coltivati a riso) asserisce che in questi ultimi quattro anni sono totalmente scomparsi quei cinque o sei casi di febbre malarica, che precedentemente si avveravano in forma sempre lieve. L'altro medico condotto, il dott. Calcinai, dichiara di non aver curato nel passato che pochissimi casi di malaria (3 o 4 l'anno) sempre di forma lieve e che nel 1899 non ne constatò che un unico caso importato dalla Corsica.

Nella petizione in discorso viene riportato anche il seguente brano d'una Relazione del dott. Francalanci, che giace manoscritta nell'archivio del medico provinciale di Lucca.

« ..... Da tutto questo si conclude che l'istituzione delle risaie nel Comune di Viareggio e quindi ora nel Comune di Massarosa fu tanto benefica da far scomparire le forme più gravi di malaria là dove esistevano e come pure le altre forme, avendosi avuto sempre con l'andare degli anni

diminuzione progressiva notevolissima. È da considerarsi pure che essendo a queste popolazioni aggiunto un maggior cespite di guadagno, cominciarono a nutrirsi ancora in modo migliore di prima e con alimenti più sostanziosi e più sani ».

Insomma il dott. Francalanci in base a ricerche storiche, a dati raccolti dai colleghi e a sue proprie osservazioni, è convinto che se non esistessero più le risaie e si abbandonasse a sè il padule, la malaria tornerebbe grave.

I proprietari fanno inoltre osservare che i terreni coltivati a risaia sono paludosi, in gran parte sommersi e che la coltura del riso ha fugata la malaria, probabilmente anche perchè per la coltivazione del riso si immettono ovunque nei paduli quasi perennemente ed in grande abbondanza acque sorgive fresche, defluenti dai monti circostanti e però immuni di malaria; per l'immissione di queste acque sorgive vengono messe in maggior movimento quelle del padule di per sè stesse stagnanti, oltrechè ne viene la necessità che le fosse in cui esse hanno a defluire, siano continuamente tenute spagliate e ripulite dalle male erbe.

I fatti fin qui esposti sono ben singolari e veramente a tutta prima sembrano in contraddizione con quanto finora è stato stabilito: *che cioè, le risaie sono fomite di malaria perchè, com'io ho per primo osservato (settembre 1898), costituiscono un abitacolo enormemente propizio per la moltiplicazione degli Anopheles.*

Tutte queste circostanze mi erano presenti quando visitai per la prima volta il Comune di Massarosa. Quivi appresi che la Società delle Ferrovie Mediterranee, che esercisce la linea Viareggio-Massarosa, ossia la linea che attraversa il padule, estesamente ridotto a risaia, del Comune di Massarosa, passa ai suoi impiegati l'indennità di seconda zona, ossia di malaria grave. La circostanza che questa linea ferroviaria è di recente costruzione, ossia data da soli circa dieci anni, fa a tutta prima pensare che se la Società, di cui sono note le tendenze all'economia, si è decisa a concedere l'indennità di malaria grave, questa deve esistervi incontrastabilmente.

A Massarosa feci la conoscenza del gentile e bravo dott. Francalanci: egli mi ripetè a voce quello che aveva già scritto, che, cioè a Massarosa la malaria è scomparsa.

Feci a Massarosa estese ricerche e devo dichiarare che finora non sono riuscito a riscontrarvi alcun malarico e ciò in conformità di quanto asserisce il dott. Francalanci. Non posso però tacere che la popolazione del Comune di Massarosa è così preoccupata dalla possibilità dell'abolizione delle risaie che, se vi fosse qualche caso di malaria autoctona, probabilmente lo nasconderebbe in tal modo da rendere impossibile rintracciarlo. D'altra parte è certo però che attualmente, se nel Comune di Massarosa si danno casi di malaria, questi non debbono essere punto numerosi, perchè altrimenti non potrebbero venir tenuti celati.

Ciò che sorprende si è che tutti, dai trent'anni in su, confermano di aver sofferto la terzana fino a venti o venticinque anni fa. Non sono rari quelli che dicono di averne sofferto fino all'ultimo decennio: tutti asseriscono che da dieci anni a questa parte la malaria è scomparsa.

Il dott. Francalanci mi disse che egli viene chiamato frequenti volte per febbri da intossicazione intestinale, le quali guariscono tutte senza chinino. Quest'ultima circostanza tende ad escludere che si tratti di malaria, esclusione che in due casi da me osservati ho potuto ammettere con sicurezza dietro l'esame microscopico del sangue.

Dopo la mia prima gita a Massarosa, comparve edita a Viareggio (Tipografia Ciani), in data del 27 agosto, anche una Nota del dott. Francalanci sulla malaria del Comune di Massarosa. Annuncia ch'egli ha fatto in quest'anno nel Comune di Massarosa la ricerca degli *Anopheles* e che vi ha trovato gli *A. claviger* e *pseudopictus*, dei quali parecchi furono da lui presentati ai dottori Puccinelli e De Hieronymis che confermarono la diagnosi delle specie. Egli aggiunge di averne consegnati dopo qualche tempo altri al prof. Celli, in occasione di una visita che questi gli fece in unione al prof. Gasperini.

Anch'io posso confermare l'osservazione di Francalanci che gli *Anopheles* abbondano a Massarosa in padule, nelle risaie, nelle case coloniche e non solo in quelle a quasi due passi dal padule stesso, ma anche nelle più interne del paese, civili o coloniche che siano.

La quantità di *Anopheles* che vengono a pungere nella stazione di Massarosa è così grande da potersi confrontare soltanto con quella dei luoghi più malarici d'Italia.

Più singolare a primo aspetto sembra il fatto già considerato dal dott. Francalanci nel suddetto opuscolo, che ogni anno dal Comune di Massarosa, in primavera parecchi agricoltori migrano temporariamente in Corsica e alcuni altri migrano in Algeria. « A seconda delle condizioni di salute che trovano in tali paesi vi dimorano del tempo, dei mesi cioè, pronti sempre a fuggire appena sono colti dalle febbri malariche. Una massima parte di questi emigranti temporanei torna in generale ammalata di febbri, essendo rari quelli che ne tornano immuni ».

Il dott. Francalanci aggiunge che in quest'anno cinque individui sono ritornati ammalati di febbre malarica. Nelle abitazioni di questi malarici venuti da fuori egli ha trovato numerosi *Anopheles*. Il Francalanci conchiude « malgrado questi casi non si ha malaria nel territorio di Massarosa in modo da sembrare che gli *Anopheles* qui non comunichino la malaria ad altri individui ».

Insomma è certo che a Massarosa gli *Anopheles* sono molto abbondanti come lasciava prevedere la condizione del territorio e che la malaria o manca, od è in minima quantità.

Il dott. Francalanci mi ha messo sott'occhio dei documenti storici molto importanti e precisamente la Memoria: *Delle risaie in Italia* ecc., di Puccinotti (Livorno, Tipografia Bertani, Antonelli e C. 1843) e la Memoria di Carlo Luigi Farini: *Sulle quistioni sanitarie ed economiche agitate in Italia intorno alla risaie* (Firenze, Tipografia Galileiana, 1845). Da questi documenti rilevo che il marchese Antonio Mazzarosa lesse una Memoria al Congresso scientifico di Padova *Sulle risaie del lucchese e loro effetti* e scrisse in proposito una lettera al Puccinotti. Orbene Mazzarosa riferisce che il Senato della repubblica di Lucca proibiva l'11 maggio 1612 di coltivare il riso per tutto lo Stato. Si noti che la coltivazione del riso era allora assai estesa e che ad essa si attribuivano effetti sommamente nocivi.

Secondo Mazzarosa nei quindici anni precedenti il 1841 furono a Massarosa le terzane così rare da contarsene al più sei od otto casi all'anno e neppur sempre. Nel 1840 si riprese la coltura del riso che si raddoppiò nel 1841 e si triplicò nel 1842. Nel 1841 dalla metà di settembre in poi si ebbero 150 terzane; nel 1842 le febbri comparvero in luglio e in quell'anno si ebbero fino a 300 terzane; nel 1843 i febbricitanti si contarono a centinaia.

Farini [1] riporta contro i dati di Mazzarosa, dati comprovanti un incremento della popolazione in rapporto coll'introduzione delle risaie e il fatto che il farmacista di Massarosa dichiara di aver venduto due libbre di più di solfato di chinina nei cinque anni precedenti l'introduzione delle risaie, di quelli venduti nei cinque anni susseguenti.

A me sembra che nè l'incremento della popolazione, nè la dichiarazione del farmacista, di fronte ai fatti positivi e precisi citati da Mazzarosa, possano avere alcun valore, e credo perciò dimostrato che già a Massarosa altra volta la malaria abbia infierito e poi sia scomparsa, e poi di nuovo sia tornata ad infierire e oggi di nuovo sia scomparsa.

Come si spiegano questi fatti?

Due ipotesi si affacciano innanzi:

1° Dalle mie ricerche precedenti risulta che certi *Anopheles claviger* sono immuni dalla malaria: potrebbe darsi che gli *Anopheles* di Massarosa costituissero attualmente una razza tutta immune e quindi veramente non trasmettessero la malaria.

2° Potrebbe darsi che il fatto di Massarosa costituisse una sorta di paradosso basato sopra una proposizione vera ed esplicabile per un complesso di circostanze combinantisi per produrre un effetto inaspettato [2].

(1) Purtroppo non ho più sott'occhi l'opuscolo di Farini, che debbo citare a memoria.

(2) Il caso della malaria a Massarosa si ripete anche per altre malattie a ospitatore intermedio. Così la trichina manca in Italia ad onta che vi si trovino gli ospitatori (ratti, maiali, uomo); in Francia, poi, manca nel maiale e nell'uomo ad onta che i ratti trichinati non siano rari.

Per vedere quali fondamenti avesse la prima di queste due ipotesi, ho fatto prendere a Massarosa una quantità di *Anopheles* e ho procurato che pungessero un individuo semilunare in buone condizioni. Il risultato fu il seguente: di quattro *Anopheles* pigliati ad Ostia e che punsero il semilunare in buone condizioni, uno si infettò moltissimo, mentre gli altri non si infettarono punto: di dodici *Anopheles* presi a Massarosa e che punsero contemporaneamente lo stesso semilunare, se ne infettarono quattro, due moltissimo e due poco (questi ultimi due avevano punto senza aver interamente digerito il succo di frutta, che avevano preso durante il viaggio da Massarosa ad Ostia, e perciò avevano succhiato poco sangue). Io ho veduto gli amfionti nella parete dello stomaco degli *Anopheles* quattro giorni dopo la puntura. Tra pochi giorni compariranno certamente gli sporozoiti nelle ghiandole salivari di altri *Anopheles* di Massarosa, che tengo vivi in laboratorio. Con questi *Anopheles* potrei facilmente farmi pungere, ma io ritengo questo esperimento superfluo e perciò non intendo di farlo. Se altri desidera sottoporvisi, io metto il mio materiale a sua disposizione.

Per me è importante stabilire che non sono immuni dai parassiti malarici nè gli uomini, nè gli *Anopheles* di Massarosa. Che gli uomini non siano immuni lo dimostra il fatto che quelli di Massarosa quando vanno in paesi infestati dalla malaria cadono in preda a questa malattia, come risulta dai dati del dott. Francalanci. Che gli *Anopheles* non siano immuni, lo dimostrano gli esperimenti da me fatti.

Resta così eliminata la prima ipotesi ed è giuocoforza ricorrere alla seconda, non essendomi possibile di immaginarne alcun'altra verosimile. È questa seconda l'ipotesi che io sostengo e della quale io voglio qui sommariamente ragionare.

Il dott. Francalanci e il prof. Celli fanno risaltare che ogni anno nei mesi di estate e d'autunno vengono nelle varie località senza malaria e con molti *Anopheles*, individui infetti di malaria e perciò nei suddetti mesi i parassiti malarici nel sangue non mancano. A questo riguardo mi permetto osservare che il trovare individui infetti di malaria e anche parassiti malarici nel sangue non implica affatto la presenza di gameti capaci di svilupparsi negli *Anopheles*. Io, che ho avuto occasione di fare moltissimi esperimenti di infezione degli *Anopheles*, so che è relativamente difficile trovare un ammalato capace di infettarli. Queste difficoltà spiegano i tanti tentativi di infettar gli *Anopheles* riusciti vani a Ross e a Koch. Molte volte si esaminano individui, il cui sangue si supporrebbe pieno di semilune, mentre invece non ne presenta alcuna. Per fare l'esperimento suddetto di Massarosa dopo molte ricerche mi procurai tre individui con semilune abbondanti, due di questi non infettarono alcun *Anopheles* nè di Massarosa, nè di Grosseto, nè di Ostia.

Perciò il piccolo numero di individui che, come dice Francalanci, vanno in luogo malarico e vi dimorano dei mesi, pronti sempre a fuggire appena sono colti dalle febbri malariche, forse per un caso fortunato, non tornano a Massarosa in condizioni opportune per infettare gli *Anopheles*, nè queste condizioni opportune si verificano più tardi perchè vengono curati con molto impegno dai bravi medici condotti.

Francalanci mi assicura che a Massarosa la temperatura è relativamente più fresca che a Pisa; purtroppo mancano dati precisi. Anche questa circostanza, però, potrebbe portare il suo contributo contro alla diffusione della malaria.

Una parte notevole degli *Anopheles* di Massarosa è costituita dalla specie *pseudopictus*, che in generale vive in aperta campagna, dove nella notte si verifica un forte abbassamento di temperatura, il quale rende difficile la propagazione dei parassiti malarici. Senonchè a Massarosa gli *Anopheles pseudopictus*, come aveva riscontrato Celli nel Vercellese, vivono anche nelle case (dove, a differenza dei *claviger*, si trovano per lo più sulla parte bassa delle pareti). Si può tuttavia supporre che restino per pochissimo tempo nelle case e passino poscia in aperta campagna, andando incontro all' abbassamento di temperatura, come sopra ho detto.

La circostanza principale, però, che a mio avviso spiega il paradosso di Massarosa, è il fatto che la popolazione di Massarosa è quasi assolutamente stabile e non le mancano punto le cure da parte dei medici locali. Nei paesi dell' Italia media e meridionale dove la malaria continua ancora ad infierire, la popolazione è invece nomade per grandissima parte e sinora l' opera del medico è arrivata ad essa manchevole, od è stata nulla.

Si potrebbe opporre che nell' Italia settentrionale, per esempio a Locate Triulzi, la malaria infierisce nonostante le cure mediche. Quivi però le condizioni sono molto peggiori che a Massarosa. Locate Triulzi giace in un piano in mezzo alle risaie, mentre Massarosa sta in gran parte appoggiata sopra una collina, ai cui piedi trovansi le risaie; questa circostanza può in certo modo diminuire la propagazione della malaria per il fatto che gli *Anopheles* spesse volte, prima che gli sporozoiti siano maturi, abbandonano le località dove trovano il nutrimento per portarsi là dove trovano l' acqua per deporvi le uova; da questa località dopo l' ovificazione tornano nelle abitazioni umane, più facilmente se queste sono in piano che se sono in collina.

Resta sempre il fatto che la malaria a Massarosa una volta infieriva, mentre circa nell' ultimo ventennio è lentamente scomparsa; ciò però può esser messo in rapporto con l' uso sempre più diffuso della chinina e coll'assistenza medica sempre più accurata.

Concludo. Da molto tempo io mi domandavo come mai la malaria si potesse mantenere ad onta della difficoltà enorme che incontrano gli *Anopheles* per arrivare ad essere in condizione da poterci infettare; mi pareva che la

chinina avesse dovuto riuscire più efficace di quel che sia riuscita in realtà. Il fatto di Massarosa invece di essere in stridente contrasto con la dottrina degli *Anopheles*, fa svanire anche l'or detto mio dubbio e mi persuade sempre più che essa spiega tutti i fenomeni malarici.

Molte circostanze favorevoli e certamente anche un po' il caso hanno fatto sì che Massarosa non sia più malarica, o lo sia in grado leggero. Niente però esclude che Massarosa possa ridiventare un gravissimo focolaio malarico (1). Ciò, mi affretto a dirlo, forse non potrebbe essere evitato sopprimendo le risaie, le quali lascerebbero indietro luoghi palustri e sommersi, capaci per proprio conto di permettere una enorme propagazione degli Anofeli. Devesi invece continuare nella cura sollecita e scrupolosa di qualunque caso di malaria, cura che occorrerebbe fare in un ospedale riparato da reticelle metalliche.

Il fenomeno del paludismo senza malaria, quale si verifica in una parte della Toscana, a mio avviso, dimostra soltanto che, mi si permetta la frase, la malaria è un colosso dai piedi di creta; colle reticelle metalliche applicate seriamente e colla cura scrupolosa potremo in breve tempo abbatterlo (2).

Matematica. — *Determinazione della funzione di Green di grado n, nel caso di una sfera.* — Nota del prof. R. Marcolongo, presentata dal Socio V. Cerruti.

Una funzione G poli-armonica di grado n, cioè regolare insieme colle sue derivate fino all'ordine $2n$ in tutto uno spazio S dove soddisfà all'equazione:

$$\Delta_{2n} G = 0,$$

e tale che al contorno verifica le condizioni:

$$(1) \qquad G = r^{2n-3}, \quad \frac{d^i G}{dv^i} = \frac{d^i r^{2n-3}}{dv^i}, \ (i = 1, 2, \ldots n-1),$$

dove r è la distanza di un punto qualunque della superficie da un altro punto P arbitrario, ma fisso, di S e v la normale al contorno σ rivolta verso l'interno di S, dicesi funzione di Green di grado n relativa al polo P. Il valore

(1) Ciò è accaduto per es. in Dalmazia. Il sig. dott. Battara mi comunica che all'isola Zuri (a circa 20 km. dalla costa dalmata) dove a memoria d'uomo non vi era mai stata malaria, quest'anno vi si è sviluppata una grave epidemia, che ha colpito metà della popolazione. Si è constatato che la malaria è stata importata da un individuo di Zuri che si era infettato sulla costa Dalmata.

(2) Siccome gli *Anopheles* propagano colla puntura anche la *filaria immitis* (Grassi e Noè), così riusciva interessante sapere se a Massarosa i cani fossero infetti di *filaria immitis*: ho perciò fatto delle ricerche che mi diedero prontamente risultato positivo.

di G in un punto qualunque M di S è funzione simmetrica rispetto alle due terne di coordinate del punto P e del punto M (1).

È ben noto il modo con cui si è condotti alla definizione della funzione G, quando si voglia determinare una funzione u poli-armonica di grado n, mediante i valori che essa e le sue derivate fino a quelle di ordine $n-1$, secondo la normale, assumono al contorno.

Ma la determinazione di una tale funzione presenta gravi difficoltà. Così prescindendo dal caso ordinario di $n=1$, la seconda funzione di Green ($n=2$) per uno spazio a due dimensioni, specialmente interessante per le applicazioni a problemi relativi alle lamine incastrate, è stata determinata: dal prof. Lauricella nel caso di un piano infinito limitato da una retta e nel caso di un campo circolare (2); dal prof. D'Arcais nel caso di una corona circolare (3).

D'altra parte i bei lavori del prof. Almansi (4) hanno fatto risolvere, indipendentemente dalla ricerca della funzione di Green, il problema della determinazione della funzione poli-armonica di grado n pel cerchio ed il metodo è senz'altro applicabile al caso della sfera.

La formula del prof. Almansi conduce a calcoli laboriosi, anche quando la si voglia applicare al caso speciale della ricerca della funzione di Green. Perciò credo interessante esporre un metodo semplicissimo che permette di assegnare la funzione di Green di grado n per la sfera, risolvendo un semplice sistema di equazioni lineari.

1.

Sia a il raggio della sfera nel cui centro 0 è posta l'origine degli assi: P $(x_1\ y_1\ z_1)$ il polo interno alla sfera, ϱ la sua distanza dal centro; M (x, y, z) un punto qualunque interno alla sfera e diciamo r ed r' le distanze di M da P e dalla sua immagine P'.

Poniamo:

$$r_1 = \frac{\varrho}{a} r';$$

la funzione r_1 (del punto M) è regolare entro la sfera, come pure il

$$\Delta_2 r_1 = \frac{2}{r_1};$$

quindi, essendo:

$$\Delta_4 r_1 = 0$$

(1) Cfr. Boggio, Atti R. Acc. d. Sc. di Torino, vol. XXXV.

(2) Mem. Acc. delle Sc. di Torino, Ser. II, vol. XLVI; Atti Acc. Sc. di Torino, vol. XXXI.

(3) Atti R. Ist. Veneto, Ser. VII, tom. IX.

(4) Annali di Matem., Ser. III, tom. II. Vedi ancora i lavori del Levi-Civita, del Boggio.

a r_1 è bi-armonica entro la sfera. Inoltre è noto che quando M trovasi sulla superficie della sfera si ha:

$$r_1 = r .$$

Il metodo che espongo si fonda su questo teorema generale: *la funzione*:

$$r_1^{2h-1}\, r^{2k}$$

dove h e k sono numeri interi e positivi (*lo zero compreso*) *tali che*

$$h + k = n - 1 ,$$

è poli-armonica di grado n.

Infatti poniamo:

$$\beta = \frac{\partial r^{2k}}{\partial x}\frac{\partial r_1^{2h-3}}{\partial x} + \frac{\partial r^{2k}}{\partial y}\frac{\partial r_1^{2h-3}}{\partial y} + \frac{\partial r^{2k}}{\partial z}\frac{\partial r_1^{2h-3}}{\partial z} ,$$

e supponiamo che si sia dimostrato:

$$\Delta_{2\,(n-2)}\,\beta = 0 .$$

Dico che:

$$\alpha = \sum \frac{\partial r^{2k}}{\partial x}\frac{\partial r_1^{2h-1}}{\partial x} ,$$

soddisfa la

$$\Delta_{2n}\,\alpha = 0 .$$

Basta osservare che:

$$\alpha = \frac{2h-1}{2h-3}\, r_1^2 \beta$$

e che:

$$\Delta_2 \alpha = a\beta + b r_1^2 \Delta_2 \beta + c\left(\frac{\partial r_1^2}{\partial x}\frac{\partial \beta}{\partial x} + \cdots\cdots\right)$$

essendo a, b, c delle costanti. Se quindi si nota che:

$$\frac{\partial^2 r_1^2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 r_1^2}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 r_1^2}{\partial z^2} = \text{cost.}$$

si scorge subito che:

$$\Delta_{2(n-1)}\,\alpha = a'\,\Delta_{2(n-2)}\,\beta + b' r_1^2\,\Delta_{2(n-1)}\,\beta + c' \sum \frac{\partial r_1^2}{\partial x}\frac{\partial \Delta_{2(n-2)}\,\beta}{\partial x}$$

e quindi è vero il teorema.

Collo stesso metodo si verifica che posto:

$$\beta' = \sum \frac{\partial r^{2(k-1)}}{\partial x}\frac{\partial r_1^{2h-1}}{\partial x}$$

se è:

$$\Delta_{2(n-2)}\,\beta'^2 = 0$$

sarà pure:

$$\Delta_{2(n-1)}\,\alpha = 0 .$$

E poichè, come subito si verifica, il teorema è vero per:

$$k = 2, h = 0 \text{ e per } k = n \text{ e } h = 0$$

così è vero in generale.

Dopo ciò possiamo dimostrare, col metodo di induzione, il teorema generale enunciato. Ammettiamolo infatti vero per due numeri h e k tali che:

$$h + k = n - 2.$$

Osservando allora che:

$$\Delta_2 (r_1^{2h-1} r^{2k}) = a r_1^{2h-3} r^{2k} + b r_1^{2h-1} r^{2k-2} + 2\alpha$$

risulta:

$$\Delta_{2n} (r_1^{2h-1} r^{2k}) = 0.$$

Ma per $h + k = 1$ il teorema è verificato; dunque esso è vero in generale.

Si deduce quindi che le n funzioni:

$$r_1^{2n-3}, r_1^{2n-5} r^2, r_1^{2n-7} r^4, \ldots, r_1 r^{2(n-2)}, \frac{r^{2(n-1)}}{r_1}$$

sono funzioni poli-armoniche di grado n nell'interno della sfera e sono omogenee di grado $2n - 3$ rispetto r e r_1.

2.

Consideriamo ora una funzione lineare ed omogenea delle n precedenti:

$$(2) \quad G = a_1 r_1^{2n-3} + a_2 r_1^{2n-5} r^2 + \ldots + a_{n-1} r_1 r^{2(n-2)} + a_n \frac{r^{2(n-1)}}{r_1}.$$

Dico che potremo determinare le costanti a_i in modo che siano soddisfatte le (1).

La prima condizione infatti ci dà:

$$a_0 + a_1 + \ldots + a_{n-1} + a_n = 1$$

che possiamo scrivere:

$$(G) = r^{2n-3}$$

intendendo che in (G) si è fatto $r = r_1$.

Abbiamo poi:

$$\frac{dG}{dv} = G_1 \frac{dr_1}{dv} + G_0 \frac{dr}{dv}$$

in cui per compendio si è posto:

$$G_1 = \frac{\partial G}{\partial r_1}, \quad G_0 = \frac{\partial G}{\partial r}.$$

Ma in superficie deve essere:

$$\frac{dG}{dv} = (2n-3)\, r^{2n-4} \frac{dr}{dv},$$

onde dovrà risultare:

$$(G_1) = 0\,, \quad (G_0) = (2n-3)\, r^{2n-4}.$$

Ora osserviamo che G è omogenea di grado $2n-3$ in r ed r_1; quindi

$$(2n-3)\, G = G_0\, r + G_1\, r_1$$

però si vede subito che l'equazione

$$(G_0) = (2n-3)\, r^{2n-4}$$

è una conseguenza delle due

$$(G) = r^{2n-3}\,, \quad (G_1) = 0\,.$$

Abbiamo successivamente:

$$\frac{d^2G}{dv^2} = G_1 \frac{d^2r_1}{dv^2} + G_0 \frac{d^2r}{dv^2} + G_{11}\left(\frac{dr_1}{dv}\right)^2 + 2G_{10}\frac{dr}{dv}\frac{dr_1}{dv} + G_{00}\left(\frac{dr}{dv}\right)^2$$

in cui si è posto:

$$G_{11} = \frac{\partial^2 G}{\partial r_1^2}\,; \quad G_{10} = \frac{\partial^2 G}{\partial r\, \partial r_1}\,; \quad G_{00} = \frac{\partial^2 G}{\partial r^2}\,.$$

D'altra parte:

$$\frac{d^2 r^{2n-3}}{dv^2} = (2n-3)(2n-4)\, r^{2n-5}\left(\frac{dr}{dv}\right)^2 + (2n-3)\, r^{2n-4}\frac{d^2r}{dv^2}\,.$$

Dunque in superficie dovrà risultare:

$$(G_{11}) = 0\,, \quad (G_{10}) = 0\,, \quad (G_{00}) = (2n-3)(2n-4)\, r^{2n-5}\,.$$

Ma G_0 e G_1 essendo omogenee di grado $2n-4$ in r ed r_1, abbiamo:

$$(2n-4)\, G_0 = rG_{00} + r_1\, G_{01}$$
$$(2n-4)\, G_1 = rG_{01} + r_1\, G_{11}.$$

Posto dunque:

$$(G_{11}) = 0$$

risultano verificate le altre due equazioni:

$$(G_{10}) = 0\,, \quad (G_{00}) = (2n-3)(2n-4)\, r^{2n-5}\,.$$

Tale metodo si continua agevolmente ed otteniamo con ciò n equazioni:

$$(G) = r^{2n-3}, (G_1) = (G_{11}) = G_{111} = \ldots\ldots = 0\,.$$

Se poniamo:

$$\varphi(x) = a_1 x^{2n-3} + a_2 x^{2n-5} + \ldots\ldots + a_{n-1}\, x + \frac{a_n}{x}$$

le n equazioni precedenti assumono la forma più semplice:

$$(3) \qquad \varphi(1) = 1\,,\ \varphi'(1) = \varphi''(1) = \ldots\ldots = \varphi^{(n-1)}(1) = 0\,.$$

Queste, sviluppate a loro volta, conducono al sistema seguente di equazioni lineari:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-1} + a_n = 1$$
$$(2n-3)\,a_1 + (2n-5)\,a_2 + \ldots\ldots + a_{n-1} - a_n = 0$$
$$(2n-3)(2n-4)\,a_1 + (2n-5)(2n-6)\,a_2 + \ldots + 3\,.\,2a_{n-2} \ldots + 1\,.\,2a_n = 0$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

La ennesima equazione nel caso di n dispari è:

$$(2n-3)(2n-4)\ldots(n-1)\,a_1 + \ldots + n!\,a_{\frac{n-1}{2}} + 1\,.\,2\ldots(n-1)\,a_n = 0\,.$$

Nel caso di n pari

$$(2n-3)(2n-4)\ldots(n-1)a_1 + \ldots + (n-1)!\,a_{\frac{n}{2}} - 1\,.\,2\,.\,3\ldots(n-1)\,a_n = 0\,.$$

Non sembra agevole poter esprimere la forma generale di risoluzione per a_i sotto forma semplice.

Possiamo quindi dire che:

la funzione di Green di grado n per la sfera è dunque data dalla (2) *in cui i coefficienti costanti* a_i *sono determinati dal sistema* (3). Così, per es. la funzione di Green di 2° grado (o seconda funzione di Green) è data da;

$$\frac{1}{2}\,\frac{r^2}{r_1} + \frac{1}{2}\,r_1\,;$$

quella di 3° grado da:

$$\frac{3}{8}\,\frac{r^4}{r_1} + \frac{3}{4}\,r_1\,r^2 - \frac{1}{8}\,r_1^3\,;$$

quella di 4° grado da:

$$\frac{5}{16}\,\frac{r^6}{r_1} + \frac{15}{16}\,r_1\,r^4 - \frac{5}{16}\,r_1^3\,r^2 + \frac{1}{16}\,r_1^5 \text{ ecc.}$$

Lo stesso metodo si applica alla ricerca della funzione di Green di grado n nel caso del cerchio, cioè di una funzione poli-armonica di grado n, che al contorno soddisfa le

$$G = r^{2n-2}\log r\,; \qquad \frac{d^i G}{dv^i} = \frac{d^i\,(r^{2n-2}\log r)}{dv^i}\,.$$

Basta osservare che le funzioni:

$$r^{2n-2}\log r_1 \text{ e } r^{2h}\,r_1^{2k}\,,$$

in cui h e k sono numeri interi e positivi (zero compreso) tali che $h+k=n-1$, sono poli-armoniche di grado n nel cerchio. La funzione G si comporrà linearmente con queste. Così p. e. per la funzione di Green di 3° grado si trova:

$$G=\frac{3}{4}r^4+\frac{1}{4}r_1^4-r^2r_1^2+r^4\log r_1.$$

Fisica. — *Dispersione rotatoria magnetica dei vapori di sodio nell' interno della riga di assorbimento* (1). Nota del dott. O. M. Corbino, presentata dal Socio Paternò.

Per un foro penetra in una camera buia un fascio parallelo di raggi solari, attraversa un nicol, quindi, secondo l'asse forato, un elettromagnete Weiss avente tra i poli una fiamma Bunsen intensamente colorata con una perla di bromuro di sodio, e infine un triprisma di quarzo di Fresnel con gli spigoli orizzontali e un analizzatore. Esaminandolo allora con un reticolo di Rowland e osservando, p. es., il secondo spettro, esso si trova, mentre l'elettrocalamita non è eccitata, solcato da frange orizzontali prodotte dal parallelepipedo (frange di Billet). Queste si spiegano in modo semplice col fatto che il triplisma produce nei diversi punti di una linea verticale rotazioni lentamente crescenti, in modo da aversi un aumento di rotazione eguale a 180° nell' intervallo di due frange nere consecutive.

Con facili precauzioni si possono avere nel campo dell' oculare nettissime le frange orizzontali e le righe di Fraunhofer. Le righe di assorbimento del sodio sono larghissime.

Se ora si eccita il campo, le frange orizzontali si inflettono fortemente in vicinanza delle righe D, nello stesso senso dalle due parti di ciascuna riga. L' inflessione avviene invece in senso inverso, dappertutto, per esempio verso il basso se prima avveniva verso l' alto, invertendo il campo magnetico.

La spiegazione del fenomeno è immediata tenendo conto del forte potere rotatorio dei vapori metallici in vicinanza delle righe di assorbimento, come risulta dalle esperienze eseguite dal prof. Macaluso e da me (2). Ed è chiaro che le curve cui danno luogo le frange contorte indicano la rotazione del piano di polarizzazione in funzione della lunghezza d' onda, rappresentando l' intervallo tra due frange una rotazione di 180°.

Fin qui l' esperienza non avrebbe altro interesse che di permettere che si segua, per dir così, graficamente l' andamento della rotazione nei diversi posti dello spettro.

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Fisica della R. Università di Palermo.

(2) Rend. Linc., 2° sem. 1898.

Ma una particolarità rimarchevole fa sì che si possa trar partito di questa disposizione per studiare la rotazione anche dentro la larga riga di assorbimento, in quanto che nella debole luce residua si distinguono ancora nettamente le frange suddette.

Ecco quanto ho potuto osservare in proposito.

Eccitando il campo, le pallide frange che si hanno dentro le righe restano rettilinee e orizzontali, tranne proprio sui bordi della banda, in cui non se ne vede più traccia; esse non si spostano per azione del campo che, *forse*, di qualche decimo di frangia *nello stesso senso* che si ha fuori la riga, cosicchè la rotazione ivi esistente sarebbe inferiore a 18°.

Questo risultato è di grande interesse, perchè in contradizione con quello che permettono di prevedere tutte le teorie note. Si osservi infatti che ormai si è tutti d'accordo nel ritenere che la rotazione ϱ debba essere proporzionale a $\frac{dn}{d\lambda}$, essendo n l'indice di rifrazione:

$$\varrho = k \frac{dn}{d\lambda} \tag{1}$$

da cui integrando tra due valori λ e λ',

$$\int_{\lambda}^{\lambda'} \varrho \, d\lambda = k (n_{\lambda'} - n_{\lambda}) \tag{2}$$

in cui $n_{\lambda'}$ e n_{λ} indicano i valori dell'indice di rifrazione per le lunghezze d'onda λ' e λ.

Il primo integrale rappresenta l'area compresa tra una frangia contorta, la sua primitiva posizione, e le due ordinate corrispondenti alle ascisse λ e λ'.

Or tra due opportuni valori di λ a destra e a sinistra della riga, l'indice di rifrazione acquista valori eguali, cosicchè se chiamiamo λ e λ' questi due valori, il secondo membro della (2) sarà nullo, e lo stesso dovrà avvenire del primo. Ma intanto fuori la banda, l'area espressa dal primo membro è sempre positiva, perchè le frange si inflettono nello stesso senso dai lati di esso. Bisogna quindi che entro la banda le frange si spostino *in senso opposto*.

Risulta precisamente dalle misure che son prese di base nella costruzione della figura data nel lavoro sopra citato che questa rotazione *opposta*, dentro la banda, dovrebbe essere, per le considerazioni precedenti, non inferiore a 200°. La contradizione con l'esperienza surriferita è quindi completa.

Si noti inoltre che tutto ciò vale qualunque sia la legge con cui n è funzione di λ, solo che la curva sia incontrata in due punti situati da bande opposte della riga da una retta parallela all'asse delle ascisse. Che se si ammette per la curva degli indici la forma nota prevista dalla teoria della dispersione anomala, ciò che si è detto sopra si ritrova anche graficamente.

Fisica. — *Su un fenomeno che si osserva nella reversione della fiamma* (1). Nota di E. Mameli e M. Comella, presentata dal Socio Paternò.

Impiegando l'apparecchio che Teclu (2) propose per dimostrare in scuola la reversibilità della fiamma, abbiamo osservato un fenomeno che, per quanto da noi si sappia, non era stato descritto finora, che cioè se si procede cautamente nel diminuire l'afflusso del gas, usando a questo scopo una buona pinza di Mohr, e si restringe l'orifizio superiore del tubo, dentro il quale avviene la combustione, per mezzo di un disco di amianto forato, si arriva ad un punto, in cui la fiamma ha abbandonato l'orifizio dell'aria, ma non ha ancora occupato quello del gas e rimane tra i due tubi, come un piano di divisione verticale, tangente alle sezioni circolari degli orifizi. In questa fiamma piana, con un'osservazione grossolana, si distinguono un margine esterno azzurrognolo e una zona mediana più luminosa; però, se si osserva più attentamente, si vede che la luminosità di questa zona non è uguale nelle due superficie della fiamma e si può constatare che questa risulta dal combaciamento di due fiamme piane diverse: una bluastra e più larga rispondente all'orifizio dell'aria, l'altra più stretta e più luminosa corrispondente all'orifizio del gas.

Queste due fiamme talvolta si dividono all'apice e si possono distinguere nettamente.

Abbiamo quindi in una fiamma, che potrebbe credersi unica, il compimento simultaneo delle due combustioni, cioè del gas nell'aria e dell'aria nel gas.

Mineralogia. — *Di una nuova specie minerale trovata nel granito di Baveno.* Nota di Ettore Artini, presentata dal Socio G. Struever.

È nota a tutti la varietà grandissima dei minerali cristallizzati che ingemmano le druse pegmatitiche del granito di Baveno, e che formarono già molte volte oggetto di studio agli scienziati, quali Hessenberg, Sella, v. Rath, Streng, e sopratutto Strüver. Posso ascrivere a mia fortuna se alla lunga lista dei minerali noti finora in questa località sono in grado di aggiungerne un altro, il quale inoltre, almeno per quanto io so, rappresenta una nuova specie minerale ben definita.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale dell'Università di Cagliari.

(2) Jour. pr. Chem. (2), *60*, 396. Si può semplificare l'apparecchio cingendo l'orifizio superiore del tubo, invece che con un anello di steatite o di schiuma di mare, con un cerchio di cartone di amianto, che si può anche sopprimere del tutto, se il tubo è arrotato.

Già in una escursione fatta a Baveno un paio d'anni or sono, a scopo di completare le raccolte del Museo, avevo potuto venire in possesso di due campioncini di questa località, nei quali sul feldispato roseo predominante si vedevano piantati due gruppi fibroso-raggiati di un minerale bianco, di aspetto zeolitico, ma che ad un esame ottico sommario lasciava riconoscere non essere nè stilbite, nè alcun altro dei minerali già descritti e noti a Baveno. Mi proposi pertanto di ricercare nuovo materiale per poterne fare uno studio completo: per buona sorte, nel corso di questa primavera, un amatore di mineralogia, collezionista intelligente e pieno di ardore, il dott. U. Zamboni, mi fece vedere una serie di esemplari da lui stesso raccolti a Baveno, alcuni anche di notevoli dimensioni, sui quali era facile scorgere il minerale in questione, in quantità non piccola, in forma di ciuffi, a struttura fibroso-radiata, di sottili prismetti o aciculi bianchi, a estremità libera e terminata da facce cristalline imperfette, ma discernibili. Pregai l'egregio dott. Zamboni di cedermi per lo studio quegli esemplari: egli acconsentì con gentile e premurosa cordialità, cosa di cui domando mi sia lecito ringraziarlo qui pubblicamente di tutto cuore.

I gruppi radiati, bianchissimi internamente, spesso bianco-giallastri, grigiastri o verdastri esternamente, per sovrapposizione di minerali più recenti e particolarmente di clorite pulverulenta, sono piantati sull'ortoclasio e sul quarzo: li accompagnano, negli esemplari da me posseduti, epidoto, laumontite e miche, fresche o alterate, su alcune delle quali spero poter ritornare presso particolarmente. Mentre quarzo e ortoclasio sono di più antica formazione, laumontite, e, in parte almeno, anche epidoto sono più recenti del nostro minerale: di questo possiedo, tra altro, una rosetta, spaccata a metà, tutta coperta verso l'esterno da uno spesso strato di cristallini rosei di laumontite.

I singoli individui, come già dissi, son terminati all'estremità libera da faccettine di cristallo. Con una cernita che mi fu permessa dalla abbondanza del materiale, ma riescì lunga e penosa per le esigue dimensioni dei singoli aghetti, potei isolarne taluni dei migliori, e sottoporli a misure goniometriche di attendibilità relativamente soddisfacente: scartai tutte le facce le quali non riflettevano immagine distinta, e reciprocamente non tenni conto che delle immagini date da facce distintamente riconoscibili colla lente.

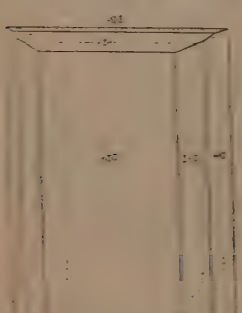


Fig. 1.

Dal punto di vista geometrico i cristalli vanno riferiti al sistema trimetrico:

$$a:b:c = 1{,}1750:1:0{,}7699.$$

Forme osservate:

$$\{100\}, \{110\}, \{210\}, \{101\}, \{103\},$$

che si vedono riunite nella combinazione rappresentata dalla fig. 1, la quale dà l'idea dell'abito prevalente.

I cristallini sono allungati secondo [001] e sensibilmente appiattiti secondo ,100', che è la faccia di massimo sviluppo. I singoli aghetti, lunghi spesso 3-5 mm., senza contare la parte infissa nella massa centrale radiata, non superano per lo più 1 mm. nella direzione dell'asse *y* e variano da pochi centesimi a qualche decimo di mm. in direzione dell asse *x*.

Le facce di ,100' sono striate e solcate fortemente secondo [001], così che nella zona verticale è molto difficile poter avere buone immagini e misure attendibili: al contrario le immagini sono nettissime nella zona [010]. Dei prismi verticali, le facce veramente buone sono rarissime: per lo più non si ha che una superficie curva tutta solcata, e la sezione trasversale degli aghetti presenta spesso una forma irregolarmente convessa. Ma si trovano anche individui meglio sviluppati, specie tra i maggiori: le facce di ,110' sono in questi più strette, ma più nette e sicure; sempre incerte e striate quelle di ,210'. È del resto un fenomeno comune in vari minerali che in una zona in cui esiste un pinacoide striato secondo l'asse della zona stessa, le facce prismatiche appartenenti alla medesima siano tanto più striate quanto minore è l'angolo che fanno col pinacoide. La ,101' ha facce discretamente nette, ma in generale sviluppo disforme, nel senso che una sola delle sue facce è presente d'ordinario, o almeno è assai prevalente sull'altra, ch'è ridotta a una sottile lineetta brillante. La ,103' è piuttosto rara: non la trovai che in tre dei migliori cristalli, con una sola faccetta, buona.

Le misure più attendibili, messe a confronto coi valori calcolati, sono esposte nel seguente specchietto:

Spigoli misurati	N.	Limiti delle osservazioni	Angoli osservati Medie	Angoli calcolati
(100) : (110)	6	59.40 — 60.8	60.26	*
(100) : (101)	9	56.0 — 57.25	56.40	*
(210) : (100)	2	29.20 — 29.32	29.26	30.0
(101) : (001)	1	—	66.51	64.28
(103) : (100)	3	75.6 — 78.0	75.5	77.4

Come si vede, i limiti delle osservazioni sono piuttosto larghi, e notevoli le differenze tra misura e calcolo: queste però, se per le facce di ,210' trovano più che sufficiente spiegazione nella imperfezione delle facce stesse, per ,103', le cui facce sono assai migliori, possono trovare, come vedremo, una spiegazione diversa e più soddisfacente.

La durezza del minerale è circa = 5 $\frac{1}{2}$.

Il suo peso specifico, determinato mediante la soluzione di Thoulet e il picnometro, fu trovato = 2.72, a 20° C.

La sfaldatura è facile e perfetta secondo }010{; anche nei più sottili cristalli, operando con qualche destrezza, è facile ottenere perfette e trasparentissime laminette di sfaldatura.

L'osservazione ottica di queste laminette permette di riconoscere che il minerale non è trimetrico, ma pseudotrimetrico. A nicols incrociati le lamelle si mostrano divise in due campi, nel senso dell'allungamento, limitati da una linea di sutura interna affatto sinuosa e irregolare, ma che ha nel suo complesso andamento grossolanamente parallelo alla traccia di }100{. L'estinzione, che sulle facce di }100{ avviene in senso rigorosamente parallelo e normale ai lati, è qui leggermente inclinata; con misure stauroscopiche precise determinai che, a luce media, una direzione di estinzione, la negativa, fa con lo spigolo verticale un angolo di circa 2° nell'angolo piano ottuso [010. 100], [010. 101]. Le direzioni di estinzione negative delle due metà fanno conseguentemente tra loro un angolo di 4°. A luce convergente si vede agevolmente che per l'una e l'altra metà la bisettrice acuta, positiva, è normale alla faccia di sfaldatura: i piani degli assi ottici, e più precisamente quelli per la luce gialla (del resto la dispersione delle bisettrici è insensibile) sono cioè normali a }010{, e fanno 2° con }100{ nell'angolo diedro ottuso (100). (101).

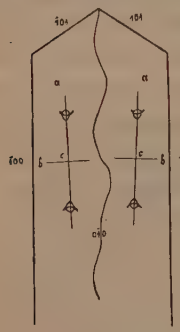


Fig. 2.

La fig. 2 rappresenta appunto, conservando i simboli trimetrici delle facce, la orientazione ottica di questa sostanza, mediante uno schema sulla faccia di sfaldatura.

L'angolo apparente degli assi ottici, nell'aria, misurato mediante l'oculare di Czapski, munito della lente di Klein a scala micrometrica, fu trovato, approssimativamente

$$2E_a = 78^\circ\ 30'\ (Na).$$

Dispersione degli assi ottici non percettibile. Birifrazione piuttosto debole.

Per la determinazione dell'indice di rifrazione medio mi servii del metodo dell'immersione in liquidi di indice di rifrazione cognito. Constatai subito che il potere rifrangente era notevolmente superiore a quello delle comuni zeoliti: cioè tanto in essenza di garofani ($n = 1{,}533$), come in essenza di anici ($n = 1{,}554$) si aveva sempre, e marcatamente, $\alpha > n$. Ricorsi perciò a miscele di essenze di cannella e garofano, e potei determinare, con sufficente approssimazione, per la luce gialla:

$$\beta = 1{,}580.$$

La terza decimale non è tuttavia da ritenersi del tutto sicura, in causa della rapidità con cui all'aria si altera l'essenza di cannella, vuoi per parziale evaporazione, vuoi per assorbimento d'ossigeno, e del notevole aumento di indice di rifrazione che porta con sè tale alterazione.

Dai due valori sopra esposti si calcola, per la luce gialla,

$$2V_a = 47°,13'.$$

Il minerale è dunque otticamente monoclino, e l'apparente cristallo trimetrico va rappresentato come formato da due individui monoclini, geminati secondo }100{. Volendo conservare per quanto è possibile la orientazione data al cristallo nella ipotesi trimetrica, e portando in calcolo come terzo angolo

$$(103).(100) = 78°,8',$$

si hanno le nuove costanti:

$$a:b:c = 1,1751:1:0,7845$$
$$\beta = 89°,17',19''.$$

L'angolo β acuto è, nella metà davanti del cristallo, rivolto verso l'osservatore, e le due forme che nella ipotesi trimetrica avevano i simboli }101{, }103{, diventano rispettivamente }$\bar{1}$01{ e }$\bar{1}$03{.

Che se invece si volesse evitare di tener come base una faccia non esistente in realtà, e le due forme che nella orientazione trimetrica avevano i simboli }101{, }103{, fossero assunte rispettivamente come }101{ e }001{, le costanti diventerebbero:

$$a:b:c = 1,2006:1:0,5230$$
$$\beta = 78°,8',$$

e la forma possibile }001{ diventerebbe }$\bar{1}$02{.

Il minerale fonde facilmente al cannello, con intumescenza. Dagli acidi forti, anche a caldo e in polvere fina, è decomposto solo in piccola parte.

Scelsi con ogni cura il materiale per l'analisi chimica, isolandolo da tutti i frammenti dei minerali adiacenti: l'esame microscopico della polvere mi persuase che se c'erano sostanze estranee, queste dovevano essere in proporzioni insignificanti.

Eseguii l'analisi mediante fusione con carbonato sodico secco: la determinazione degli alcali feci due volte: la prima disgregando con HFl, secondo il metodo solito, e la seconda col metodo di J. Lavrence Smith (1): delle due determinazioni, concordantissime, fu presa la media. Ecco i risultati:

H_2O	2,49
SiO_2	56,93
Al_2O_3	15,42
CaO	24,47
MgO	0,12
(2) Na_2O	0,29
Somma . . .	99,72

(1) Am. Journ. of Sc., 2 Ser., L, 1879, pag. 269; cfr. anche Hillebrand-Zschimmer, *Analyse der Silikatgesteine*. Leipzig, 1899, pag. 70.

(2) Con tracce sensibili di K_2O.

Da questi risultati si arriva facilmenle alla formula:

$$Ca_3 Al_2 Si_6 O_{18} . H_2 O.$$

Questa formula corrisponde infatti alla seguente composizione centesimale:

$H_2 O$	2,77
$Si O_2$	55,68
$Al_2 O_3$	15,70
$Ca O$	25,85

I risultati ottenuti dall'analisi vanno dunque sufficientemente d'accordo col calcolato dalla formula. Un leggero eccesso di silice può benissimo esser spiegato ammettendo qualche inclusione o infiltrazione quarzosa o calcedoniosa così minuta da sfuggire alla cernita più accurata. La deficienza di calce è inoltre in parte compensata dalle piccole quantità di soda e di magnesia.

Per quanto mi risulta, non è ancor nota una specie minerale con cui il minerale da me studiato possa essere identificato, nè cristallograficamente, nè chimicamente. Dal punto di vista chimico tuttavia non bisogna dimenticare che esso ha una grande analogia con un minerale abbastanza mal definito del granito di Striegau studiato varî anni or sono da A. v. Lasaulx, e da lui chiamato *Pilinite* (1). Per questo minerale il v. Lasaulx, da un'analisi di Bettendorff, calcolava la formula:

$$Ca_2 Al_2 Si_5 O_{15} . H_2 O,$$

molto vicina a quella del minerale di Baveno, come ognuno può vedere: non ne differisce infatti che per il rapporto tra l'ossigeno della calce e quello dell'allumina, che è 2:3 nella formula Lasaulx, mentre è 1:1 nella mia. Il calcolo dà la seguente composizione centesimale:

$H_2 O$	3,37
$Si O_2$	56,51
$Al_2 O_3$	19,12
$Ca O$	20,99

composizione assolutamente incompatibile coi risultati della mia analisi, nonostante l'accordo nella cifra della silice, poichè differenze del 4 % nella determinazione dell'allumina e della calce non sono in alcuna maniera ammissibili. D'altra parte la pilinite, oltre che un materiale raro, sembra anche essere una sostanza poco pura, poichè una nuova analisi, fatta dal prof. A. Lindner (2), lo condusse a risultati notevolmente diversi da quelli del

(1) A. v. Lasaulx, *Mineralogisch-Krystallographische Notizen*, XII. *Pilinit, ein neues Mineral.* Neues Jahrb., 1876, pag. 358.

(2) A. Schwantke, *Die Mineralien des Striegauer Granits.* Leipzig, 1896, pag. 60; C. Hintze, *Handbuch der Mineralogie.* II, pag. 1826.

Bettendorff, e assai più prossimi a quelli calcolati per la formula del minerale di Baveno.

La descrizione, accurata, che ne dà il v. Lasaulx, esclude la riunione delle due specie in una. La pilinite è in aghetti finissimi, *flessibili*, di aspetto « durchaus asbestartig », in forma di aggregato *feltrato*, donde il nome del minerale, prismatici, con *due sfaldature*, delle quali una facilissima *normale all'allungamento*: la sezione ha forma di un rombo, con angoli di 60°, ed estinzione *diagonale*.

Tutti questi caratteri sembrano incompatibili affatto con quelli da me constatati con sicurezza nel minerale di Baveno: e sopratutto il peso specifico, che nella pilinite fu trovato = 2,263 a 15° C., elimina ogni possibilità di avvicinamento: ma si comprende senza fatica essere il confronto malagevole, essendo la pilinite un minerale rarissimo, del quale la conoscenza, causa appunto questa rarità, *è affatto incompleta*. Il minerale da me studiato forma invece una specie *ben definita*, così chimicamente che morfologicamente, e deve essere distinto con un nome specifico nuovo: io propongo di chiamarlo dal nome della località: *Bavenite*.

Sistematicamente, si tratta di un metasilicato idrato, e malgrado la quantità d'acqua sia scarsa, non mi parrebbe opportuno collocarlo vicino agli asbesti, come il Lasaulx e il v. Rath (1), inclinavano a fare per la pilinite. Per il complesso dei suoi caratteri, e specialmente per l'aspetto, il modo di giacimento e la natura delle basi che contiene, la Bavenite si riattacca alle zeoliti: proporrei perciò di collocarla, nel sistema del Dana, nel gruppo introduttivo alle zeoliti, accanto all'apofillite.

Fisiologia. — *Differenze dell'irritabilità dei nervi e dei muscoli* (2). Nota del dott. H. Cushing, presentata dal Socio straniero Kronecker.

Kronecker nelle sue esperienze sulla fatica (1871) aveva osservato che la soluzione di cloruro di sodio di 0,7 per cento circolando per i vasi sanguigni di muscoli affaticati non può rinvigorirli, ma che il sangue diluito con uguale quantità di acqua salata, fa aumentare molto e per un tempo considerevole l'energia.

Una lunga serie di ricerche sull'esaurimento dei cuori di rane, rospi e tartarughe confermava il resultato: che soltanto le sostanze albuminoidi del siero di sangue rendono la forza anche al muscolo del cuore.

Osservatori posteriori vedevano muscoli bagnati in soluzione fisiologica indeboliti ed irritati. — Locke raccontava in una pubblicazione preventiva

(1) Vedi nota a piè di pagina nel citato lavoro di v. Lasaulx.

(2) Lavoro eseguito nell'Istituto fisiologico di Berna.

(1894), che il sartorio di rana in acqua salata normale diviene inquieto, ma non resta irritabile da parte del suo nervo.

Il signor Cushing perfezionando il metodo di perfusione dei vasi sanguigni dei muscoli di rana, arrivò ai seguenti risultati:

1) Dopo che i gastrocnemii di rana appariscono affaticati completamente per lunga serie di irritazioni massime del nervo sciatico, irritazioni dei muscoli stessi possono provocare alte contrazioni.

2) Sono affaticate le fibre terminali dei nervi, perchè non giova cambiare i posti degli elettrodi.

3) I muscoli perfusi con acqua salata divengono presto incapaci di rispondere agli irritamenti dei loro nervi.

4) I muscoli esausti per la soluzione fisiologica fin al punto che non reagiscono più alle irritazioni più forti dei loro nervi, possono fare una lunga serie di contrazioni alte, se vengono irritati direttamente.

5) I nervi divengono paralizzati tanto più presto, quanto più concentrata si adopra la soluzione salata.

6) I nervi paralizzati ricuperano la loro funzione, se si fa circolare per i loro muscoli sangue, oppure siero od anche la soluzione di Ringer.

7) Se si fa passare pel muscolo *stancato* una soluzione di Ringer, alla quale si sia aggiunto un po' più di calce, il muscolo può diventare rigido.

8) Iniezioni intramuscolari hanno un effetto simile alle perfusioni intravascolari.

CORRISPONDENZA

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di archeologia e la R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona; la Società geologica di Manchester; la R. Biblioteca di Berlino; le Università di Cambridge, di Lione, di Strasburgo, di Upsala.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 6 ottobre 1901.

Matematica. — *Sulle funzioni biarmoniche.* Nota del prof. Giuseppe Lauricella, presentata dal Socio V. Volterra.

Mi propongo di dimostrare che una funzione biarmonica — per fissare le idee — nei punti di uno spazio a tre dimensioni, si può sempre sviluppare in serie di funzioni razionali, intere, omogenee nei punti dell'interno di una sfera, in serie di funzioni razionali, fratte, omogenee nei punti dello spazio indefinito esterno a questa sfera; e che i termini di questi sviluppi si possono determinare per mezzo dei valori nei punti della superficie sferica di questa funzione e della sua derivata normale, valori che, come è noto, si possono dare ad arbitrio.

È facile comprendere come questo teorema si possa estendere al caso delle funzioni poliarmoniche.

1. Sia R il raggio della sfera, sia per semplicità il centro della sfera nell'origine degli assi, e sia ϱ il raggio vettore che parte dal centro della sfera e va ad un punto qualsiasi dello spazio.

È noto [1] che un integrale regolare qualunque u della doppia equazione di Laplace nei punti della sfera di raggio R, si può sempre porre sotto la forma:

$$u = (R^2 - \varrho^2)\,\varphi + \psi, \tag{1}$$

dove φ, ψ sono due convenienti funzioni armoniche.

[1] Cfr. Almansi, *Sulla deformazione della sfera elastica.* Mem. della R. Acc. delle Sc. di Torino, serie II, tom. XLVII, pag. 9; *Sull'integrazione dell'equazione differenziale* $\Delta^{2n} = 0$. Annali di Mat. ser. III, t. 2.

Questo principio si può estendere al caso dello spazio indefinito limitato dalla superficie sferica di raggio R. Infatti basterebbe estendere al caso nostro i calcoli del prof. Almansi; ma è più semplice procedere nel seguente modo.

Sia u una funzione biarmonica, regolare nei punti dello spazio indefinito limitato dalla superficie σ della sfera di raggio R; e sia, per un momento, ϱ' il raggio vettore che parte dall'origine e va ad un punto qualsiasi di tale spazio. Mediante un'inversione, fatta in base alla sfera data, la u si trasformerà in una funzione u' regolare nei punti dell'interno della sfera e la $\varrho u'$ sarà una funzione biarmonica (1) dei punti di questo spazio; e, se si vuole che la u a distanza infinita divenga infinitesima del primo ordine, la $\varrho u'$ dovrà divenire per $\varrho = 0$ infinitesima del secondo ordine. Ora la $\varrho u'$ si può porre sotto la forma:

$$\varrho u' = (R^2 - \varrho^2)\,\varphi_1 + \psi_1\,,$$

con $\varphi_1\,,\ \psi_1$ funzioni armoniche tali che per $\varrho = 0$ l'espressione $R^2\,\varphi_1 + \psi_1$ divenga infinitesima del secondo ordine.

Si ha ancora, ripetendo la medesima inversione,

$$u = \varrho'\left\{\left(R^2 - \frac{R^4}{\varrho'^2}\right)\varphi_1' + \psi_1'\right\} = (\varrho'^2 - R^2)\left(R^2\,\frac{\varphi_1'}{\varrho'} + \frac{\psi_1'}{\varrho'}\right) + R^2\,\frac{\psi_1'}{\varrho'}\,,$$

dove $\varphi_1'\,,\ \psi_1'$ sono le trasformate di $\varphi_1\,,\ \psi_1$ e dove le espressioni

$$R^2\,\frac{\varphi_1'}{\varrho'} + \frac{\psi_1'}{\varrho'}\,,\quad R^2\,\frac{\psi_1'}{\varrho'}$$

sono due funzioni armoniche, di cui la prima a distanza infinita diviene infinitesima del terzo ordine, la seconda infinitesima del primo ordine. Adunque per lo spazio indefinito limitato da σ varrà ancora la formola (1), con l'avvertenza che a distanza infinita la φ divenga infinitesima del terzo ordine, la ψ del primo ordine.

2. Si ha per i punti dell'interno della sfera di raggio R:

$$(2)\qquad \varphi = \sum_0^\infty{}_n\,\varrho^n\,Y_n'\,,\quad \psi = \sum_0^\infty{}_n\,\varrho^n\,Y_n''\,,$$

per i punti dello spazio indefinito esterno alla sfera di raggio R:

$$(2)'\qquad \varphi = \sum_0^\infty{}_n\,\frac{Y_n'''}{\varrho^{n+1}}\,,\quad \psi = \sum_0^\infty{}_n\,\frac{Y_n''''}{\varrho^{n+1}}\,,$$

dove $Y_n'\,,\ Y_n''\,,\ Y_n'''\,,\ Y_n''''$ sono convenienti funzioni sferiche di ordine n, e dove

(1) Cfr. Volterra, *Sulle funzioni poliarmoniche*. Atti del R. Ist. Veneto, tom. LVII.

ancora $Y_0''' = Y_1''' = 0$; per cui sarà nei punti dell'interno della sfera:

$$(1)' \qquad u = \sum_0^\infty{}_n \varrho^n \{ R^2 Y_n' - Y_{n-2}' + Y_n'' \},$$

nei punti dello spazio indefinito esterno alla sfera:

$$(1)'' \qquad u = \sum_0^\infty{}_n \frac{1}{\varrho^{n+1}} \{ R^2 Y_n''' - Y_{n+2}''' + Y_n'''' \}.$$

Queste due formule dimostrano la prima parte del risultato enunciato.

3. Indichiamo ora con f_1 i valori arbitrariamente dati di u nei punti della superficie σ, con f_2 quelli della derivata normale di u pure dati ad arbitrio nei punti di σ; e vediamo in che maniera si possono determinare le funzioni sferiche Y_n', Y_n'', Y_n''', Y_n'''' da sostituire nelle (1)', (1)''.

Osserviamo anzitutto che, come apparisce dalla (1), la funzione armonica ψ nei punti di σ coincide con la funzione u; in questo modo nei punti di σ si dovrà avere $\psi = f_1$; e quindi sarà:

$$(3) \qquad Y_n'' = \frac{2n+1}{4\pi R^{n+2}} \int_\sigma P_n f_1 \, d\sigma, \qquad Y_n'''' = \frac{2n+1}{4\pi} R^{n-1} \int_\sigma P_n f_1 \, d\sigma,$$

dove P_n è la nota *funzione di Legendre.*

Le serie (2) nei punti della sfera e le serie (2)' nei punti dello spazio indefinito limitato da σ sono derivabili termine a termine; per cui si potrà scrivere per i punti dell'interno della sfera:

$$(4) \qquad \frac{du}{d\varrho} = -2\varrho\varphi + \frac{d\psi}{d\varrho} + (R^2 - \varrho^2)\frac{d\varphi}{d\varrho} =$$

$$= -2\varrho \sum_0^\infty{}_n \varrho^n Y_n' + \sum_0^\infty{}_n n\varrho^{n-1} Y_n'' + (R^2 - \varrho^2) \sum_0^\infty{}_n n\varrho^{n-1} Y_n'.$$

per i punti del campo indefinito limitato da σ:

$$(4)' \qquad \frac{du}{d\varrho} = -2\varrho \sum_0^\infty{}_n \frac{Y_n'''}{\varrho^{n+1}} - \sum_0^\infty{}_n (n+1) \frac{Y_n''''}{\varrho^{n+2}} - (R^2 - \varrho^2) \sum_0^\infty{}_n (n+1) \frac{Y_n'''}{\varrho^{n+2}}.$$

Moltiplichiamo ambo i membri della (4) per P_n e integriamo a tutta la superficie sferica σ' di raggio $\varrho < R$; moltiplichiamo ambo i membri della (4)' per P_n e integriamo a tutta la superficie sferica σ'' di raggio $\varrho > R$.

Si ottiene, facendo uso delle note formole sulle funzioni sferiche,

$$\int_{\sigma'} P_n \frac{du}{d\varrho} d\sigma' = -2\varrho^{n+3} \frac{4\pi}{2n+1} Y_n' + n\varrho^{n+1} \frac{4\pi}{2n+1} Y_n'' + (R^2 - \varrho^2) n\varrho^{n+1} \frac{4\pi}{2n+1} Y_n,$$

$$\int_{\sigma''} P_n \frac{du}{d\varrho} d\sigma'' = -\frac{2}{\varrho^{n-2}} \frac{4\pi}{2n+1} Y_n''' - \frac{n+1}{\varrho^n} \cdot \frac{4\pi}{2n+1} Y_n'''' - (R^2 - \varrho^2) \frac{n+1}{\varrho^n} \cdot \frac{4\pi}{2n+1} Y_n'''.$$

Passando al limite per $\varrho = R$ ed osservando che si ha per ipotesi:

$$\lim_{\varrho = R} \left(-\frac{du}{d\varrho}\right)_{\varrho<R} = f_2 \ , \quad \lim_{\varrho = R} \left(\frac{du}{d\varrho}\right)_{\varrho>R} = f_2 \, ,$$

le due formole precedenti ci daranno:

$$\frac{2n+1}{4\pi} \int_\sigma P_n f_2 \, d\sigma = 2R^{n+3} Y_n' - nR^{n+1} Y_n'' \, ,$$

$$\frac{2n+1}{4\pi} \int_\sigma P_n f_2 \, d\sigma = -\frac{2}{R^{n-2}} Y_n''' - \frac{n+1}{R^n} Y_n'''' \, ;$$

e quindi:

$$(3)' \quad \begin{cases} Y_n' = \dfrac{2n+1}{8\pi R^{n+3}} \displaystyle\int_\sigma P_n f_2 \, d\sigma + \frac{n(2n+1)}{8\pi R^{n+4}} \int_\sigma P_n f_1 \, d\sigma \, , \\ Y_n''' = -\dfrac{2n+1}{8\pi} R^{n-2} \displaystyle\int_\sigma P_n f_2 \, d\sigma - \frac{(n+1)(2n+1)}{8\pi} R^{n-3} \int_\sigma P_n f_1 \, d\sigma \, . \end{cases}$$

Le condizioni $Y_0''' = Y_1''' = 0$, nel caso del campo indefinito limitato da σ, ci dànno due condizioni simultanee per le funzioni arbitrarie f_1, f_2.

Matematica. — *Carattere di divisibilità per un numero intero qualunque.* Nota di Gino Loria (1), presentata dal Socio Luigi Bianchi.

1. Un numero intero qualunque g (il quale, per ciò che segue, conviene di supporre positivo) può sempre assumersi come base di un sistema

(1) Il problema di « decidere se un numero N sia divisibile per un altro, mediante la semplice ispezione delle cifre del primo » risale, almeno, a B. Pascal, il quale, nella breve Memoria intitolata *De numeris multiplicibus ex sola characterum numericorum additione agnoscendis* (Oeuvres de Blaise Pascal, t. V, La Haye 1779, p. 123-134) si propose di generalizzare il notissimo criterio di divisibilità per 9; tale Memoria venne ampliamente illustrata dal prof. A. Conti (*Sulla divisibilità dei numeri*, Periodico di matematica per l'insegnamento secondario, t. XIII, 1898). La regola di divisibilità formulata da Pascal si trova nel *Formulaire de mathématiques publié par G. Peano, édition de l'an 1901* (Turin 1901, p. 89) ed, in fondo, non differisce da quella che si legge in L. Kronecker, *Vorlesungen über allgemeine Arithmetik*. Erster Abschnitt. I Bd. (Leipzig, 1901). Non sem-

di numerazione; allora qualunque altro intero N, compreso fra 0 e g^{k+1}, si può scrivere sotto la forma seguente:

$$(1) \qquad N = a_0 + g \cdot a_1 + g^2 \cdot a_2 + \ldots + g^k \cdot a_k,$$

ove $a_0, a_1, \ldots, a_k$ sono interi non negativi minori di g, i quali sono determinati univocamente dalla conoscenza di N e g. Indichiamo con $S_g(N)$ la somma delle cifre del numero N scritto nel sistema di numerazione avente g per base; poniamo, cioè,

$$(2) \qquad S_g(N) = a_0 + a_1 + a_2 + \ldots + a_k$$

Sottraendo la (2) dalla (1) si ottiene

$$N - S_g(N) = (g-1)\, a_1 + (g^2 - 1)\, a_2 + \ldots + (g^k - 1)\, a_k.$$

Ora tutti i binomî $g-1, g^2-1, \ldots, g^k-1$ sono divisibili per $g-1$, onde lo stesso accade per tutto il secondo membro dell'ultima eguaglianza scritta e quindi per la differenza $N - S_g(N)$. Se quindi a è un qualunque divisore di $g-1$, affinchè esso divida anche N bisogna e basta che sia un fattore della somma $S_g(N)$. Si raccoglie da ciò il seguente

Teorema I. — *Affinchè un intero* N *sia divisibile per un altro numero intero* a, *è necessario e sufficiente che risulti divisibile per* a *la somma* $S_g(N)$ *delle cifre del numero* N *scritto in un sistema di numerazione avente per base* g *un multiplo arbitrario di* a *aumentato di uno.*

Questa proposizione insegna in sostanza un procedimento per *ridurre* la ricerca delle condizioni di divisibilità di N per a ad altra analoga, ma concernente un numero $<$ N. Orbene, se il numero N è molto grande, per raggiungere lo scopo bisognerà applicare nuovamente il teorema ora dimostrato, cioè considerare la somma delle sue cifre, vale a dire il numero $S_g[S_g(N)] = S_g^{(2)}(N)$; se ciò non basta si ricorrerà a $S_g[S_g^{(2)}(N)] = S_g^{(3)}(N)$, e così via. Ora la considerazione delle *somme successive delle cifre di un numero* complica un po' la ricerca e si può evitare talvolta ricorrendo ad un teorema simile al precedente e che in modo analogo si dimostra.

2. Chiamiamo per brevità *somma alternata* delle cifre del numero N, scritto sotto la forma (1), la somma delle sue cifre, prese con segni alternati, e poniamo:

$$(3) \qquad S_g^*(N) = a_0 - a_1 + a_2 - \ldots + (-1)^k a_k.$$

---

brando essa capace di soddisfare pienamente le esigenze della pratica, altre ne vennero escogitate: la più recente conta poche settimane di vita, essendo stata pubblicata nel fascicolo di agosto-settembre 1901 del giornale *Mathésis* (v. l'articolo J. Malengreau, *Caractère de divisibilité par un nombre quelconque*); tale regola è più complicata (tanto nell'enunciato, quanto nell'applicazione) di quella che è oggetto del presente scritto, ma potrebbe agevolmente dedursene.

Togliendo la (3) dalla (1) si trova:

$$N - S_g^*(N) = a_1(g+1) + a_2(g^2-1) + \dots a_k(g^k + (-1)^{k+1}).$$

Ora tutti i binomî $g+1$, $g^2-1, \dots g^k + (-1)^{k+1}$ sono divisibili per $g+1$, onde lo stesso vale per tutto il secondo membro di questa relazione e quindi anche per la differenza $N - S_g^*(N)$. Si può pertanto ritenere dimostrato il seguente

Teorema II. — *Affinchè un intero* N *sia divisibile per un altro numero intero a, è necessario e sufficiente che riesca divisibile per a la somma alternata* $S_g^*(N)$ *delle cifre del numero* N *scritto in un sistema di numerazione avente per base un numero g, il quale sia eguale ad un multiplo di a aumentato di uno* (1).

3. Emerge dalle due proposizioni precedenti che la ricerca delle condizioni di divisibilità di un numero qualsivoglia N per un numero intero a, non differisce dalla questione di scrivere N in un assegnato sistema di numerazione. È questo un problema che non offre alcuna difficoltà teorica, ma che in pratica conduce, mediante calcoli laboriosi, a conclusioni di forma variabile al mutare di a. Orbene, entrambi questi inconvenienti si evitano quando, partendo da un numero scritto nell'ordinario sistema decimale, si assume poi come base g una potenza di 10. Se infatti è

$$N = a_0 + 10\,a_1 + 10^2 a_2 + \dots \tag{4}$$

e si scrive

$$N = (a_0 + 10\,a_1 + \dots + 10^{m-1} a_{m-1}) + 10^m (a_m + 10\,a_{m+1} + \dots + 10^{m-1} a_{2m-1}) + \dots,$$

tosto si vede che il numero N, scritto nel sistema avente per base il numero 10^m, ha per *cifre* consecutive

$$a_0 + 10\,a_1 + \dots + 10^{m-1} a_{m-1},\ a_m + 10\,a_{m+1} + \dots + 10^{m-1} a_{2m-1}, \dots$$

le quali si ottengono semplicemente ripartendo le cifre del dato numero N (supposto sempre scritto nel modo ordinario) a partire dalla destra in tanti gruppi formati, tutti meno eventualmente l'ultimo, ciascuno di m cifre consecutive. Applicando ora i teoremi precedenti si traggono tosto questi altri:

Teorema III. — *Affinchè un numero* N, *scritto nel sistema decimale, sia divisibile per un numero intero a, il quale sia fattore di* $10^m - 1$, *è necessario e sufficiente che riesca divisibile per a la somma dei numeri risultanti dal separare, finchè ciò sia possibile, le cifre di* N *in tanti gruppi di m cifre ciascuno, a partire dalla destra.*

Teorema IV. — *Affinchè un numero* N, *scritto nel sistema decimale, sia divisibile per un numero intero a. il quale sia fattore di* $10^m + 1$,

(1) I teoremi I e II sono già noti: v. ad es. Kronecker, op. cit. p. 109-110.

è necessario e sufficiente che riesca divisibile per a la somma alternata dei numeri risultanti dal separare, finchè ciò sia possibile, le cifre di N *in tanti gruppi di m cifre ciascuno, a partire dalla destra.*

Per $m = 1$ si ritrovano così i notissimi criterî di divisibilità per 3, 9 e per 11.

Esempî: I. *Tutti i numeri della forma* $10^{mk} - 1$ *sono divisibili per* $10^m - 1$. Essendo infatti

$$N = 10^{mk} - 1 = \underbrace{9 \ldots 9}_{(1)}\ \underbrace{9 \ldots 9}_{(2)} \ldots \underbrace{9 \ldots 9}_{(k)},$$

ove ogni gruppo ha m cifre, si ha

$$S_{10^m}(N) = k \,.\, (9 + 9 \,.\, 10 + \ldots + 9 \,.\, 10^{m-1}) = k\,(10^m - 1).$$

II. *Tutti i numeri della forma* $10^{mk} - (-1)^k$ *sono divisibili per* $10^m + 1$. Si ha infatti:
se $k = 2h$, $N = 10^{mk} - (-1)^k = 10^{2mh} - 1 =$

$$= \underbrace{9 \ldots 9}_{(1)}\ \underbrace{9 \ldots 9}_{(2)} \ldots \underbrace{9 \ldots 9}_{(2h-1)}\ \underbrace{9 \ldots 9}_{(2h)},\ S^{+}_{10^m}(N) = 0$$

se $k = 2h + 1$, $N = 10^{mk} - (-1)^k = 10^{m(2h+1)} + 1 =$

$$= \underbrace{10 \ldots 00}_{(1)}\ \underbrace{0 \ldots 00}_{(2)} \ldots \underbrace{0 \ldots 00}_{(2h)}\ \underbrace{0 \ldots 01}_{(2h+1)},\ S^{\star}_{10^m}(N) = 0.$$

4. Per determinare i confini della regione aritmetica alla quale si estendono le considerazioni precedenti, basta ricordare che, in forza del teorema di Fermat generalizzato da Eulero, *se a è primo con* 10, *il numero* $10^{\varphi(a)} - 1$ *è divisibile per a*, essendo al solito $\varphi(a)$ il numero dei numeri delle serie $1, 2, \ldots a$ che sono $< a$ e primi con esso. Il teorema III è dunque applicabile a qualunque numero a primo con 10, purchè si assuma $m = \varphi(a)$ [1]. Ma, osservando essere $\varphi(a)$ un numero pari e potendosi quindi scrivere $10^{\varphi(a)} - 1 = \left(10^{\frac{\varphi(a)}{2}} - 1\right)\left(10^{\frac{\varphi(a)}{2}} + 1\right)$, si vedrà che a divide o $10^{\frac{\varphi(a)}{2}} - 1$ oppure $10^{\frac{\varphi(a)}{2}} + 1$; nel primo caso si applicherà il teorema III, nell'altro

[1] Il prof. G. Vivanti, al quale comunicai l'essenza dell'attuale ricerca, ebbe la cortesia di richiamare la mia attenzione sopra l'articolo di M. Nassò intitolato *Alcuni teoremi di aritmetica* (*Revue de mathématiques publiée par G. Peano*, t. VII, 1900), ove si trovano, fra altri enunciati, dovuti all'abate E. Gelin, i teor. III e IV; ivi però non è segnalata la più importante prerogativa di cui essi godono, di essere cioè il germe di un criterio generale di divisibilità.

il IV sempre assumendo $m = \frac{\varphi(a)}{2}$. Ma v'ha di più. Se ω è un fattore (1 *non* escluso) di $\frac{\varphi(a)}{2}$, può accadere che p divida un numero della forma $10^\omega \pm 1 \left(\omega < \frac{\varphi(a)}{2}\right)$; allora conviene evidentemente applicare il III o il IV dei teoremi dimostrati, assumendo m eguale al minimo valore di ω. La determinazione di ω si può fare con un numero limitato di tentativi o coll'aiuto di una tabella che dia la decomposizione in fattori dei numeri della forma $10^m \pm 1$ (1), o finalmente *ricorrendo alla trasformazione della frazione* $\frac{1}{a}$ *in frazione decimale periodica* (2), come ora mostreremo. Sia

$$\frac{1}{a} = \left(\frac{a_1}{10} + \ldots + \frac{a_n}{10^n}\right) + \frac{1}{10^n}\left(\frac{a_1}{10} + \ldots + \frac{a_n}{10^n}\right) + \ldots ;$$

se ne deduce che

$$\frac{10^n - 1}{a} = a_n + 10\, a_{n-1} + \ldots + 10^{n-2}\, a_2 + 10^{n-1}\, a_1 ,$$

onde si può sempre applicare il teorema III, purchè si assuma m eguale al numero delle cifre costituenti un periodo della frazione decimale in cui può svolgersi $\frac{1}{a}$. Nel caso in cui n sia un numero pari 2ν e si abbia $a_{\nu+1} = 9 - a_1$, $a_{\nu+2} = 9 - a_2 \ldots$, $a_{2\nu} = 9 - a_\nu$ (3), dalla relazione precedente si deduce agevolmente

$$\frac{10^\nu + 1}{a} = a_\nu + 10\, a_{\nu-1} + \ldots + 10^{\nu-1}\, a_1 + 1 ,$$

perciò è applicabile il teorema IV a patto che si assuma m eguale alla metà

(1) A comodo dei calcolatori trascriviamo qui i primi elementi di questa tabella:

$10 - 1 = 3^2$	$10 + 1 = 11$
$10^2 - 1 = 3^2 \times 11$	$10^2 + 1 = 101$
$10^3 - 1 = 3^3 \times 37$	$10^3 + 1 = 7 \times 11 \times 13$
$10^4 - 1 = 3^2 \times 11 \times 101$	$10^4 + 1 = 73 \times 137$
$10^5 - 1 = 3^2 \times 41 \times 271$	$10^5 + 1 = 11 \times 9090$
$10^6 - 1 = 3^3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37$	$10^6 + 1 = 101 \times 9901$

(2) L'uso di tale trasformazione venne suggerita dal prof. Bianchi, quando esposi in compendio il contenuto della presente Nota al Congresso matematico tenuto a Livorno nei giorni 17-22 agosto 1901, auspice l'Associazione « Mathesis »; essa riesce particolarmente giovevole a chi abbia sott'occhio la III delle tabelle che chiudono le *Disquisitiones arithmeticae* di Gauss.

(3) Esempî di siffatti sviluppi: $\frac{1}{7} = 0{,}142857142857 \ldots$; $\frac{1}{73} = 0{,}01\ 69863 \ldots$; $\frac{1}{137} = 0{,}00729927 \ldots$; ecc.

del numero delle cifre costituenti un periodo della frazione decimale a cui equivale $\frac{1}{a}$ (1).

Per chiarire questo procedimento lo applicheremo alla ricerca del criterio di divisibilità pel numero primo 271. Essendo in tal caso

$$10^{\varphi(a)} - 10^{a-1} - 1 = 10^{270} - 1 = (10^{3^3 \cdot 5} - 1)(10^{3^3 \cdot 5} + 1),$$

bisognerà cercare se 271 sia divisore di un numero della forma $10^{\omega} \pm 1$, ove ω è uno dei numeri $1, 3, 3^2, 3^3, 5, 5.3, 5.3^2$; ora essendo $10^5 - 1 = 3^2 \times 41 \times 271$ si può affermare che *affinchè un numero* N *sia divisibile per* 271 *è necessario e sufficiente che lo sia la somma dei numeri risultanti dal separare, finchè ciò sia possibile, le cifre di* N *in tanti gruppi di cinque cifre ciascuno, a partire dalla destra.* Alla stessa conclusione si giunge notando essere

$$\frac{1}{271} = 0{,}0036909369\ldots$$

Mostreremo quanto sia facile l'usare di questo criterio, applicandolo ad un esempio offerto da uno che si occupò di recente della questione che stiamo esaminando (2); si tratti, cioè, di vedere se è divisibile per 271 il seguente numero di trentasette cifre:

$$33456789846401387613508825630037 75062.$$

A tale scopo lo scriveremo come segue:

$$33 \mid 45678 \mid 98464 \mid 01387 \mid 61350 \mid 88256 \mid 30037 \mid 75062;$$

facendo la somma degli otto nnmeri così risultanti otterremo 400267; per applicare ad esso il medesimo criterio lo scriveremo sotto la seguente forma

$$4 \mid 00267,$$

per poi dedurne il numero $267 + 4 = 271$; siccome questo è divisibile per 271, così altrettanto succede pel dato (3).

(1) Siccome in pratica è del massimo interesse che il numero delle cifre di ognuno dei guppi, in cui si ripartiscono le cifre N, sia il più piccolo possibile, così converrà decomporre previamente a nei suoi fattori primi, e poi applicare a ciascuno il metodo esposto.

(2) V. il citato articolo del Malengreau.

(3) Le considerazioni esposte nel n. 4 guidano nel modo più naturale al seguente Teorema di Plateau. *Fra i multipli di un numero a primo con* 10 *se ne trova sempre uno della forma* 11...1. Essendo infatti $111 = 3 \times 37$, $111\,111 = 7 \times 15873$ e $111\,111\,111 = 9 \times 12345679$ basterà dimostrare il teorema per $a > 10$. Ora si noti che essendo $10^{\varphi(a)} - 1 = 9.11\ldots1$ (supposto questo numero di $\varphi(a)$ cifre) divisibile per 9 deve

5. Il teorema III, combinato con le osservazioni esposte nel numero precedente, dimostra che la ricerca delle condizioni di divisibilità del numero

$$N = a_0 + 10\,a_1 + 10^2\,a_2 + \cdots$$

pel numero intero a è ridotta alla ricerca analoga pel numero

$$(5)\quad S_{10^m}(N) = a_0 + a_1 + \cdots + 10^{m-1}\,a_{m-1} + \sum_{k=1}^{k=n-1} [a_{km} + 10\,a_{km+1} + \cdots + 10^{m-1}\,a_{(k+1)\,m-1}]\ (^1),$$

m essendo un numero tale che $10^m - 1$ sia multiplo di a. Ora il *criterio generale di divisibilità di* N per a così risultante si può evidentemente trasformare in infiniti altri, potendosi al numero $S_{10^m}(N)$ sostituirne un altro che ne differisca per un multiplo qualsivoglia di a; di tale circostanza si può trarre profitto per dedurre dei *criterî speciali*, relativi ad assegnati valori di a, purchè primi con 10. Sono molto noti per la loro utilità quelli del seguente tipo: *affinchè* N *sia divisibile per a è necessario e sufficiente che lo sia un multiplo determinato del numero delle sue decine accresciuto o diminuito di un multiplo pure determinato del numero delle sue unità* (²). Per dimostrare e precisare siffatto enunciato, consideriamo l'espressione

$$(6)\quad S = \varrho a_0 + \lambda a_1 + 10\,\lambda a_2 + \cdots + 10^{m-2}\,\lambda a_{m-1} + \sum_{k=1}^{k=n-1} 10^{km-1}\,\lambda [a_{km} + 10 a_{km+1} + \cdots + 10^{m-1}\,a_{(k+1)m-1}],$$

ove ϱ è un intero, positivo o negativo, da determinarsi, e λ è uno dei numeri 1, 2, 5. Posto $\mu = \dfrac{10}{\lambda}$, dalle (5) (6) si trae

$$\mu S - S_{10^m}(N) = (\mu\varrho - 1)\,a_0 + \sum_{k=1}^{k=n-1} (10^{km} - 1)\,[a_{km} + 10 a_{km+1} + \cdots + 10^{m-1}\,a_{(k+1)\,m-1}].$$

---

essere 9 oppure 11 ... 1 un multiplo di a; ma la prima ipotesi è da escludersi perchè $9 < a$, onde si conclude il teorema. Si noti che da questo ragionamento si trae un metodo per determinare il numero di cui parla la proposizione di Plateau (che è un vero *porisma*); così ad es. se $a = 21$ è $\varphi(a) = 12$, $10^{\varphi(a)} - 1 = (10^6 - 1)\,(10^6 + 1)$ e si trova essere 111 111 111 111 multiplo di 21. Aggiungiamo che, essendo $10^{\varphi(a)} - 1$ multiplo di a, lo sarà anche $10^{\varphi(a)+k} - 10^k$, qualunque sia k, quindi *ogni numero primo con* 10 *ammette un multiplo della forma* $10^p - 10^q$ (v. Moriconi, *Frazioni decimali periodiche e loro generatrici*, Periodico di matematica per l'insegnamento secondario, t. I, 1886), anzi ne ammette infiniti, essendo per ciò sufficiente che gli esponenti p e q soddisfacciano alla condizione $p - q = \varphi(a)$.

(¹) Scrivendo questa formola non si esclude che il numero delle cifre di N sia primo con m, dal momento che alcuni degli ultimi numeri a possono essere nulli.

(²) V. fra altri l'ottimo *Libro di aritmetica e di algebra elementare* del prof. Gazzaniga (3ª ed. Padova, 1900).

Si osservi che $10^{km} - 1$ è divisibile per $10^m - 1$ (v. n. 3, Es. I), onde lo è eziandio per a; se ne dedurrà

$$\mu S - S_{10^m}(N) \equiv (\mu\varrho - 1)\, a_0 \pmod{a}.$$

Ma essendo a primo con 10, mentre μ è uno dei numeri 10, 5, 2 (fattori di 10) esistono sempre infinite coppie di numesi ϱ, σ tali che sia

$$\mu\varrho - 1 = \sigma a ; \tag{7}$$

scelto ϱ in questo modo, la congruenza precedente potrà surrogarsi con questa altra:

$$\mu S - S_{10^m}(N) \equiv 0 \pmod{a}$$

ossia, essendo μ primo con a,

$$S_{10^m}(N) \equiv S \pmod{a}.$$

Questa prova che, *nella ricerca dei criterî di divisibilità pel numero a primo con* 10 *a* $S_{10^m}(N)$ *si può sostituire il numero* S: resta così dimostrata la esistenza di criterî dell'annunciato tipo e stabilito che, dato a e attribuito a λ (e quindi a μ) uno dei valori leciti, la ricerca del coefficiente ϱ dipende dalla risoluzione dell'equazione indeterminata (7).

6. Applicheremo lo schema di calcolo ora esposto ad alcuni valori (primi) speciali di a: verrà così dimostrato che molti noti speciali criterî di divisibilità fanno parte di una intesa serie di analoghi criterî, in cui anzi talora se ne trovano di preferibili a quelli.

$a = 7$. Si hanno queste tre serie di valori leciti (ove k è un intero qualunque)

$$\lambda = 1\,,\ \varrho = 5 + 7k\,;\quad \lambda = 2\,,\ \varrho = 3 + 7k\,;\quad \lambda = 5\,,\ \varrho = 1 + 7k\,;$$

fra essi bisognerà scegliere i più piccoli; volendoli positivi si assumerà $\lambda = 1$, $\varrho = 5$ e quindi si concluderà che *affinchè un numero sia divisibile per* 7 *è necessario e sufficiente che sia un multiplo di* 7 *il numero delle sue decine aumentato del quintuplo delle sue unità*; ma se si ammettono anche valori negativi si potrà prendere $\lambda = 1$, $\varrho = -2$ e concludere che *affinchè un numero sia divisibile per* 7 *deve esserlo il numero delle sue decine diminuito del doppio del numero delle sue unità*; è chiaro che questo nuovo criterio è da preferirsi al precedente.

$a = 13$. I valori più convenienti sono $\lambda = 1$, $\varrho = 4$, i quali riconducono ad un criterio noto, cioè: *affinchè un numero sia divisibile per* 13 *bisogna che ciò accada pel numero delle sue decine aumentato del quadruplo del numero delle sue unità.*

$a = 17$. Si può assumere $\lambda = 1$, $\varrho = -5$, onde *affinchè un numero sia divisibile per* 17 *è necessario e sufficiente che lo sia il numero delle*

sue decine diminuito del quintuplo del numero delle sue unità, criterio più utile di quello noto, che nasce assumendo $\lambda = 2$ e $\mu = 7$.

$a = 19$. Si assuma $\lambda = 1$, $\varrho = 2$ e si vedrà che *affinchè un numero sia divisibile per* 19 *dev'esserlo il numero delle sue decine aumentato del doppio di quello delle sue unità.*

$a = 23$. Prendendo $\lambda = 1$, $\varrho = 7$, si ritrova (come nel caso $a = 19$) un criterio conosciuto e di facile enunciazione.

Questi criterî speciali devono invocarsi in pratica allorquando si tratti di numeri piccoli, ma per numeri grandi la loro utilità è inferiore a quella del criterio generale; a provarlo valga la questione (il cui enunciato è tolto dalla memoria di Pascal citata in principio) di provare la divisibilità per 7 del numero

$$287\,542\,178\,;$$

servendosi dei due criterî speciali più sopra stabiliti, fa mestieri vedere se sia divisibile per 7 l'uno o l'altro dei numeri

$$287\,542\,17 + 5 \times 8 = 287\,542\,57$$
$$287\,542\,17 - 2 \times 8 = 287\,542\,01\,,$$

e per far ciò non v'ha di meglio che applicare ripetutamente gli stessi criterî. Se invece si adopera il criterio generale, basta scrivere il dato numero come segue

$$287 \mid 542 \mid 178$$

e fare la somma alternata dei tre numeri risultanti; tale somma essendo 77 si conclude subito la divisibilità per 7 del numero scelto da Pascal.

Chimica. — *Sopra alcuni acidi dell'azoto.* Nota di Angelo Angeli, presentata dal Socio G. Ciamician.

La maggior parte delle trasformazioni che può subire l'acido nitroidrossilamminico si spiegano nel miglior modo ammettendo che questa sostanza, nei suoi sali, possieda la struttura:

$$\begin{matrix} NOH \\ \| \\ NO_2H \end{matrix}$$

Essa si può riguardare come un prodotto di ossidazione dell'acido iponitroso e reciprocamente come un prodotto di riduzione dell'acido nitroso. Anche l'acido iponitroso contiene due atomi di azoto riuniti direttamente fra di loro; l'acido nitroso invece nella maggior parte dei casi si comporta secondo la formola semplice:

$$HNO_2\,.$$

Però vi sono alcune reazioni le quali, a mio modo di vedere, condurrebbero ad ammettere che l'acido nitroso (ed il cloruro di nitrosile) possa reagire (specialmente a bassa temperatura) come se gli spettasse la formola doppia (1); ed a questo riguardo basti ricordare quei composti che Baeyer ha chiamati bisnitrosoderivati

$$— C — N_2O_2 — C — ;$$

essi contengono i due atomi di azoto direttamente riuniti fra di loro perchè trattati con acidi minerali danno origine agli acidi bisnitrosilici

$$— C . N_2O_2H ,$$

che possiedono la stessa struttura delle cosidette nitrosoidrossilammine. In tal modo l'acido iponitroso, l'acido nitroidrossilamminico e l'acido nitroso bimolecolare costituirebbero la serie:

$$\begin{matrix} NOH \\ NOH \end{matrix} \qquad \begin{matrix} NOH \\ NO_2H \end{matrix} \qquad \begin{matrix} NO_2H \\ NO_2H , \end{matrix}$$

i cui termini differiscono notevolmente fra di loro sopratutto per la diversa stabilità con cui sono uniti i due atomi di azoto. Nell'acido iponitroso sono riuniti in modo stabilissimo ed esso tutto al più perde una molecola di acqua per dare protossido di azoto; l'acido nitroidrossilamminico si scinde facilmente in acido nitroso e nel residuo NOH:

$$\begin{matrix} NOH \\ \| \\ NO_2H \end{matrix} = NOH + NO_2H .$$

L'acido nitroso invece si comporta come se gli spettasse la formola semplice e solamente in casi eccezionali reagisce secondo la formola bimolecolare.

Come ho già avuta occasione di dimostrare, la proprietà di cedere il residuo NOH è comune ad altre sostanze; fra queste meritano speciale menzione l'acido idrossilamminsolfonico e l'acido benzolsolfonidrossammico (2) ai quali è necessario attribuire una struttura analoga a quella dell'acido nitroidrossilamminico:

$$\begin{matrix} NOH \\ \| \\ NO_2H \end{matrix} \qquad \begin{matrix} NOH \\ \| \\ SO(OH)_2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} NOH \\ \| \\ SO\langle \begin{matrix} OH \\ C_6H_5 \end{matrix} . \end{matrix}$$

(1) Anche altri composti dell'azoto possono comportarsi in modo analogo, basti ricordare l'ipoazotide, il biossido di azoto ed i nitrosoderivati.

(2) Ho già incominciato a studiare l'azione degli alcali anche sopra le idrazidi inorganiche.

Tutte queste sostanze possono scindersi nello stesso residuo NOH e rispettivamente negli acici nitroso, solforoso e benzolsolfinico.

Operando in presenza di una aldeide si ottiene l'acido idrossammico:

$$R.COH + NOH = R.C\begin{matrix}=NOH\\ OH\end{matrix}.$$

In questa reazione si può supporre che l'acido NOH si addizioni direttamente all'aldeide, ma si può anche ammettere che esso reagisca sotto forma dell'idrato:

$$NOH + H_2O = HN\begin{matrix}OH\\ OH\end{matrix}.$$

In questo caso la formazione dell'acido idrossammico sarebbe preceduta da un processo di addizione:

$$R.COH + HN(OH)_2 = R.CH\begin{matrix}N(OH)_2\\ OH\end{matrix} = R.C\begin{matrix}=NOH\\ OH\end{matrix} + H_2O.$$

Che si formino prodotti di addizione intermedi nel caso delle aldeidi ancora non ho potuto stabilirlo; invece con tutta probabilità si forma nel caso del nitrosobenzolo, che del pari si unisce al gruppo NOH per dare la cosidetta nitrosofenilidrossilammina

$$C_6H_5.NO + NOH = C_6H_5.N_2O_2H.$$

Trattando infatti il nitrosobenzolo (quando è fuso colorato in verde) con una soluzione acquosa di sale sodico dell'acido nitroidrossilamminico, esso si scioglie per dare un liquido intensamente colorato in *rosso fucsina*; la tinta poco a poco scompare e finalmente si ottiene una soluzione incolora che contiene il sale della nitrosofenilidrossilammina. È molto probabile che il composto rosso rappresenti il sale del prodotto di addizione intermedio:

$$C_6H_5.N\begin{matrix}N(OH)_2\\ OH\end{matrix}.$$

L'idrato:

$$HN\begin{matrix}OH\\ OH\end{matrix},$$

sarebbe il corrispondente dell'acido ipofosforoso:

$$HP\begin{matrix}OH\\ OH\end{matrix}$$

e perciò è da aspettarsi che anche questo reagisca sulle aldeidi in modo analogo.

Infatti è noto da molto tempo (Ville, Compt. rend. 109,71; 110,384) che anche l'acido ipofosforoso si addiziona alle aldeidi per dare i prodotti:

$$R.COH + HP(OH)_2 = R.CH\begin{matrix}P(OH)_2\\OH\end{matrix},$$

i quali si possono riguardare come idrati degli *acidi idrossammici della serie del fosforo*

$$R.C\begin{matrix}=POH\\OH\end{matrix}.$$

Ricordando che vi sono acidi idrossammici che trattengono tenacemente acqua di cristallizzazione, l'analogia apparisce più evidente ancora.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona; la Società Reale di Londra; la Società geologica di Manchester; la R. Società zoologica di Amsterdam; le Società di scienze naturali di Emden, di Francoforte s. M. e di Karlsruhe; la R. Scuola d'applicazione per gl'ingegneri di Torino; le Università di Glasgow e di Upsala; l'Osservatorio di San Fernando.

Annunciarono l'invio delle proprie pubblicazioni:

La Società degl'ingegneri civili di Londra; il Corpo Reale delle Miniere di Roma; gli Osservatorii di Pietroburgo e di Tiflis; l'Università di Giessen.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

dal 2 settembre al 6 ottobre 1901.

Albert I de Monaco. — Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht. Fasc. XIX, XX. Monaco, 1901. 4°.

Angelitti F. — Discussioni scientifico-dantesche su le stelle che cadono e le stelle che salgono, su le regioni dell'aria, su l'altezza del Purgatorio. Palermo, 1901. 4°.

Id. — Dr. F.co Cantelli: La conoscenza dei tempi nel Viaggio Dantesco. Napoli, 1901. — Recensione.

Id. — E. Moore: Studies in Dante. Second Series: Miscellaneous essays. Oxford, 1899. — Recensione. 1901. 8°.

Angelitti F. — E. Moore: The time-references in the Divina Commedia. London, 1877. — *Id.*: Gli accenni al tempo nella Divina Commedia. Vers. ital. di C. Chiarini. Firenze. 1900. — Recensione. 1901. 8°.

Id. — Sulle principali apparenze del Pianeta Venere durante dodici sue rivoluzioni sinodiche dal 1290 al 1309. e sugli accenni ad esse nelle opere di Dante. Palermo, 1901. 8°.

Bonini C. F. — L'industria siderurgica in Svezia. Torino. 1901. 8°.

Brandes W. — Flora der Provinz Hannover. Hannover. 1897. 8°.

Daday J. — Ostracoda Hungariae. Budapest, 1900. 8°.

De Toni G. B. — Commemorazione di Pietro Andrea Mattioli botanico del secolo XVI. Siena, 1901. 8°.

Dina A. — Confronto sperimentale fra l'isteresi alternativa. statica e rotante. Milano, 1901. 8°.

Gentile G. — Contribuzione allo studio dell'Eocene dell'Umbria. Siena. 1901. 8°.

Grave C. — The Oyster Reefs of North Carolina. Baltimore. 1901 8°.

Katalog der systematischen Vogelsammlung des Provinzial-Museums Hannover. Hannover, 1897. 8°.

Lockyer N. — Further Observations on Nova Persei. N. 3. London, 1901. 8°.

Morselli E. — Il precursore dell'uomo (Pithecanthropus Duboisii). Genova, 1901. 8°.

Ostwald W. e *Bolis A.* — Elementi scientifici di chimica analitica. Milano. 1901. 16°.

Scarenzio A. — Il processo di rinoplastica a lembo frontale duplicato di Blasius. Milano, 1900. 4°.

Tommasi A. — Contribuzione alla paleontologia della Valle del Dezzo. Milano, 1901. 4°.

Tommasina Th. — Sur les phénomènes des Radioconducteurs. Genève, 1901. 8°.

Wernicke A. — Lehrbuch der Mechanik in elementarer Darstellung. T. I. 2. Braunschweig, 1901. 8°.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 20 ottobre 1901.

Chimica. — *Sull'insegnamento dell'Elettrochimica.* Nota del Socio S. Cannizzaro.

Dovendosi introdurre nelle nostre scuole politecniche l'insegnamento dell'elettrochimica, sorse la questione di quali doti debbano essere forniti e quale indirizzo di studî debbano avere coloro che saranno chiamati ad iniziare questo nuovo insegnamento ed a diffondere le applicazioni dell'energia elettrica nella nostra industria chimica.

Alcuni hanno da noi creduto che i fisici matematici e gli elettrotecnici sieno quelli che naturalmente debbano essere chiamati a tale ufficio. Si è così sollevata una questione, che fu agitata anche alcuni anni fa in Germania, ma che ora è colà completamente risolta, poichè tutti ormai sono concordi nel richiedere che l'elettrochimico sia prima di ogni altra cosa un chimico provetto, conoscitore profondo della chimica generale, inorganica ed organica e padrone assoluto dell'analisi chimica e dell'arte sperimentale. In questo senso si sono concordemente espressi diversi illustri elettrochimici tedeschi, insegnanti ed industriali, in alcune pubblicazioni a stampa [1] od in lettere nelle quali rispondevano a domande che io avevo fatto loro rivolgere.

Il fisico o l'elettrotecnico è certamente in grado di svolgere benissimo una parte dell'elettrochimica, specialmente quella che per mezzo della termodinamica entra nel campo della fisica-matematica, ma non può in alcun

[1] F. Oettel, *Il compito dell'insegnamento elettrochimico nelle scuole politecniche*, Zeit. f. Electrochemie II, 657; v. Knorre, *Sull'insegnamento elettrochimico nei politecnici*, id. III, 61; R. Lorenz, *Sull'educazione dell'elettrochimico*, Halle, 1901; F. Foerster, Zeitschr. f. Elektrochemie, VI, 453; vedi anche Zeitschr. f. Elektrochemie, IV. 5, 19.

modo, senza una seria e lunga preparazione chimica, trattare dell' applicazione dell' energia elettrica nei processi chimici industriali, dell' opportunità e del modo col quale si dovrà p. es. stabilire il loro controllo analitico, dei rapporti chimici ed economici che i procedimenti elettrolitici potranno avere con altri metodi chimici, già esistenti o nuovi e che fossero in grado di far loro concorrenza.

L' industria elettrochimica è troppo intimamente connessa alla chimica industriale e solamente un chimico può essere chiamato ad insegnarla; un chimico che sia naturalmente in grado d' intendersi con quelli che gli dovranno fornire l' energia elettrica.

L'Oettel, direttore di una delle principali fabbriche elettrochimiche tedesche, scrive quanto segue:

« Quello che noi richiediamo dal laboratorio elettrochimico, è lo studio « di reazioni chimiche, che avvengano sotto l' influenza della corrente elet- « trica. Lo scopo è quindi puramente chimico, l'elettricità è solamente « il mezzo per raggiungere lo scopo. L' elettrochimico adopera relativamente « poche installazioni elettriche, al contrario in maggior grado quelle, di « cui egli ha bisogno anche per altre ricerche chimiche e che egli trova so- « lamente in un laboratorio chimico completamente montato. Già perciò il « laboratorio elettrochimico appartiene agli istituti chimici, ciò che è anche « confortato da un altro argomento. La fisica è una disciplina di una tale « vastità, che ad un suo cultore è assolutamente impossibile di padroneggiare « anche la chimica in modo tale da poter dirigere proficuamente un insegna- « mento elettrochimico pratico. Al chimico invece non è troppo difficile di « acquistare quelle cognizioni d' elettrotecnica sufficienti per poter sperimen- « tare colla corrente elettrica ». E questo ultimo concetto è anche espresso in una recente lettera del prof. K. Elbs dell' Università di Giessen: « Quelle « poche cognizioni che l' elettrochimico deve avere nel campo dell' elettro- « tecnica, egli le acquista da solo in poche settimane lavorando d' elettro- « chimica. Io sono completamente dell' avviso, che l' elettrochimico debba « essere in primo luogo un bravo chimico; una coltura elettrotecnica è secon- « daria quando egli abbia solide cognizioni fisiche ».

« In certi ambienti elettrochimici e meccanico-tecnici, scrive il prof. Lo- « renz del politecnico di Zurigo, è talvolta sostenuta la tesi, che il compito « dell' elettrochimico possa essere a poco a poco disimpegnato dall' elettro- « tecnico. Questo modo di vedere si è potuto forse formare, tenendo conto « solamente di quelle industrie, che sono più di ogni altra, collegate all' elet- « trotecnica, come ad esempio la fabbricazione del carburo di calcio. Non si « dimentichi però, che in questo caso si tratta di un processo chimico di « una speciale semplicità, il cui sviluppo tecnico può considerarsi come finito « e che deve perciò essere ritenuto quale una straordinaria eccezione. L' in- « dustria elettrochimica verrà creata da chimici elettricisti e può solamente « da questi essere tenuta durevolmente alla dovuta altezza ».

E non meno apertamente e categoricamente si esprime il Foerster, professore al politecnico di Dresda, in una recente lettera:

« È un fatto che l'elettrochimica fu molte volte da principio protetta « dall'elettrotecnica, anzi da questa fu chiamata in molti luoghi in vita. Ma « questi primordi non hanno avuto fortuna, appunto perchè i compiti della « elettrochimica non erano elettrotecnici, ma chimici e precisamente il più « delle volte problemi chimici veramente difficili e complicati. Di fatto, tutte « le grandi industrie elettrochimiche furono create da chimici, che appresero « facilmente le cognizioni elettrotecniche a loro necessarie. Allo sviluppo « della raffinazione del rame, da parte di Kiliani, che assieme poi all'Hérault « ha organizzato correttamente la preparazione dell'alluminio, ai lavori riguar- « danti la preparazione degli idrati alcalini e del cloro di Stroof in Griesheim, « alla preparazione elettrolitica dei clorati da parte di Gall, ecc. ecc., l'elet- « trotecnica può soltanto opporre, che la preparazione dell'ozono è dovuta in « gran parte ad elettrotecnici. In questo caso però la parte chimica, in cui « di solito stanno tutte le difficoltà, era estremamente facile. Le nostre grandi « fabbriche poi, hanno posto i loro reparti elettrochimici esclusivamente sotto « la direzione di chimici, il Le Blanc in Höchst, l'Oettel nelle grandi fab- « briche dei successori Heyden, Buchner in quelle della firma Boehringer e « figli, Quincke nelle fabbriche di Eberfeld, ecc. ecc. Anche nelle nostre « scuole superiori le cattedre di elettrochimica sono occupate tutte da chi- « mici; l'unica eccezione è data dal prof. Heim in Hannover, un elettrotecnico, « che divide però ora completamente le idee da me sostenute.

« All'adunanza dei naturalisti tedeschi di quest'anno, secondo una nuova « suddivisione delle materie, l'elettrochimica doveva essere aggregata all'elet- « trotecnica. Su mia proposta l'assemblea generale ha però deciso all'unani- « mità che l'elettrochimica non deve essere annessa all'elettrotecnica, ma « alla chimica, e bisogna notare che la maggioranza dei soci della suddetta « società è formata da industriali.

« Io non saprei veramente, come poi un elettrotecnico possa, special- « mente in laboratorio, insegnare elettrochimica, poichè solamente colla legge « di Ohm e colle misurazioni di intensità e tensione, non si fa nulla. L'elet- « trochimico deve seguire la sua elettrolisi con l'occhio della mente, mentre « per far questo manca all'elettrotecnico ogni esperienza. Inoltre dinanzi ai « composti organici non sa assolutamente che fare.

« Io spero perciò che in Italia, nell'organizzazione delle scuole d'elettro- « chimica non si commetterà un errore, verso il quale, circa sette od otto anni « fa, anche da noi si propendeva e dal quale ci siamo poi tanto più energi- « camente e generalmente allontanati, quanto più lo sviluppo dell'elettrochi- « mica, specialmente nell'industria, progrediva ».

Però, sebbene io creda formalmente che l'insegnamento dell'elettrochimica in una scuola politecnica si debba affidare solamente a chi possegga

una solida coltura chimica, sono il primo ad essere persuaso che, l'intervento di un fisico matematico nell'insegnamento di una scuola di ingegneri chimici può essere non solo di somma utilità, ma che sia quasi anche una necessità. « Colui che si vuole dedicare in modo speciale all'elettrochimica, dice il « Lorenz nell'opuscolo citato, non può accontentarsi di frequentare soltanto il « corso di elettrochimica, ma le sue cognizioni devono abbracciare tutto il « campo della fisico-chimica ».

Oggigiorno molte parti della chimica teoretica possono essere assoggettate ad un elevato trattamento matematico; uno studio della meccanica chimica basato sulla termodinamica, come fanno il Gibbs, il Plank, il Duhem, il van Laar nei loro libri, può essere un utilissimo complemento alla coltura di elevati ingegneri chimici, ma non può mai da se solo formare un corso d'elettrochimica.

Infatti noi vediamo per esempio che nella sezione di chimica industriale del politecnico di Zurigo, il corso di elettrochimica è preceduto da lezioni generali di fisico-chimica e da esercitazioni relative ed è poi completato da lezioni sulla termochimica, sulla dinamica chimica, sulla statica chimica e sulla termodinamica chimica, corsi che vengono suddivisi, secondo il sistema tedesco, in varî semestri.

Ciò converrebbe fare anche in Italia nonostante che uno dei fondatori della moderna elettrochimica, Svante Arrhenius, parlando in una recente pubblicazione (1) del valore della trattazione matematica di alcuni problemi elettrochimici, fatta dal Plank e da altri matematici, si sia espresso in questi termini:

« Le deduzioni termodinamiche da essi date non hanno contribuito in « un grado degno di nota ad aumentare il nostro positivo sapere; ma sono da « considerarsi come un rifacimento prevalentemente formale, sebbene molto « elegante, della trattazione teoretica già esistente del materiale empirico ».

Erano già stampate le pagine precedenti quando ho ricevuto altri pareri autorevoli, che concordano con quelli già da me sopra esposti. Stimo conveniente pubblicare quelli del prof. Lorenz insegnante di elettrochimica nel politecnico di Zurigo, del sig. G. Lunge e del sig. H. F. Weber, professore il primo di chimica industriale ed il secondo di fisica e di elettrotecnica nel detto politecnico.

Voglio sperare che il deciso parere di una personalità come il Weber, avrà sufficiente autorità su quelli elettrotecnici, che saranno chiamati a giudicare o a dar consigli sulla scelta degli insegnanti di elettrochimica in Italia.

(1) Zeitschrift für physikalische Chemie XXXVI, 39, 40.

Da una recente lettera del prof. Lorenz, stralcio quanto segue:

. . . . . .

« Nelle mie lezioni sull'elettrochimica industriale tratto la materia presso a poco « come nel trattato di elettrochimica tecnica dell'Haber. Accumulatori, carburi, cloro, « acido cloridrico, soda, clorati, alluminio, sodio, magnesio, rame, zinco, ecc. ecc. Nelle « lezioni invernali svolgo l'elettrochimica teorica su per giù, come è esposta nel libro « del Le Blanc.

« Mi compiacio assai, che il prof. Cannizzaro voglia intervenire energicamente in « favore dell'elettrochimica. Lo ossequi da parte mia e gli presenti i miei augurî e voti. « È completamente assurdo ed inopportuno (*gänzlich verkehrt und unsachgemäss*) d'affi- « dare l'elettrochimica agli elettrotecnici. Anche in Germania si dovette in principio « combattere questa aspra lotta; ora è da molto tempo decisa in favore dei chimici.

« L'elettrochimica è assolutamente una branca della *chimica* e deve essere trattata « da un *chimico*, solamente questo può produrre in quel campo, qualche cosa di vera- « mente utile ».

L'illustre prof. G. Lunge mi ha diretto poi la lettera seguente:

Technisch-chemisches Laboratorium
Eidgenössisches Polytechnikum
Zürich.

Zurigo, il 19 ottobre 1901.

Illustrissimo maestro e collega,

« Ho ricevuto la sua lettera del 16 e le bozze della sua Nota *sull'insegnamento del-* « *l'elettrochimica*. È appena necessario di dire, che io sono in pieno accordo coi signori « Oettel, Förster e Lorenz, in quanto che l'elettrochimica deve essere insegnata da un chi- « mico, ma non da un fisico o da un elettrotecnico. Le operazioni dell'elettrochimica sono « in fondo delle reazioni *chimiche*, che sono prodotte dalla forza fisica dell'elettricità; ma « questo è un caso analogo alle mille reazioni prodotte da un'altra forza fisica, il calore, « senza che alcuno pensi a delegare l'insegnamento di tali reazioni ad uno specialista di « riscaldamento. L'elettricità è solamente uno degli aiuti del chimico scientifico ed indu- « striale, come il calore, o le pompe per i gas, per i liquidi, ecc. ecc.

« Secondo il suo desiderio ho sottomesso questa questione anche al mio collega « sig. H. F. Weber, l'eminente professore di fisica e specialista per l'elettricità. Le ac- « cludo la sua risposta, colla quale dichiara di essere della stessa mia opinione.

« Accetti i più rispettosi e cordiali saluti, dal suo devotissimo

G. Lunge ».

Ed ecco in fine la lettera del prof. H. F. Weber:

Prof. Dr. H. F. Weber
Physikalisches Institut
des
Eidgenöss. Polytechnikums
Zürich.

Onorevole signor collega!

« Rispondo volentieri al suo invito, di esprimere la mia opinione sulla questione: « se l'elettrochimica debba essere insegnata da un fisico o da un chimico.

« Il mio modo di vedere è il seguente: Nel vasto campo dell'elettrochimica il com-
« pito dell'elettricità è così piccolo e di natura così semplice, che la scelta di un fisico
« come insegnante di elettrochimica deve essere dichiarata assurda (*geradezu sachwidrig*).

« Al signor Cannizzaro invio i più cordiali saluti.

« Colla migliore stima, suo devotissimo

« H. F. Weber.

« Zurigo, 18 ottobre 1901 ».

Matematica. — *Le superficie con infinite trasformazioni conformi in sè stesse.* Nota di Ugo Amaldi, presentata dal Socio Pincherle

Il gruppo delle trasformazioni conformi dello spazio si può anche definire come l'insieme delle trasformazioni che mutano le sfere (e i piani) in sfere (o in piani) (1), ed è perciò il *gruppo principale* di quella *Geometria delle sfere*, di cui il Lie ha scoperto la relazione essenziale, sebbene ripostissima, con la *Geometria proiettiva* (2).

Ora io qui mi propongo di determinare le superficie, che ammettono infinite trasformazioni conformi in sè stesse e che perciò in codesta Geometria delle sfere meritano un posto e un'attenzione particolari. Prendo a tale scopo le mosse dalla determinazione dei gruppi conformi, reali, ad uno e a due parametri, limitandomi a considerare, come è evidentemente lecito, gruppi continui *propri* (e non *misti*), cioè gruppi generati *completamente* da un certo numero di trasformazioni infinitesime.

Ricordo, benchè tutto ciò sia notissimo, che il gruppo conforme dello spazio è costituito dalle similitudini e dalle trasformazioni per raggi vettori reciproci (3), che esso è continuo, finito e a dieci parametri e, infine, che le trasformazioni infinitesime, che lo generano, sono, nei simboli del Lie (4).

$$\begin{gathered} q \ , \ r \ , \ p \\ zq - yr \ , \ xr - zp \ , \ yp - xq \\ xp + yq + zr \\ (x^2 - y^2 - z^2)\,p + 2xyq + 2xzr \ , \ 2yxp + (y^2 - z^2 - x^2)q + 2yzr \ , \\ 2zxp + 2zyq + (z^2 - x^2 - y^2)\,r. \end{gathered}$$

(1) Cfr. per una dimostrazione semplice ed elegantissima di codesto fatto notorio: Lie-Scheffers, *Geometrie der Berührungstransformationen*, t. I, p. 421.

(2) *Sur une transformation géométrique* [Comptes-Rendus, 31 ottobre 1870].

(3) Liouville, *Note au sujet de deux lettres de M. William Thomson* [Journ. de Math. pures et appl., Ière série, t. XII (1847), p. 265].

(4) Cfr. p. es.: Lie-Engel, *Theorie der Transformationsgruppen*, t. II, pag. 459; oppure: Lie-Scheffers, l. c., p. 443.

1. È ben nota l'osservazione del Klein (1) che il gruppo delle trasformazioni per raggi vettori reciproci e delle similitudini in uno spazio euclideo ad $n-1$ dimensioni si può ottenere, per mezzo di proiezione stereografica (trasformazione reale), dal gruppo proiettivo di una superficie del secondo ordine, non degenere, di uno spazio euclideo ad n dimensioni. Traendo da ciò profitto, noi sostituiremo alla ricerca dei gruppi conformi reali ∞^1 ed ∞^2 di S_3 la ricerca equivalente dei gruppi proiettivi reali ∞^1 ed ∞^2 di una sfera dello S_4 euclideo.

E qui notiamo subito che se un gruppo proiettivo della sfera di S_4 ammette un punto unito sulla sfera e questo punto non coincide già col centro scelto su di esso per la proiezione stereografica, il gruppo si può trasformare, mediante una trasformazione proiettiva che lascia ferma la sfera, in un gruppo che ammetta come punto unito il centro di proiezione. È allora manifesto che eseguendo la proiezione stereografica si ottiene in S_3 un gruppo di trasformazioni conformi che lasciano fermo il piano all'infinito, cioè *un gruppo di similitudini*. Si ha dunque che *ogni gruppo conforme di* S_3 *simile a un gruppo proiettivo della sfera di* S_4, *il quale ammetta un punto unito fisso sulla sfera, è equivalente dentro il gruppo conforme totale a un gruppo di similitudini.*

2. Ciò premesso, per una ben nota proprietà dei gruppi proiettivi integrabili di uno spazio a quante si vogliano dimensioni (2), a noi torna assai conveniente di sostituire al problema di determinare i gruppi proiettivi reali ∞^1 ed ∞^2 della sfera di S_4 la ricerca più generale dei gruppi proiettivi *integrabili* reali della sfera di S_4.

La proprietà, cui abbiamo alluso, dei gruppi proiettivi integrabili di S_n si è che ogni gruppo siffatto ammette un punto unito, una retta unita passante per esso, un piano unito contenente la retta unita , ... , uno S_{n-1} unito contenente lo S_{n-2} unito. Così un gruppo proiettivo integrabile di una sfera Q di S_4 ammette un punto unito P, una retta-unita r passante per P, un piano unito π, contenente r, e uno spazio unito a tre dimensioni S_3, contenente π. Poichè vogliamo determinare tipi di gruppi *reali*, dovremo tener conto delle condizioni di realità; e, perciò, lasciando da parte il caso in cui P cade sulla sfera (caso che, come già sappiamo, dà luogo a gruppi equivalenti dentro il gruppo conforme totale a gruppi di similitudini) distingueremo tre casi secondo che il punto P è: *a*) immaginario; *b*) reale ed esterno alla sfera; *c*) reale ed interno alla sfera.

a) *Se* P *è immaginario*, esso col suo coniugato determina una retta reale unita, che possiamo senz'altro supporre esterna alla sfera Q, poichè in

(1) *Ueber Liniengeometrie und metrische Geometrie* [Mathematische Annalen, t. V (1872), pp. 257-277 (p. 267)].

(2) Lie-Engel, *Theorie der Transformationsgruppen*. Bd. III, pag. 681.

caso contrario codesta retta intersecherebbe Q in due punti uniti (1) rispetto al gruppo considerato, il quale sarebbe, perciò, simile ad un gruppo di similitudini dello spazio a tre dimensioni. Insieme con codesta retta sarà unito il piano reale π, polare di essa rispetto a Q, il quale segherà la sfera secondo un cerchio reale. Il gruppo subordinato nel piano π è un gruppo proiettivo integrabile, che trasforma in sè un cerchio reale, ove è facile convincersi che esso ammette necessariamente un punto unito reale, o appartenente al cerchio o interno ad esso. Nel primo caso il gruppo considerato di S_4 è simile ad un gruppo di similitudini di S_3: il secondo caso sarà discusso più innanzi [*c*)].

b) *Il punto P sia reale ed esterno a Q.* Possiamo subito escludere che il gruppo ammetta qualche punto unito interno a Q, perchè se un tal punto esistesse, la congiungente di esso con P intersecherebbe la quadrica Q in due punti uniti rispetto al gruppo. Allora nello spazio S_3 a tre dimensioni, polare di P rispetto a Q, il quale è unito, resta subordinato un gruppo proiettivo integrabile che trasforma in sè una sfera reale ordinaria. Se il punto unito, ammesso da codesto gruppo integrabile di S_3, è reale (ed esterno a Q), sul piano polare di esso rispetto alla sfera di S_3 è subordinato un gruppo integrabile che lascia fermo un cerchio reale, e si conclude, come pocanzi, che il gruppo considerato in S_4 o ammette un punto unito su Q, o rientra sotto il caso *c*), che considereremo poco avanti. Se poi quel punto unito è immaginario, esso col coniugato determina una retta unita, la cui polare rispetto alla sfera di S_3 è pur essa unita. Una di codeste due rette interseca la sfera di S_3 e quindi su Q esiste anche in questo caso un punto unito.

c) *Se, infine,* P *è reale ed interno a* Q, possiamo escludere che esistano punti uniti reali esterni a Q. Nello spazio S_3 polare di P rispetto a Q (esterno a Q) è subordinato un gruppo integrabile, che ammette un punto unito immaginario: uniti saranno il punto coniugato, la congiungente reale e la retta reale polare di questa in S_3 rispetto alla quadrica (immaginaria) sezione di S_3 con Q. Abbiamo così il gruppo proiettivo *permutabile* che ammette un punto unito reale interno a Q e quattro punti uniti immaginari a due a due coniugati.

Possiamo dunque enunciare il seguente:

Teorema. *Ogni gruppo conforme integrabile reale dello spazio ordinario o è equivalente dentro il gruppo conforme totale ad un gruppo di similitudini, o è simile* (mediante una proiezione stereografica di S_4 combinata eventualmente con una trasformazione conforme di S_3) *al gruppo* G *proiettivo permutabile della sfera di* S_4, *che ammette un punto unito reale*

(1) Si esclude che codesti due punti possano essere scambiati l'uno nell'altro, perchè qui intendiamo occuparci di gruppi *propri* (e non *misti*).

ed interno alla sfera e quattro punti uniti immaginari a due a due coniugati.

3. Si trova senza difficoltà di sorta, che il gruppo G è a due parametri: se

$$x^2_1 + x^2_2 + x^2_3 + x^2_4 - x^2_5 = 0 \tag{1}$$

è la sfera invariante, e il punto unito reale è il centro di essa, e i punti uniti immaginari sono (1)

$$i,\ 1,\ 0,\ 0,\ 0;\ -i,\ 1,\ 0,\ 0,\ 0;\ 0,\ 0,\ i,\ 1,\ 0;\ 0,\ 0,\ -i,\ 1,\ 0,$$

le equazioni finite del gruppo sono (1)

$$\left\{\begin{array}{l} y_1 \equiv x_1 \cos t_1 - x_2 \operatorname{sen} t_1 \\ y_2 \equiv x_1 \operatorname{sen} t_1 + x_2 \cos t_1 \\ y_3 \equiv x_3 \cos t_2 - x_4 \operatorname{sen} t_2 \\ y_4 \equiv x_3 \operatorname{sen} t_2 + x_4 \cos t_2 \\ y_5 \equiv x_5 \end{array}\right. \tag{2}$$

Queste equazioni si possono già assumere come le equazioni finite del gruppo conforme di S_3, che noi cerchiamo, riferito ad un sistema di *coordinate pentasferiche* omogenee (2), in cui la relazione quadratica fondamentale è la (1).

Ad ogni modo eseguendo la proiezione stereografica e riferendo il gruppo ad un ordinario sistema di coordinate cartesiane ortogonali, troviamo le seguenti equazioni finite:

$$\left\{\begin{array}{l} x' = \dfrac{2(x\cos t_1 - y \operatorname{sen} t_1)}{1 + \cos t_2 - 2z \operatorname{sen} t_2 + (x^2 + y^2 + z^2)\ (1 - \cos t_2)} \\ y' = \dfrac{2(x \operatorname{sen} t_1 + y \cos t_1)}{1 + \cos t_2 - 2z \operatorname{sen} t_2 + (x^2 + y^2 + z^2)\ (1 - \cos t_2)} \\ z' = \dfrac{\operatorname{sen} t_2 + 2z \cos t_2 - (x^2 + y^2 + z^2) \operatorname{sen} t_2}{1 + \cos t_2 - 2z \operatorname{sen} t_2 + (x^2 + y^2 + z^2)\ (1 - \cos t_2)} \end{array}\right. \tag{3}$$

Le due trasformazioni infinitesime che generano il gruppo sono:

$$yp - xq \quad , \quad 2zxp + 2zyq + (z^2 - x^2 - y^2 + 1)r.$$

Poichè il gruppo G è costituito da *tutte* le trasformazioni proiettive della sfera di S_4 in sè stessa, che ammettono un determinato pentaedro unito, è manifesto che esso non è contenuto in nessun gruppo conforme più ampio,

(1) Cfr. il § III della mia Memoria: *Tipi di potenziali che, divisi per una funzione fissa, si possono far dipendere da due sole variabili* (Rendic. del Circ. mat. di Palermo, t. XVI).

(2) Cfr., p. es., Darboux, *Leçons sur la théorie générale des surfaces*, Ière partie, livre II, chap. VI.

come sottogruppo invariante, e quindi che *gli* ∞^1 *gruppi ad un parametro contenuti in* G, *generati dalle trasformazioni infinitesime*

$$e_1(yp - xq) + e_2(2zxp + 2zyq + (z^2 - x^2 - y^2 + 1)r),$$

non sono fra loro equivalenti dentro il gruppo conforme totale.

4. Dopo queste premesse, determiniamo le superficie che ammettono ∞^1 o ∞^2 trasformazioni conformi in sè, e cominciamo dalle prime.

Le superficie che ammettono un gruppo ∞^1 di similitudini, sono già state determinate dallo Stäckel [1] e sono: i *cilindri*, i *coni*, le *superficie di rotazione*, le *elicoidi* e le *superficie spirali* di Lie e Lewy.

Restano a considerare le superficie che ammettono un gruppo ∞^1 G_1 di trasformazioni conformi, sottogruppo di G_2. Per determinare le traiettorie di un tale gruppo ∞^1, cominciamo dall'osservare che, come risulta immediatamente dalle (2), o dalle (3), il gruppo G_2 trasforma in sè ciascuno dei *tori circolari* del fascio

$$x^2 + y^2 + r^2 - 1 - c\sqrt{x^2 + y^2} = 0, \tag{4}$$

i quali, notiamo incidentalmente, sono tutti *propri*, cioè tali che i cerchi che li generano per rotazione non sono intersecati dall'asse.

Ora si osservi che G_1, come ogni gruppo conforme, trasforma in sè stesso l'insieme delle sfere (e dei piani) e quindi anche l'insieme delle loro mutue intersezioni, cioè l'insieme dei cerchi (e delle rette). Perciò G_1, che trasforma in sè ogni toro del fascio (4), scambierà fra di loro i cerchi dei due fasci (meridiani e paralleli) che si trovano in ciascun toro: anzi, data la continuità del gruppo, G_1 trasformerà i paralleli del toro fra di loro e i meridiani pur essi fra di loro. Se allora consideriamo sopra ciascun toro il sistema doppio, costituito dai due fasci dei paralleli e delle traiettorie (il primo invariante e il secondo di curve invarianti) e ricordiamo che ogni gruppo conforme conserva gli angoli, concludiamo che *le traiettorie di* G_1 *sono traiettorie isogonali ai paralleli* (e quindi ai meridiani) *dei tori del fascio invariante* (4), *cioè lossodromiche di codesti tori.* Ogni superficie che ammetta il gruppo G_1 si otterrà, dunque, considerando la semplice infinità di codeste lossodromiche toroidali, che passano pei punti di una curva arbitraria, la quale non sia una traiettoria di G_1

Per avere le equazioni di queste lossodromiche, osserviamo che le equazioni finite del gruppo G_1 generato dalla trasformazione infinitesima [2]

$$2c(xq - yp) + 2zxp + 2zyq + (z^2 - x^2 - y^2 + 1)r$$

[1] *Beiträge zur Flächentheorie*, VI (Leipziger Berichte, 1898, pag. 12).

[2] Dando alla costante (reale) c tutti i possibili valori, otteniamo tutti i sottogruppi ∞^1 di G_2, eccettuato il gruppo di rotazioni $yp - xq$, che rientra nei gruppi ∞^1 di similitudini, di cui abbiamo già tenuto conto.

si ottengono dalle (3) ponendovi $t_1 = ct_2 = ct$: se nello stesso tempo dalle coordinate cartesiane passiamo ad un sistema di coordinate cilindriche, in cui l'asse dei cilindri coordinati è il primitivo asse delle z, otteniamo, indicando con ϱ e φ il vettore e l'angolo polare nel piano $z = 0$,

$$\varrho' = \frac{2\varrho}{1 + \cos t - 2z \operatorname{sen} t + (1 - \cos t)(z^2 + \varrho^2)},$$

$$\varphi' = \varphi + ct,$$

$$z' = \operatorname{cotg} \tfrac{1}{2} t - \frac{2(z - \operatorname{cotg} \frac{1}{2} t)}{1 + \cos t - 2z \operatorname{sen} t + (1 - \cos t)(z^2 + \varrho^2)}.$$

Gli invarianti di questo gruppo sono:

$$\sigma_1 = \frac{\varrho}{\varrho^2 + z^2 + 1}, \quad \sigma_2 = \varphi - c \operatorname{arctg} \frac{\varrho^2 + z^2 - 1}{2z},$$

onde risulta, se si sceglie come superficie iniziale la sfera di centro nell'origine e raggio uguale all'unità, che le equazioni delle traiettorie di G_1 [*lossodromiche* dei tori (4)] sono:

$$(5) \qquad \begin{cases} \varrho = \dfrac{\cos \psi_0}{1 - \operatorname{sen} \psi_0 \operatorname{sen} \chi}, \\ \varphi = \theta_0 + a\chi, \\ z = \dfrac{\operatorname{sen} \psi_0 \cos \chi}{1 - \operatorname{sen} \psi_0 \operatorname{sen} \chi}, \end{cases}$$

dove ψ_0 è la latitudine e θ_0 è la longitudine (rispetto ai piani diametrali $z = 0$, $y = 0$ ordinatamente) del punto, in cui la traiettoria interseca la sfera iniziale, e χ varia lungo ogni singola traiettoria.

Le equazioni parametriche delle superficie invarianti rispetto a G_1 si otterranno dalle (5) ponendovi ψ_0, θ_0, χ uguali a tre funzioni arbitrarie di due parametri u, v; e l'equazione cartesiana sarà data, se $\Omega(\sigma_1, \sigma_2)$ è una funzione arbitraria dei suoi argomenti σ_1 e σ_2, da

$$\Omega\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x^2 + y^2 + z^2 + 1}, \operatorname{arctg} \frac{y}{x} - c \operatorname{arctg} \frac{x^2 + y^2 + z^2 - 1}{2z}\right) = 0.$$

Abbiamo così il

Teorema. *Ogni superficie, che ammetta un gruppo ad un parametro di trasformazioni conformi, è trasformabile mediante una trasformazione conforme o in una superficie che ammette un gruppo di similitudini o in una superficie*

$$\Omega\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x^2 + y^2 + z^2 + 1}, \operatorname{arctg} \frac{y}{x} - c \operatorname{arctg} \frac{x^2 + y^2 + z^2 - 1}{2z}\right) = 0.$$

5. Riserbando per altra occasione lo studio geometrico di codeste ultime superficie, passiamo ad occuparci delle superficie che ammettono ∞^2 trasformazioni conformi in sè.

Codeste superficie sono trasformabili mediante una trasformazione conforme o in superficie che ammettono un gruppo a due parametri di similitudini, o in superficie invarianti rispetto al gruppo G_2 (n. 2).

Le superficie, che ammettono un gruppo ∞^2 di similitudini, sono state implicitamente determinate dall'Enriques [1].

Partendo dalla tabella in cui l'Enriques ha enumerato i gruppi di ∞^2 di omografie spaziali, si trova che i gruppi ∞^2 di similitudini sono i tre seguenti:

$$p\,,\ xp+yq+zr$$
$$p\,,\ zq-yr$$
$$zq-yr\,,\ xp+yq+zr\,;$$

onde risulta immediatamente che le superficie che ammettono un gruppo ∞^2 di similitudini sono i *piani*, e i *cilindri* e *coni di rotazione*.

Si verifica poi direttamente che il piano ammette un gruppo conforme ∞^6, il quale, se il piano invariante è il piano $z=0$, è il gruppo

$$p\,,\ q\,,\ yp-xq\,,\ xp+yq+zr$$
$$(x^2-y^2-z^2)\,p+2\,xyq+2\,xzr\,,\ 2\,yxp+(y^2-z^2-x^2),\ q+2\,yzr\,,$$

e che il cono e il cilindro di rotazione non ammettono più di ∞^2 trasformazioni conformi [2].

Quanto poi alle superficie che ammettono un gruppo ∞^2 conforme, non equivalente a un gruppo di similitudini, esse sono trasformabili mediante una trasformazione conforme in superficie invarianti rispetto al G_2, cioè in *tori circolari* (propri), i quali, come si verifica direttamente, non ammettono altre trasformazioni conformi fuori di codesto gruppo.

6. Ci rimane a vedere se esistano superficie, le quali ammettano più di ∞^2 trasformazioni conformi in sè stesse. Tale è, come già sappiamo, il piano e quindi la sfera [3], trasformata del piano mediante una inversione (e una traslazione).

[1] *Le superficie con infinite trasformazioni proiettive in sè stesse* (Atti del R. Ist. Ven. di sc. lett. ed arti, t. IV, s. VII, 1892-93, pag. 1590). Notiamo che la restrizione là imposta nel considerare gruppi di punti uniti distinti, si può qui considerare come soddisfatta.

[2] Qui parliamo di superficie *reali* e quindi escludiamo il *cono immaginario ciclico* delle *rette minime* passanti per un punto, il quale ammette notoriamente il gruppo conforme totale.

[3] Il gruppo ammesso dalla sfera $x^2+y^2+z^2-a^2=0$ è generato dalle trasformazioni infinitesime:

$$zq-yr\,,\ xr-zp\,,\ yp-xq$$
$$(x^2-y^2-z^2-a^2)\,p+2xyq+2xzr\,,\ 2yxp+(y^2-z^2-x^2-a^2)\,q+2yzr\,,$$
$$2zxp+2zxq+(z^2-x^2-y^2-a^2)\,r\,.$$

Esclusi allora il piano e la sfera, supponiamo che esista una superficie S la quale ammetta un gruppo conforme ∞^n $(n > 2)$: S conterrà un sistema ∞^1 di indice 2 di linee di curvatura, le quali, per una loro ben nota proprietà, saranno trasformate le une nelle altre dal gruppo considerato. Tenendo ferma una di codeste linee si ottiene un gruppo ∞^{n-1} che trasforma in sè la S, e tenendo fermo un punto generico si ottiene un gruppo ∞^{n-2}. Così, se $n > 2$, si riesce sempre a costruire un gruppo conforme ∞^2 trasformante in sè la S, la quale deve perciò essere trasformabile in un cilindro o in un cono di rotazione, oppure in un toro circolare. Ma ciascuna di codeste superficie non ammette più di ∞^2 trasformazioni conformi; onde concludiamo che è $n = 2$ ed enunciamo il

Teorema. *Le superficie, che ammettono più di ∞^1 trasformazioni conformi in sè sono o piani o sfere, e in tal caso il gruppo ha sei parametri, o sono trasformabili, mediante una trasformazione conforme, in un cilindro o in un cono di rotazione oppure in un toro circolare, e in tal caso il gruppo conforme è a due parametri.*

Fisica. — *Sulla doppia rifrazione circolare e la polarizzazione rotatoria.* Nota del dott. O. M. Corbino, presentata dal socio Paternò.

1. La geniale ipotesi di Fresnel che attribuiva la polarizzazione rotatoria allo sdoppiamento della vibrazione rettilinea primitiva in due vibrazioni circolari inverse, dotate di velocità di propagazione differente, ha dato luogo a delle controversie nell'ultimo ventennio, provocate da un lavoro del Gouy (1). Questi dava un'interpretazione differente della famosa esperienza del triprisma eseguita dal Fresnel per dimostrare che quell'ipotesi non è una semplice finzione analitica, ma corrisponde alla realtà fisica.

Il Fresnel aveva addotto ancora altre prove, e all'esperienza del triprisma aveva aggiunto la spiegazione del triplo sistema di frange ottenuto da Arago addossando alle due fenditure di Young una lamina di quarzo perpendicolare all'asse.

Il Gouy fece vedere che la doppia rifrazione circolare prodotta dal triprisma può interpretarsi come un semplice effetto di diffrazione; infatti partendo dal vero risultato sperimentale che nei diversi punti di un'onda piana che traversa un prisma di quarzo la vibrazione subisce rotazioni diverse, egli dedusse con i procedimenti ordinarî seguiti nei problemi di diffrazione che una tale onda deve necessariamente produrre due imagini della sorgente polarizzate circolarmente in senso inverso. Convalidò in seguito questa dimo-

(1) C. R., t. 90, pag. 992 e 1121.

strazione analitica con una esperienza elegantissima (1); riuscì invero a riprodurre senza mezzi attivi la doppia riparazione circolare, per mezzo di una serie di laminette birefrangenti di mezza onda, orientate in modo che la disposizione dei piani di polarizzazione alla uscita fosse simile a quella che si trova nell'onda che ha traversato un prisma di quarzo. Infine fece vedere che un'analisi completa, anche seguendo le idee di Fresnel, portava ad escludere i due sistemi di frange laterali di Arago, e avvicinò questo risultato alla concludente dimostrazione sperimentale data dal Righi (2) che quei sistemi laterali son dovuti a ben altra ragione, e precisamente all'estinzione di certi colori operata dal quarzo tra due nicol.

Si hanno in seguito su questo soggetto alcune Note del Croullebois (3) che pur avendo lo scopo di difendere le idee del Fresnel non portano in loro favore nessun nuovo argomento. In una prima Nota l'Autore ritrova i sistemi laterali di frange a luce circolare sostituendo alla lamina di quarzo di Arago il triprisma di Fresnel. Egli dimentica però che con questa disposizione ottiene quattro invece di due sorgenti interferenti; com'è chiaro, quest'esperienza non dimostra niente più di quello che dimostrava la semplice esperienza del triprisma.

In una seconda Nota egli si occupa dell'esperienza riferita dal Cornu come decisiva in favore della ipotesi di Fresnel, esperienza consistente nell'addossare alle fenditure di Young una bilamina di quarzo a rotazione inverse e giustifica correttamente la divergenza tra lo spostamento delle frange centrali osservato e quello calcolato. Ma è giusto osservare che le stesse frange si ritrovano tenendo conto della dispersione rotatoria, che cioè le vibrazioni rettilinee all'uscita dal quarzo fanno nelle due metà angoli differentissimi per i varî colori. Questo punto, indipendentemente dalla questione che ci occupa, fu largamente sviluppato dal prof. Righi nel lavoro citato.

Del resto mi sembra ozioso, per difendere le idee del Fresnel, insistere sui sistemi laterali di frange, quando, anche accettando la sua ipotesi, combinando completamente le vibrazioni circolari presupposte, si perviene a un risultato che non permette di ritrovare le vibrazioni medesime. D'altra parte questa prova è inutile; e l'errore in cui incorse il Fresnel derivò, probabilmente, da un altro errore in cui egli stesso incorse in un'esperienza analoga sulla doppia rifrazione rettilinea, errore che, per quanto è a mia conoscenza, non è stato rilevato da alcuno.

Egli infatti, solo e con Arago, dall'esistenza di due sistemi laterali di frange per l'addossamento di una lamina di gesso alle due fenditure di Young, ricavò che in essa l'onda straordinaria e quella ordinaria si propagano con

(1) Journal de Physique, t. II, pag. 360, 1883.

(2) *Ricerche sperimentali sull'interferenza della luce*, Mem. Acc., Bologna, 1877.

(3) C. R., t. 92, pag. 519; t. 93, pag. 459.

diversa velocità. Or se la lamina di gesso, compresa tra due nicol, si interpone interamente al di là del sistema producente le frange di interferenza, i sistemi laterali si hanno egualmente. Quest'esperienza fu già eseguita, a un fine analogo, dal prof. Righi (1).

2. Dall'esame accurato delle diverse pubblicazioni in proposito, sembrami che si sia voluto dare al lavoro del Gouy, nel combatterlo, uno scopo superiore a quello prefissosi dall'Autore.

Questi infatti non poteva dimostrar falsa la concezione del Fresnel, concezione che si basa su un'equivalenza cinematica inattaccabile; ma invece egli voleva dimostrare che non c'è nessun argomento per ritenere che quell'ipotesi risponde alla realtà fisica. C'è però qualche cosa che è sfuggita all'analisi del Gouy e dei suoi contradittori, se se ne toglie un rapido accenno in una Nota del Sig. Cornu (2), e che merita di essere sviluppata più largamente.

Le considerazioni precedenti possono invero estendersi alla doppia rifrazione rettilinea, e concluderne che *c'è tante ragioni partendo dai fenomeni presentati dalle sostanze attive per credere alla realtà della doppia rifrazione circolare, quante ce n'è partendo dai fenomeni presentati dai cristalli per credere alla realtà della doppia rifrazione intesa nel modo ordinario,* cioè alla realtà dello sdoppiamento nelle lamine cristalline di una vibrazione qualsiasi in due vibrazioni rettilinee ortogonali.

Il parallelismo tra i due ordini di fenomeni è completo. L'effetto delle sostanze attive sulle onde che le attraversano è infatti la rotazione della direzione della vibrazione; e questa rotazione, crescente con lo spessore attraversato, in una lamina a spessore continuamente crescente, cioè in un prisma, deve produrre necessariamente la doppia rifrazione circolare.

A dimostrare che un'onda del genere di quelle emergenti da un prisma di sostanza attiva deve dar luogo a due fasci di raggi circolari inversi, il Signor Gouy non aveva bisogno di ricorrere alla teoria della diffrazione o alla riprova sperimentale data dalla sua lamina multipla; poichè quella necessità può essere dimostrata *a priori* e molto più semplicemente.

E infatti, oltre al triprisma di Fresnel e alla lamina multipla di Gouy noi conosciamo un altro mezzo che permette di ottenere, dato un punto o una linea luminosa a vibrazioni rettilinee, un'onda in cui la direzione della vibrazione varia all'istesso modo da un punto all'altro di essa; precisamente possiamo polarizzare circolarmente in senso inverso la luce emergente da *due immagini coniugate* della prima sorgente.

Ora, in quest'ultimo caso, raccogliendo la successione delle onde su un cannocchiale, si osservano, com' è evidente, le due immagini invianti luce circolare inversa. Se gli altri due metodi dànno luogo a onde identiche, è na-

(1) Loco citato, pag. 92.
(2) C. R. t. 92, pag. 1365.

turale che con un cannocchiale nell'uno e nell'altro caso, si trovino due immagini con luce circolare inversa (1). Se questo ragionamento non ci dice nulla sul meccanismo del fenomeno, e però logicamente inappuntabile.

Venendo ora alla doppia rifrazione ordinaria, quali prove noi abbiamo dello sdoppiamento nelle lamine cristalline di una vibrazione qualsiasi in due vibrazioni ortogonali?

Una analoga alla corrispondente data dal triprisma di Fresnel. Un prisma di una sostanza anisotropa trasforma un'onda a vibrazioni rettilinee in un'onda a vibrazioni in generale ellittiche, variabili per la forma e l'orientazione dell'ellisse da un punto a un altro secondo una legge determinata; e quest'onda emergente, esaminata con un cannocchiale, dà della sorgente due immagini polarizzate ortogonalmente.

Ora un ragionamento analogo a quello del Gouy applicato, sulla scorta della teoria della diffrazione, a quest'onda a polarizzazione ellittica variabile, condurrebbe qui alla necessaria esistenza di due fasci di luce polarizzati ortogonalmente. Nè sarebbe impossibile *ideare* un sistema ottico senza cristalli capace di dar luogo a quest'onda speciale, e che, come la lamina multipla di Gouy per la doppia rifrazione circolare, riprodurrebbe le apparenze della doppia rifrazione ordinaria. Ebbene, concluderebbe da ciò il Sig. Gouy che la scomposizione in due onde polarizzate ortogonalmente prodotta dai cristalli è una supposizione arbitraria?

A dimostrare l'analogia completa dei due casi posso aggiungere che, come a produrre l'onda a vibrazioni rettilinee rotate progressivamente si può pervenire in tre modi diversi: col triprisma di Fresnel, con la lamina multipla di Gouy, con la fenditura di Young seguita dalla bilamina di Bravais a quarti d'onda, così a riprodurre l'onda a vibrazioni ellittiche variabili nel modo conosciuto si può pervenire pure in tre modi: Al primo corrisponde il doppio prisma costituente il compensatore di Babinet, al secondo un dispositivo teoricamente possibile, risultante dalla combinazione opportuna di mezzi attivi, di mezzi assorbenti ordinarî e di mezzi che assorbono solo uno dei raggi circolari, quali quelli scoperti dal Cotton; e infine al terzo corrisponde il sistema formato dalle fenditure di Young seguite da una bilamina di sostanza attiva capace di produrre rotazioni di 45°, inverse nelle due metà; questo sistema darebbe luogo identicamente alle stesse apparenze prodotte dai prismi cristallini, senza l'intervento di sostanze birefrangenti.

Concludendo la concezione di Fresnel sulla propagazione della luce nei mezzi attivi non era necessaria per spiegare l'esperienza del triprisma, e in ciò mi sembra abbia ragione il Gouy; ma essa è altrettanto verosimile quanto quella accettata da tutti, e dovuta pure al Fresnel, sulla propagazione della

(1) Si può anche ottenere l'onda suddetta disponendo, dopo un nicol e un prisma birifrangente con la sezione principale a 45° da quella del nicol, una lamina quarto d'onda con la sezione principale parallela a quella del nicol (Mascart, *Optique*, t. II, § 380).

luce nei mezzi birefrangenti. Venendo poi alle ricerche successive a quelle celebri di Fresnel, se da una parte la teoria del Mallard toglie ogni realtà fisica alla concezione del grande fondatore dell'ottica, essa apparisce come una geniale intuizione dopo la scoperta fatta dal Cotton di mezzi che hanno un assorbimento selettivo per una specie di raggi circolari, e dopo le ricerche che seguirono la scoperta del fenomeno Zeeman.

Fisica. — *Sull'uso dell'elettrodinamometro nella misura dei coefficienti di induzione mutua* (1). Nota del dott. RICCARDO MANZETTI, presentata dal Socio BLASERNA.

Quando il galvanometro balistico presenta delle sensibilità eccezionali con basse resistenze, come è necessario nelle misure di coefficienti di induzione mutua molto piccoli (p. es. $K = 10^{-8}$ amp. per 1 mm. della scala a 2 m. di distanza ed $R = 6$ ohm.) è noto come si abbiano nel suo uso dei serî inconvenienti, che si possono riassumere così: 1° Variazioni di zero, dovute alle correnti vaganti del sottosuolo, ed alle correnti termoelettriche che si generano per l'inevitabile differenza di temperatura fra le diverse parti del circuito eterogeneo; 2° Variabilità della costante dell'istrumento nel corso delle misure, dovuta principalmente alla variazione dell'intensità di magnetizzazione del magnete astatizzatore (2).

Queste ragioni che permangono almeno in parte anche per sensibilità meno elevate, mi spinsero a ricercare se l'elettrodinamometro e le correnti alternate non offrissero un metodo altrettanto sensibile ed esente dalle perturbazioni suddette, in tutti quei casi però in cui la corrente alternata possa e debba essere adoperata, e p. es. per la misura dei coefficienti di induzione mutua fra correnti nell'aria, per la determinazione della permeabilità di sostanze non conduttrici, e nella misura delle variazioni dei coefficienti stessi per effetto delle correnti parassite ecc.

È chiaro intanto che nella scelta dell'istrumento, qualunque schema di circuiti si adottasse, si doveva ricercare la massima sensibilità colla minima resistenza, esclusi pertanto il tipo Siemens a bobina mobile, come quello affatto insufficiente allo scopo. Mi servii invece dell'elettrodinamometro a ferro mobile, che ho già descritto nella sua parte costruttiva (3).

(1) Lavoro eseguito nel Gabinetto di Fisica Tecnica della Scuola per Ingegneri, di Roma.

(2) Vedi R. Manzetti ed A. Sella, *Ricerche magnetiche*. Atti dell'Accademia Gioenia 1900.

(3) Vedi R. Manzetti, Atti della R. Acc. dei Lincei, 1901. *Di un nuovo metodo per la misura della frequenza delle correnti alternate.*

L'equipaggio mobile di questo elettrodinamometro avrebbe potuto essere di rame, ma in tal caso la sensibilità sarebbe stata molto minore, e la costante dell'istrumento avrebbe variato colla frequenza.

Nei diversi tentativi fatti per aumentarne la sensibilità, mi accorsi che essi erano piuttosto perniciosi che utili per il buon uso dell'istrumento: dei fascetti di filo di ferro nelle bobine influivano sullo zero dell'istrumento, per le variazioni della magnetizzazione di essi: eccedere nella sensibilità della sospensione, non era nemmeno utile, per le maggiori ed eccessive cure che richiede l'uso delle sospensioni delicate di filo di quarzo.

Mi accontentai però di una via intermedia, e riuscii ad ottenere senza inconvenienti e abbastanza facilmente una sensibilità dell'ordine di $K = 2 \cdot 10^{-6}$ ampère (ammettendo approssimativamente $i = K\sqrt{\alpha}$) con una resistenza interna di 12 ohm. e la scala a 2 m. di distanza.

In tutte le esperienze fatte la corrente alternata era ottenuta con un piccolo alternatore mosso da un motorino a corrente continua eccitato in derivazione; il numero delle alternazioni era circa 200 al ″.

Per confrontare i diversi metodi di misura a cui accennerò, paragonavo fra loro due coefficienti di cui uno si ammetteva noto, l'altro era variabile da zero ad un certo valor massimo.

Il primo era dato da una spirale posta nel campo generato da una bobina molto lunga. Si avevano; nel primario 27 spire per cm., nel secondario 426 spire di filo da $^3/_{10}$ in 4 strati. Il diametro del rocchetto era di 3 cm.

Il coefficiente da misurarsi era anch'esso dato da una spirale secondaria, ma questa era fissata ad un sostegno mobile per rispetto al primario, in modo che la bobina potesse passare da punti esterni a punti interni del primario, mantenendosi sempre coassiale a questo. In tal modo il coefficiente poteva variare con continuità da un valore zero ad un valore massimo molto prossimo a quello noto.

In questo secondo caso il primario era formato da una bobina lunga 10 cm. con due strati di filo da $^6/_{10}$ e con 268 spire complessive. Il secondario aveva 436 spire in 4 strati sopra un rocchetto da 3 cm. di diametro. I due primarî erano percorsi in serie dalla corrente alternata di intensità poco superiore a $^1/_2$ amp. eff.

Ciò posto, è facile vedere come un metodo di zero per il confronto di questi due coefficienti dato dalla fig. 1 [1] per cui $\frac{M_1}{M_2} = \frac{R_1}{R_2}$, non può essere adottato nella pratica delle misure per due ragioni:

1°. Una piccolissima sensibilità dell'istrumento in vicinanza del punto zero, come si rileva senz'altro dalla $\alpha = \frac{1}{K^2} i^2$ da cui $\sigma = \frac{d\alpha}{di} = \frac{2}{K^2} i$, che ci dice cioè, che la sensibilità dell'istrumento non è una costante come nei galvanometri ordinarî, ma diminuisce col diminuire della corrente.

[1] Vedi R. Manzetti ed A. Sella, *Permeabilità magnetica del platino alla temperatura dell'aria liquida.* Elettricista, 1900.

2°. L'istrumento devia sempre da una stessa parte dello zero, cosicchè non si può riconoscere subito quale deve essere il senso giusto della variazione di resistenza nei due rami. In tali circostanze se al primo incon-

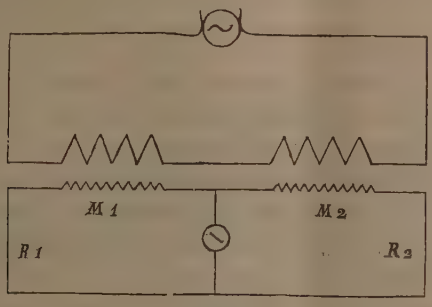


Fig. 1.

veniente si poteva pensare a rimediare con un eccesso di sensibilità nell'istrumento, il secondo invece rendeva così penosa e difficile la misura da farmi abbandonare qualsiasi altro tentativo in questo senso.

Però i grandi vantaggi che presentano generalmente i metodi di zero, mi fecero tentare una disposizione speciale dell'istrumento, feci costruire cioè un elettrodinamometro differenziale.

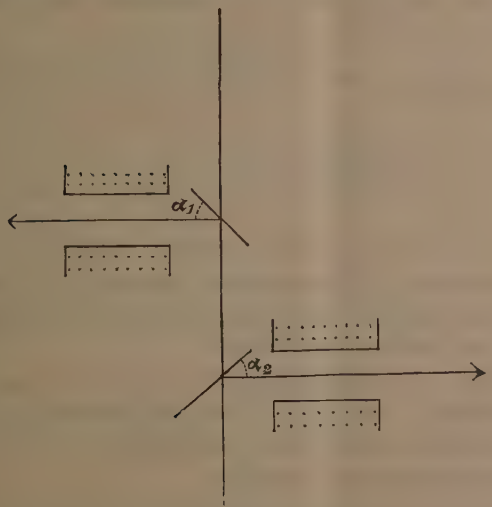


Fig. 2.

Tolsi dall'istrumento le due bobine e ne disposi sulle stesse guide altre due in modo però che avessero gli assi a diversa altezza, come è indicato schematicamente nella fig. 2. L'equipaggio mobile era costituito da un'asti-

cina di alluminio in cui erano infissi due fascetti di filo di ferro dolce, ricotto, coi loro assi ad angolo retto e disposti in modo da essere a 45° da una parte e dall'altra del piano dei due assi delle bobine.

È chiaro che, se le due correnti indotte sono generate dai due primarî in serie percorsi dalla stessa corrente alternata, si avrà $\frac{M_1}{M_2} = K \frac{R_1}{R_2}$ in cui K (numero puro) è una costante dipendente dall'istrumento e facilmente determinabile. Per fare $K = 1$ il sostegno di una delle due bobine era raccomandato ad una vite micrometrica per produrre spostamenti piccolissimi. Così se i due circuiti dell'elettrodinamometro erano percorsi in serie da una corrente, si poteva far variare in modo la posizione della bobina munita di vite micrometrica da render nulla la deviazione dell'istrumento: era allora chiaramente $K = 1$.

Si capisce allora come l'istrumento dia deviazioni dalle due parti dello zero, e per di più in vicinanza dello zero la sensibilità non sia diminuita, perchè non nulle sono le correnti che circolano nelle due bobine.

Però in certe condizioni l'equipaggio mobile è in equilibrio instabile.

L'espressione del momento che soffre l'equipaggio mobile in generale è:

$$y = K_1^2 I_1^2 \operatorname{sen} 2\alpha_1 - K_1^2 I_2^2 \operatorname{sen} 2\alpha_2 - K_3 \alpha_3$$

essendo α_1 ed α_2 gli angoli che formano gli assi dei fascetti di ferro con l'asse della bobina corrispondente; è $\alpha_2 = \beta - \alpha_1$ dove β è l'angolo degli assi dei due fasci di ferro.

$\frac{I_1}{I_2}$ è determinato per un certo valore quando $y = 0$ e $K_3 \alpha_3 = 0$;
si ha allora

$$\frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{K_2^2}{K_1^2} \frac{\operatorname{sen} 2(\beta - \alpha_1)}{\operatorname{sen} 2\alpha_1} = \varkappa.$$

Se $\beta = 90°$ nel caso cioè della massima sensibilità per l'istrumento, $\varkappa$ è indipendente da α_1 ed assolutamente costante, vale a dire il rapporto delle intensità è determinato sempre da una costante qualunque sia l'angolo che forma il ferro coll'asse delle bobine.

Se $\beta \leqq 90°$ l'istrumento non ha più una costante, ma il valore di $\varkappa$ dipende dall'angolo α_1 e da β, vale a dire dalla posizione di zero dell'equipaggio mobile. dovuta alla torsione della sospensione.

La variazione di essa $\varkappa$ è data da

$d\varkappa = 2(\operatorname{cotg} 2(\beta - \alpha_1) - \operatorname{cotg} 2\alpha_1)$: p. es. per $\beta = 84°$ $\alpha = 40°$ $d\alpha = 2°$;

importa circa l'un per cento, e cresce rapidamente al variare degli angoli. In questo stesso caso $\beta \leqq 90°$, la variazione tende a zero per $\alpha_1 = \frac{1}{2}\beta$.

Vogliamo ancora fare un'osservazione.

Per una variazione di corrente dI_1 il momento soffre una variazione

$$dy = 2\,K_1^2\,I_1^2 \cos 2\,\alpha_1\,d\alpha - 2\,K_2^2\,I_2^2 \cos 2\,(\beta - \alpha_1)\,d\alpha + 2\,K_1^2\,I_1 \operatorname{sen} 2\,\alpha_1\,dI_1 - K_3\,d\alpha.$$

Si vede subito che se ammettiamo di partire da $y = 0$ e che sia $\beta = 90°$ per semplicità, è

$$dy = 2\,K_1^2\,I_1 \operatorname{sen} 2\,\alpha_1\,dI_1 - K_3\,d\alpha.$$

Se $K_3 = 0$, se cioè il sistema non ha torsione propria dy non si annulla che per α_1 molto piccoli, ed allora il sistema è folle, cioè qualunque piccola variazione di corrente rende $\alpha_1 = 0$.

Lo stesso avviene se $2\,K_1^2\,I_1 \operatorname{sen} 2\,\alpha_1$ è molto grande rispetto a K_3, ciò che però avviene se si lancia nell'istrumento una corrente I_1 troppo forte.

Questo allora ci indica il modo di usare l'istrumento. Le correnti che circolano nelle bobine devono esser tali da produrre ognuna una deviazione leggibile sulla scala.

Riassumendo, da quanto si è detto si deduce:

1°. L'istrumento deve essere costruito ed aggiustato in modo che sia β molto prossimo a 90° ed α_1 ad $\frac{1}{2}\beta$ perchè la $\varkappa$ soffra la minima variazione al variare della posizione di zero.

2°. Non si devono inviare nelle bobine delle correnti eccessivamente forti per non rendere folle il sistema mobile.

Il fatto della variazione della costante con lo zero, rendeva meno utile la vite micrometrica per la riduzione di $\varkappa$ all'unità. Ma il suo valore poteva essere determinato con un metodo molto semplice, shuntando cioè con una resistenza nota ϱ la bobina più sensibile di resistenza R. Sarà allora $\left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2 = \varkappa = \left(\frac{\varrho + R}{\varrho}\right)^2$.

Un altro vantaggio dell'istrumento è la indipendenza delle sue indicazioni della differenza di fase delle correnti, e della frequenza della corrente alternata.

Nell'istrumento costruito si avevano 304 spire per ciascuna bobina, con una resistenza di circa 8,8 ohm.

Coll'ajuto della vite micrometrica si poteva molto facilmente ottenere $\varkappa = 1{,}01$.

Per una variazione dello zero della scala di 8 o 10 cm. la $\varkappa$ variava di circa il 3 %. Mantenendo fisso lo zero dentro due o tre mm., non si aveva una variazione sensibile.

La sensibilità elettrodinamometrica di ognuna delle due parti era ridotta a circa $5 \cdot 10^{-6}$.

Giova avvertire che poco si era curato di ottenere l'ortogonalità fra i due fascetti di ferro.

Ottimi risultati ottenni ancora con altri metodi.

Supponiamo di tornare allo schema della fig. 3ª con l'elettrodinamometro semplice nella diagonale.

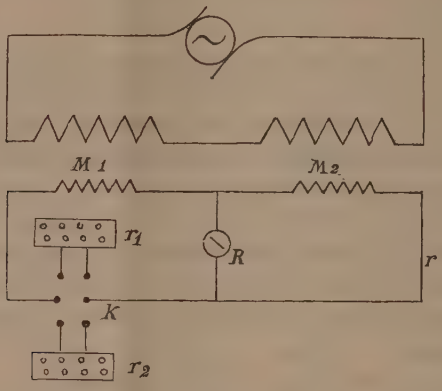


Fig. 3.

È chiaro che si avrà una stessa deviazione dell'istrumento per due valori della resistenza nel ramo dove vi ha la forza elettromotrice maggiore, il che corrisponde al caso di due deviazioni uguali o di segno contrario per le correnti continue. A e B sono i due primarî: A col secondario fisso, cioè il coefficiente campione, B col secondario mobile, cioè il coefficiente variabile secondo quanto si è detto precedentemente: K è un commutatore a 6 vie che serve ad includere rapidamente nel ramo di M_2 la resistenza r_1 o la r_2 che si fanno variare in modo, che l'inclusione dell'una o dell'altra nel circuito non dia una differenza di deviazione apprezzabile nell'elettrodinamometro. Allora è

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{r\,(R + r)\,(r_1 + r_2) + 2\,R\,r^2}{2\,r_1\,r_2\,(R + r) + R r\,(r_1 + r_2)}.$$

Manovrando il commutatore abbastanza rapidamente non si dà all'elettrodinamometro il tempo di tornare verso lo zero e la misura si eseguisce con grande speditezza. Si suppongono nulli tutti i coefficienti di autoinduzione, il che è quasi sempre lecito.

Questo metodo per sensibilità e precisione di risultati mi ha dato risultati veramente notevoli. Ho operato per diverse deviazioni dell'elettrodinamometro essendo il cannocchiale a 2,5 m. di distanza dallo specchio, e riporto alcuni numeri per dimostrare i risultati a cui sono giunto.

Era R = 11,9 = resistenza dell'elettrodinamometro:

$\frac{M_1}{M_2}$	r_1	r_2	r	$\frac{M_1}{M_2}$	r_1	r_2	r
0,01569	∞	809,9	25,55	0,04753	1912	309,0	25,55
0,01571	7100	914,9	25,55	4753	1591	320,9	»
				4734	1262	341,0	»
0,02586	∞	489,9	25,55	4736	6968,3	373,0	»
2577	7383	527,9	»				
2582	4742	547,9	»	0,2873	2512.9	460,6	225,6
2590	2949	589,9	»	0.2869	2100	480,4	»
				0,2865	1789,6	502,9	»
				0,2870	1544,3	525,9	»
0,6063	540,2	276,9	225,6				
0,6061	741,9	326,1	275,6	0,8444	481,9	245,4	275,6
0,6071	704,1	333,4	275,6	0,8446	454,6	252,4	»
				0,8441	421,1	265.9	»
0,9114	623,0	306.4	375,6				
0,9112	595,6	313,9	»				
0,9122	566,4	322,4	»				

Il valore di M_2 era 0,00112 henry con una resistenza di 24,9 ohm.

Ogni valore del rapporto $\frac{M_1}{M_2}$ era ottenuto con diverse deviazioni nell'istrumento che variavano de pochi centimetri a tutta la lunghezza della scala (60 cm.). Si vede dai numeri precedenti come sarebbe difficile pretendere da altri metodi dei risultati migliori, se si pensa che col galvanometro balistico, di cui ho dato più sopra la sensibilità veramente eccezionale, si sarebbe ottenuta appena la stessa sensibilità e con precauzioni ben diverse. Unico difetto di questo metodo è quello di richiedere un calcolo laborioso, ma esso può essere facilmente eliminato semplificando la disposizione dei circuiti. Basta che il commutatore a 6 vie metta in comunicazione coll'elettrodinamometro ora l'uno ora l'altro dei due secondarî in serie ciascuno ad una cassetta di resistenza. Si fa variare il valore delle due resistenze, finchè l'inserzione dell'uno o dell'altro dei due secondarî, sia la stessa deviazione nell'istrumento, in tal caso è $\frac{M_1}{M_2} = \frac{R_1}{R_2}$.

Non ho potuto eseguire misure più numerose ed accurate con questo metodo come coll'elettrodinamometro differenziale per i guasti avvenuti.

Però in questi ultimi due metodi è necessario avere una certa costanza nella frequenza della corrente alternata, almeno nel breve tempo che dura una misura.

Essa può essere ottenuta al solo patto di adoperare la corrente di città quando non sia prodotta da motori a vapore, oppure facendo muovere un alternatore da un motore elettrico azionato da accumulatori ed eccitato in de-

rivazione. Sarebbe illusorio tentare gli ultimi metodi con corrente alternata poco costante, mentre in tal caso è lecito usare l'elettrodinamometro differenziale.

Si può dunque concludere:

L'elettrodinamometro (quando la corrente alternata possa essere adoperata) per quel che riguarda sensibilità e precisione di misure, può essere non solo sostituito ma in molti casi preferito al galvanometro balistico.

L'elettrodinamometro differenziale ed il metodo ultimo possono dirsi equivalenti: solo essi devono essere utilizzati in condizioni diverse, a seconda della corrente alternata di cui si dispone.

Se si ha una corrente alternata sufficientemente costante è preferibile il 2° metodo, perchè più semplice, non dovendo determinare alcuna costante dell'istrumento. Quando invece la corrente soddisfa meno bene a questa condizione, diventa illusoria la praticità del 2° metodo, ed è preferibile l'elettrodinamometro differenziale, curando o che lo zero rimanga stabile o campionando l'istrumento per diverse posizioni dello zero.

Fisiologia. — *Sulla decomposizione di sostanze albuminoidi nell'uomo sottoposto a forti strapazzi* [1]. Nota del dott. C. Jackson, presentata dal Socio straniero Kronecker.

Kronecker nel suo lavoro sulla fatica (1871) aveva dimostrato che rane illese delle quali i gastroenemi erano caricati di 20 gr. ed irritati fino all'esaurimento ogni giorno, divengono dopo due o tre giorni incapaci di ristabilirsi e muoiono: le fibre muscolari apparivano degenerate. Angelo Mosso (Seduta reale dell'Accademia dei Lincei, 29 maggio 1887) ha fatto conoscere un veleno nel sangue di cani esauriti per fatica. Gli alpinisti sanno bene che dopo ascensioni molto faticose emettono anche per due o tre giorni urina di color d'arancio con sedimenti, malgrado che abbiano con molte bibite ricostituita l'acqua evaporata col sudore. Molti viaggiatori più deboli si accorgono di uno stato febbrile. Le guide avvezze a grande fatiche, lavorando non soffrono e la loro urina non apparisce modificata.

La guida Reichen faceva da Kandersteg l'ascensione del Doldenhorn (3647 m.) nell'intervallo di 8 ore con due fratelli di 14 (Federigo Zurbuchen) e 13 anni (Massimo).

Furono misurate le quantità di nitrogeno nei saggi delle urine raccolte prima e dopo l'ascensione.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto fisiologico di Berna.

Risultavano i seguenti dati:

Nitrogeno per cento

	Prima dell'ascensione	Dopo l'ascensione
Guida	1,322	1,381
Federigo	0,76	1,097
Massimo	0,774	1,222

Questo risultato interessante fa vedere che l'eliminazione del nitrogeno s'aumenta colla fatica. Ma fu insufficiente perchè non si misurò la concentrazione dei liquidi.

Perciò il sig. Jackson approfittava dell'occasione di una traversata della piccola Scheideck (2000 m.) che facemmo nei primi giorni del gennaio da Grindelwald a Lauterbrunnen (Cantone di Berna). Il tempo freddo impediva di sudare.

Eravamo 5 persone: Portatore di circa 35 anni (P), un uomo di 62 anni (K. s), due uomini di circa 32 anni (C) e 26 anni (F), un giovane di 17 anni (K. j.).

Le urine emesse subito dopo l'arrivo in Lauterbrunnen furono paragonate colle urine lasciate in pieno riposo.

La seguente tavola fa conoscere la composizione *percentuale* dei saggi d'urina (N).

	Peso specifico		Nitrogeno totale		Nitrogeno in Urea + Ammionaca		Proporzione del $\frac{\text{Nin U}}{\text{N totale}}$	
	Riposo	Lavoro	Riposo	Lavoro	Riposo	Lavoro	Riposo	Lavoro
P.	1024	1023	0,78	1,28	0,65	0.99	0,83	0,77
F.	1023	1028	1,41	1,65	1,13	0,92	0,80	0,56
C.	1024	1024	1,14	1,79	0,94	1,18	0,82	0,66
K.s.	1021	1026	1,43	1,65	1,27	0,69	0,88	0,42
K.j.	1023	1030	1,51	2,11	1,32	1,82	0,87	0,86

Si vede che il peso specifico dell'urina di 4 persone è punto o poco aumentato; soltanto il giovane emise dell'urina concentrata, dopo il viaggio.

Tutti producevano più nitrogeno dopo il lavoro.

Ma questo poteva dipendere dalla maggior quantità di cibi presi. Il portatore e il giovane mangiavano molto; il vecchio non aveva appetito e mangiava quasi niente durante il viaggio. Si sa, che la più gran parte del nitrogeno dei cibi viene eliminato sotto forma di Urea. Colla nutrizione cresce la quantità dell'Urea. Voit, Fick ad altri dimostrarono che il lavoro non aumenta l'Urea. Nella nostra tavola si vede che il portatore ed il giovane, che avevano mangiato molto durante il cammino, davano maggior quantità di Urea dopo la corsa che negli altri giorni. K.s. quasi digiuno ne elimina poco più della metà; gli altri compagni di mediocre appetito, poco più o meno dell'ordinario.

Ma le ultime due colonne fanno riconoscere l'influenza dello strapazzo: la proporzione del nitrogeno nell'Urea rispetto al nitrogeno eliminato in altre combinazioni è diminuita pel lavoro. Soltanto il giovane conserva l'urina non modificata. Il vecchio presenta una diminuzione fino alla metà.

Bisognerà continuare queste ricerche, ma già apparisce probabile l'ipotesi che *lo strapazzo è uno stato patologico nel quale le materie eliminate dal corpo non sono soltanto aumentate ma cambiate, in maniera che si riconosce una dissoluzione di tessuti, probabilmente muscolari.*

Per l'esercizio, lo stesso lavoro diviene possibile senza distruzione dei muscoli.

Fisiologia. — *La funzione del nervo glossofaringeo nella ruminazione* [1]. Nota del sig. Emilio Krueger, presentata dal Socio straniero Kronecker.

Suetonio racconta dell'imperatore Claudio che dopo pranzi lussuriosi si procurava il vomito irritando con una penna la mucosa della faringe. Lo stesso fanno col dito gli studenti tedeschi, quando hanno riempito di birra lo stomaco. Ma non esiste ancora una spiegazione del fatto ben conosciuto.

S. Meltzer ha dimostrato che il nervo glossofaringeo serve come nervo inibitore del movimento di deglutizione. Così egli rende possibile il vomito sopprimendo le resistenze dell'esofago.

Wassilieff ha osservato che un uomo quando appoggia il manico di un cucchiaio alla sua faringe non può più deglutire.

E. Krüger considerando la ruminazione come atto analogo al vomito, studiava la funzione del nervo glossofaringeo nelle pecore.

Irritando il nervo glossofaringeo nelle teste di pecore macellate, vedemmo, d'accordo con molti osservatori, che possiede fibre motrici pel « m. constrictor medius pharyngis » e pel « m. stylopharyngeus ». Ma le contrazioni di questi muscoli sono passeggere, anche se si tetanizza il nervo, mentre pel nervo pneumogastrico tetanizzato tutta la faringe e l'esofago restano tanto tempo contratti quanto dura l'irritazione.

Buona parte delle fibre del glossofaringeo penetra fino alla mucosa della faringe. Per queste fibre, influenze inibitrici si portano al centro nervoso della deglutizione nel midollo allungato.

Osservammo anche, irritando il ramo faringeo, segni di leggero dolore nelle pecore.

Poscia esaminammo i disturbi della ruminazione dopochè erano tagliati i nervi glossofaringei di una pecora. L'animale subito dopo l'operazione è in

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto fisiologico di Berna.

buono stato, mangia erbe, ma non rumina. Osservando attentamente l'animale, non lo si vide ruminare che all'ottavo giorno. Ma l'atto era penoso per l'animale, che riusciva soltanto dopo ripetuti sforzi dei muscoli addominali, a respingere il boccone nella bocca. Qualche volta il boccone si fermò nell'esofago e fu poi inghiottito giù nel rumine. Atto simile al rutto, al quale Meltzer vedeva succedere una peristalsi del suo esofago. Nella seconda settimana la pecora aveva imparato a ruminare con minor pena, ma l'atto risultava più difficile che nelle pecore normali.

Ad una seconda pecora fu tagliato soltanto il nervo glossofaringeo sinistro. Alla sera del secondo giorno dopo l'operazione, si vedeva l'animale ruminare con qualche sforzo, ma trascorsi due giorni la ruminazione appariva normale.

Il gusto per materie dolci, agre e salate restava intatto anche nella pecora senza nervi glossofaringei, ma per le sostanze amare (china, aloë) mostravasi indifferente l'animale senza nervi glossofaringei, e poco sensibile la pecora con un nervo.

Così possiamo conchiudere che il nervo glossofaringeo irritato dall'animale ruminante, fa cessare per un momento il tono della cardia, mentre i muscoli dell'addome premono il rumine.

Oltre ciò il glossofaringeo serve come nervo del gusto amaro.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 3 novembre 1901.

P. Blaserna, Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Astronomia. — *Osservazioni di pianetini recentemente scoperti.* Nota del Corrispondente E. Millosevich.

L'ultima mia Nota, che ebbi l'onore di presentare all'Accademia, a proposito di mie osservazioni su nuovi pianetini, scoperti colla fotografia, si arrestava al pianetino FX 1900. Dei numerosi pianetini ritrovati in quest'ultimo anno, potei osservare soltanto i seguenti:

GH 1901 (449) gr. 11.0

1901 marzo 17 $9^h8^m14^s$ R.C.R.
» α apparente (449) $12^h35^m51^s.06$ ($9^n.568$)
» δ » (449) + 2° 7′ 32″.7 (0. 759)
1901 marzo 28 $8^h56^m18^s$ R.C.R.
» α apparente (449) $12^h26^m16^s.67$ ($9^n.508$)
» δ » (449) + 3° 7′ 40″.0 (0. 750)

Il pianeta GH 1901 venne riconosciuto identico al pianeta (449) Hamburga.

GP 1901 (11.6) (12.0)

Il pianeta fu scoperto colla fotografia da Carnera ad Heidelberg l'11 luglio.

						α apparente	δ apparente
1901	luglio	18	$11^h24^m30^s$	R.C.R.		$19^h46^m48^s.09$ ($8^n.877$);	— 15°57′45″.2 (0.869)
»	»	22	10 53 13	»		19 43 5. 83 ($8^n.960$);	— 16 30 27. 0 (0.871)
»	»	25	10 42 47	»		19 40 20. 02 ($8^n.959$);	— 16 55 16. 8 (0.873)
»	agosto	5	10 6 39	»		19 30 51. 43 ($8^n.769$);	— 18 25 34. 9 (0.884)
»	»	9	10 30 37	»		19 27 49 18 (8.436);	— 18 57 28. 8 (0.884)
»	»	14	12 51 48	»		19 24 26. 26 (9.513);	— 19 36 17. 7 (0.850)
»	sett.	2	9 19 4	»		19 17 38. 30 (8.978);	— 21 39 32. 0 (0.892)
»	»	9	8 35 10	»		19 17 38. 25 (8.792);	— 22 17 23. 0 (0.896)

GQ 1901 (11.0)

Il pianeta fu scoperto colla fotografia da Carnera ad Heidelberg il 17 agosto.

					α apparente	δ apparente
1901	agosto	21	$10^h\ 4^m45^s$	R.C.R.	$20^h37^m42^s.19$ ($8^n.826$)	$+ 6°21'48''.3$ (0.707)

GV 1901 (11.0) (10.8)

Il pianeta fu scoperto da Villiger a Monaco l'11 ottobre scorso.

						α apparente	δ apparente
1901	ottobre	12	$10^h38^m22^s$	R.C.R.	$1^h57^m46^s.97$	($9^n.328$);	$— 0°35'52''.7$ (0.771)
»	»	16	9 38 54	»	1 54 55. 34	($9^n.443$);	— 0 58 4. 1 (0.773)
»	»	20	9 0 46	»	1 51 58. 05	($9^n.484$);	— 1 19 19. 0 (0.775)
»	»	23	8 53 11	»	1 49 42. 98	($9^n.471$);	— 1 34 20. 4 (0.774)

Dopo il plenilunio venne ritrovato ieri sera e osservato come segue:

1901 novembre 2 $6^h43^m0^s$ R.C.R. α apparente $1^h42^m25^s.4$
δ » $— 2°16'.4$

La posizione è soltanto approssimata, necessitando un luogo rigoroso della stella di riferimento.

Fisiopatologia. — *Intorno alla Fisiopatologia dell'Embrione di Pollo.* Memoria del Corrispondente A. MAFFUCCI.

Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle Memorie.

Meccanica. — *Su alcuni problemi d'equilibrio elastico.* Nota del dott. O. TEDONE, presentata dal Socio VOLTERRA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Intorno ad un metodo per determinare o per eliminare la costante psicrometrica, e ad un psicrometro assoluto con tre termometri.* Nota di G. Guglielmo, presentata dal Socio Blaserna.

La nota formula che dà la tensione del vapor acqueo nell'aria, quando si conosca la differenza di temperatura di due termometri contigui, esposti all'aria libera, uno col bulbo nudo e asciutto, l'altro col bulbo avviluppato di garza e bagnato con acqua, contiene una costante il cui valore non è punto costante ma varia notevolmente, a seconda delle condizioni in cui si trovano i due termometri, e quindi se nell'applicare tale formula non si fa uso di quel valore della costante che appunto corrisponde alle condizioni suddette, si possono ottenere per la tensione cercata valori notevolmente erronei.

Il valore trovato da August supponendo che sempre nuovi strati d'aria giungano a contatto col termometro bagnato, e che il calore da essi perduto nel raffreddarsi fino alla temperatura di questo sia uguale al calore assorbito nell'evaporazione dell'acqua destinata alla loro saturazione, senza tener conto della diffusione del vapore (indipendente dall'accennato fenomeno di convezione) nè del calore che il termometro riceve per irradiazione, non si discosta moltissimo dal valore esatto ma tuttavia, come fu ripetutamente dimostrato, non si può in nessun caso adottare senza incorrere in errori grandissimi.

Il valore trovato da Maxwell e da Stefan per il caso d'un'atmosfera quieta e illimitata, deducendolo dal coefficiente di diffusione del vapore nell'aria, può dare valori abbastanza esatti della tensione cercata qualora si verifichino le condizioni suddette, ciò che in pratica avviene ben raramente. Nè il locale ove conviene fare le determinazioni può assimilarsi a un'atmosfera illimitata, nè l'aria è, se non raramente, affatto quieta; nel caso, specialmente, dei psicrometri a ventilatore o ad aspirazione, tali ipotesi non si verificano neppure lontanamente.

Di solito si determina il valore di essa costante eseguendo contemporaneamente e nello stesso locale due determinazioni, una col psicrometro che dà la differenza di temperatura dei due termometri, l'altra con un igrometro, p. es. a condensazione, il quale dà il valore corrispondente della tensione di vapore. Tuttavia anche il valore così ottenuto della costante cessa di essere esatto quando variino le condizioni in cui si trova lo psicrometro, cioè la forma e le dimensioni del locale nel quale esso è collocato, e il movimento dell'aria. Nello psicrometro con ventilatore, quest'ultimo può attenuare ma non eliminare completamente e con sicurezza le suddette cause di variazione.

Mi pare dunque che possa riuscir utile il metodo seguente che permette col solo psicrometro, senza nessun altro igrometro, sia di determinare il valore della costante suddetta in ciascuna delle varie condizioni in cui può trovarsi lo psicrometro, e di assicurarsi così dei limiti della sua costanza, sia di eliminare affatto questa costante ed ottenere indipendentemente da essa e senza che le sue variazioni possano influire, il valore esatto della tensione cercata.

Si possono ottenere questi risultati eseguendo, sia dopo la determinazione solita col termometro bagnato con acqua, sia contemporaneamente ad essa, ma facendo uso d'un terzo termometro, una determinazione con un termometro bagnato con una soluzione acquosa avente una nota tensione di vapore. Secondo la formula dello psicrometro, la differenza di temperatura dei termometri asciutto e bagnato è proporzionale alla differenza della tensione di vapore del liquido che bagna il termometro e della tensione dello stesso vapore nell'aria. Se quindi f' ed f'' sono le tensioni di vapore dell'acqua pura e della soluzione alle temperature t' e t'' indicate dai rispettivi termometri, x e t sono la tensione del vapore nell'aria e la temperatura del termometro asciutto, ed A la costante psicrometrica, supponendo costante la pressione atmosferica si ha:

(1) $$f' - x = A\,(t - t')$$

(2) $$f'' - x = A\,(t - t'')$$

donde si ricava:

(3) $$A = \frac{f' - f''}{t'' - t'}$$

(4) $$x = f' - \frac{t - t'}{t'' - t'}\,(f' - f'')$$

(5) $$x = f'' - \frac{t - t''}{t'' - t'}\,(f' - f'')$$

Se le due determinazioni necessarie per calcolare A ed x sono eseguite successivamente, può avvenire spessissimo che nell'intervallo, per quanto breve, fra le due determinazioni, il valore d'x cambi ed allora le due equazioni (1) e (2) avendo una diversa x non sono rigorosamente paragonabili e quindi i valori di A e di x che se ne ricavano non sono esatti.

Si può evitare questa causa d'inesattezza eseguendo la seconda determinazione con i due termometri entrambi bagnati, uno però con acqua pura, l'altro colla soluzione. I valori di t' e t'' che così si ottengono sono rigorosamente paragonabili perchè ottenuti contemporaneamente e introdotti nella (3) dove non comparisce il valore di t, che nella seconda determinazione noi non potevamo osservare, avremo il valore esatto di A. Siccome A è almeno approssimativamente una costante, si può ammettere con tutta sicurezza che essa non abbia variato nel breve intervallo fra la prima e la seconda determina-

zione, e sostituendolo nella (1) o nella (4) avremo il valore esatto che aveva x durante la prima determinazione.

Certamente però sarebbe preferibile l'uso di tre termometri, uno asciutto, uno bagnato con acqua, ed il terzo bagnato colla soluzione, ciò che permetterebbe di eseguire simultaneamente le due determinazioni senza cambiare l'uso a cui è destinato il termometro asciutto.

Può avvenire, se la soluzione è molto concentrata o l'aria molto umida, che la tensione di vapore della soluzione sia minore di quella del vapore nell'aria; questo allora si condenserà sul termometro bagnato colla soluzione e lo riscalderà, la diffusione del vapore si farà verso la soluzione, ma le formule precedenti rimarranno ancora applicabili, solo $f'' - x$ e $t - t''$ avranno entrambi cambiato segno. Può avvenire altresì che la tensione di vapore della soluzione sia uguale a quella del vapore nell'aria; allora sul termometro bagnato colla soluzione non avverrà nè evaporazione, nè condensazione, la sua temperatura rimarrà uguale a quella del termometro asciutto, e la formula (2) conforme all'ipotesi darà $x = f''$. Questo caso, come risulterà ancor meglio in seguito, è il più favorevole e il più sicuro, ed è quello al quale converrà, per quanto è possibile, avvicinarsi.

Nell'eseguire queste determinazioni bisogna tuttavia tener conto di due circostanze che trascurate potrebbero talvolta dar luogo ad errori notevoli. Una si è che per effetto dell'evaporazione del liquido o condensazione del vapore sulla soluzione, essa si altera specialmente alla superficie, lentamente ma progressivamente, concentrandosi se vi ha evaporazione, diluendosi nel caso contrario, e quindi la temperatura del termometro che ne è bagnato, nel primo caso salisce, nel secondo scende avvicinandosi in ogni caso alla temperatura del termometro asciutto, o bagnato colla soluzione che non emette nè assorbisce vapore. È evidente che l'errore derivante da questa causa decresce quando decresce l'evaporazione o la condensazione, s'annulla con esse ed è facile vedere con un diretto ragionamento o applicando le formule che esso, tanto per A che per x, ha un segno diverso a seconda che avviene evaporazione o condensazione.

Risultano da ciò due modi per evitare o per correggere questo errore. Uno consiste nell'uso di una soluzione la cui tensione di vapore sia per quanto è possibile vicina alla tensione di vapore nell'aria che possiamo almeno approssimativamente dedurre o dalla prima determinazione con acqua pura o dalle indicazioni d'un igroscopio, p. es. l'igrografo degli Osservatorî. L'altro mezzo consiste nell'eseguire due determinazioni oltre quella con l'acqua: una con un termometro bagnato con soluzione avente una tensione di vapore maggiore di quella nell'aria, e l'altra col termometro bagnato con una soluzione avente la tensione di vapore minore d'altrettanto di quella nell'aria. In tal modo i due valori che si ottengono sia per A che per x hanno errori di segno contrario e all'incirca uguali, e si distruggono nel prendere la media. Conviene notare che una sola determinazione coi due termometri bagnati colle due

soluzioni suddette non gioverebbe, poichè i singoli errori anzichè distruggersi si sommerebbero.

Due altri modi supplementari per correggere l'errore suddetto consistono, l'uno nell'osservare a intervalli noti la temperatura del termometro bagnato colla soluzione, dedurne la variazione per minuto e servirsi di questa per calcolare la temperatura iniziale della soluzione, quando essa era ancora inalterata; l'altro consiste nel rinnovare lentamente la superficie della soluzione, facendola colare lungo la garza che avvolge il bulbo del termometro. Ho sperimentato l'utilità e l'efficacia del primo di questi metodi supplementari, non quelle del secondo; occorrerebbe che la soluzione scorresse con tale rapidità da non alterarsi sensibilmente nel tempo che essa impiega a percorrere la lunghezza del bulbo, ma occorrerebbe anche che le quantità di calore che essa cede o acquista nel prender la temperatura del bulbo non facessero variare sensibilmente quest'ultima; ignoro fino a qual punto le due condizioni sono compatibili.

L'altra circostanza di cui bisogna tener conto nell'applicare la formula della psicrometro a termometri bagnati con soluzioni, si è che il calore latente o di evaporazione dell'acqua il quale trovasi al denominatore del valore teorico della costante A, è certamente diverso per l'acqua e per le soluzioni saline e specialmente per le soluzioni d'acido solforico che svolgono notevoli quantità di calore per effetto della diluizione, e quindi le assorbiscono nella concentrazione causata dalla evaporazione. Per poter applicare ad esse con esattezza la formula psicrometrica, bisognerebbe aggiungere alla costante A come fattore il calore latente dell'acqua e come divisore quello delle soluzioni di acido solforico, cioè il calore latente d'evaporazione accresciuto di quello di concentrazione.

Tuttavia pare probabile che esistano soluzioni nell'acqua di uno o più corpi per le quali il calore latente di evaporazione sia uguale o pochissimo diverso da quello dell'acqua. Siccome però tale non è il caso delle soluzioni di acido solforico, credo utile dimostrare che il trascurare la diversità dei calori latenti produce nei valori di A e di x errori di segno diverso a seconda che la soluzione emette o assorbisce vapore, i quali s'annullano se non si produce nè emissione nè assorbimento di vapore. La formula (2) che vale per il termometro bagnato con soluzione può scriversi tenendo conto del diverso calor latente di evaporazione:

$$(2') \qquad f'' - x = A\,(1-\lambda)\,(t-t'') = A\,(t-t'') - A\,\lambda\,(t-t'')$$

dove λ è una quantità minore di 1, positiva per le soluzioni di acido solforico. La (3) e la (4) ottenute per combinazione colla (1) divengono allora:

$$(3') \qquad A = \frac{f' - f''}{(t'' - t') + \lambda\,(t - t'')},$$

$$x = f' - \frac{(f' - f'')\,(t - t')}{(t'' - t') + \lambda\,(t - t'')}.$$

Il termine $\lambda (t - t'')$ cambia segno secondo che $t > t''$ e che la soluzione s' evapora o che $t < t''$ e la soluzione assorbisce vapore. Quindi trascurando questo termine si commette un errore di segno diverso nei due casi ed un errore nullo per $t = t''$.

Dunque anche il possibile errore derivante dal diverso calor latente, ed anche colle soluzioni di acido solforico, viene evitato completamente se la soluzione non assorbisce nè emette vapore, è piccolo se l' evaporazione o l' assorbimento sono piccoli, ed è di segno diverso secondo che vi ha evaporazione o assorbimento; quindi facendo due determinazioni con due soluzioni aventi tensioni di vapore poco ed egualmente differenti in più e in meno da quella nell'aria, non solo gli errori provenienti dalla alterazione della soluzione, ma altresì quelli derivanti dalla trascurata diversità del calore di evaporazione, sono piccoli e di segno contrario e si annullano nel far le medie dei singoli valori.

Essendo chiuso da molto l'anno scolastico ed essendo io inoltre occupato a condurre a termine altri studî, non m' era possibile incominciarne uno nuovo sperimentale completo sul presente argomento, che avrebbe richiesto determinazioni delle tensioni di vapore, del calore di evaporazione e del calore specifico di molte soluzioni. Perciò feci solo qualche prova con soluzioni di acido solforico, di cui sono ben note le tensioni di vapore e di cui sono altresì noti i calori di diluizione per le esperienze di Pfanndler, di cui però non potei aver conoscenza.

Dopo alcuni tentativi con soluzioni prese a caso, di nota densità, per le quali però riusciva troppo inesatta la ricerca per interpolazione del valore della tensione alle diverse temperature, preparai quattro soluzioni che avevano a 26° rispettivamente le densità 1,240, 1,280, 1,333, 1,412 e che corrispondevano abbastanza esattamente ad alcune di quelle studiate da Regnault. Pur troppo non avendo acido solforico puro, dovetti usare di quello del commercio che conteneva del solfato di piombo; le densità vennero determinate colla bilancia di Mohr trascurando la dilatazione del vetro, poichè date anche le condizioni in cui eseguivo le esperienze, tale precisione mi parve sufficiente.

Lo psicrometro a ventilatore di cui feci uso era quello dell'Osservatorio meteorico, lasciato al suo posto nel balcone meteorico. Osservavo i termometri con un cannocchiale da lettura attraverso i vetri della finestra che separa il balcone dall' interno. I due termometri erano divisi in quinti di grado, e quello bagnato aveva una divisione nitidissima che lasciava apprezzare con sicurezza i centesimi di grado, mentre quello asciutto aveva tratti grossissimi a orli ondulati, tracciati evidentememte a mano e da mano inesperta. Essi vennero nuovamente confrontati fra loro e con un termometro campione.

Eseguii una sola serie di determinazioni nel modo seguente. Bagnai il termometro a ciò destinato con acqua, misi in moto il ventilatore, chiusi la finestra e andai ad osservare i termometri, prendendo nota di minuto in minuto

della loro temperatura, trascurando talora le prime letture. Dopo fermatosi il ventilatore, tolsi dal termometro bagnato la garza che ne avviluppava il bulbo, lo asciugai, lo avvolsi strettamente con due giri di carta da filtro mantenuta a posto da un anelletto di gomma, feci immergere questo bulbo nella soluzione più concentrata, misi in moto il ventilatore, chiusi la finestra, e così di seguito ripetei l'operazione per le quattro soluzioni in ordine di densità decrescente e poi di nuovo coll'acqua. Ecco i risultati corretti dalle varie osservazioni.

XII e 20′	Bagno il termometro con acqua			
21′	Term. bagnato	19°,54	Term. asciutto	27°,6
22′		18 ,38		
23′		18 ,24		27 ,4
26′		18 ,34		
28′		18 ,52		27 ,4
Valori medî		18°,37		27°,4

La tensione di vapore dell'acqua sul termometro bagnato a 18°,37 risulta dalle tavole 15,72 mm., la differenza fra i due termometri era di 9°,02 e la tensione di vapore nell'aria risulta dalle tavole dell'Osservatorio 10,24 mm.

XII e 34′	Bagno il termometro con soluzione di acido solforico di densità 1,412.			
36′	Term. bagnato	28°,34	Term. asciutto	27°,80
37′		29 ,54		
38′		29 ,36		
39′		29 ,14		
40′		28 ,84		
41′		28 ,84		
42′		28 ,59		27 ,70
Valori medî corretti		30°,11		27°,75

La temperatura del termometro bagnato era più elevata di quella del termometro asciutto, segno che sul primo avveniva condensazione di vapore, e questa andava decrescendo lentamente per effetto del diluirsi della soluzione. La variazione media per minuto fu di 0°,19 ed ammettendo che essa si producesse anche nei 3 minuti fra l'immersione del termometro e l'osservazione a 37′, se ne deduce che la temperatura iniziale calcolata del termometro bagnato fu di 30°,11 mentre quella media del termometro asciutto fu di 27,75. La differenza di temperatura dei due termometri risulta dunque di — 2,36, la tensione di vapore della soluzione a 30°,11 risulta dalle tavole di Regnault di 10,76 mm.

Per le ragioni sopra addotte non posso garantire che le soluzioni da me usate fossero identiche con quelle di Regnault, sebbene non mi paia che possa esistere una grande differenza. Se questa si suppone trascurabile e si

ammette quindi che la tensione di vapore della soluzione fosse realmente di 10,76 mm., ne risulterebbe che il valore trovato precedentemente nel modo solito per la tensione del vapore nell'aria, di 10,24 mm. è certamente molto inesatto perchè in tal caso la soluzione avrebbe dovuto emettere e non già assorbire vapore. È da notare che allo stesso risultato conduce anche la determinazione seguente eseguita con un altra soluzione.

XII e 46′ . Bagno il termometro con soluzione di acido solforico di densità 1,333.

48′	Term. bagnato	26°,54	
49′		26 ,47	Term. asciutto 28°,00
51′		26 ,84	
52′		26 ,96	
53′		26 ,98	
54′		27 ,06	
55′		27 ,00	
56′		27 ,06	28 ,50
Valori iniziali calcolati		26°,22	27°,80

Il termometro bagnato indicava una temperatura inferiore a quella del termometro asciutto, ed emetteva quindi vapore; la sua temperatura andava lentamente crescendo e la variazione media per minuto fu di 0°,084, poco diversa da quella del termometro asciutto che è dovuta unicamente alle variazioni della temperatura ambiente. Se ne deduce per la temperatura iniziale del termometro bagnato 26°,22 e per quella del termometro asciutto 27,80. La differenza è di + 1°,58 mentre la tensione di vapore della soluzione a 26°,22 risulta dalle tavole suddette di 12,45 mm.

Queste due ultime determinazioni, secondo ciò che fu esposto, sono sufficienti e sono anche le più adatte, quando siano combinate colla 1ª, per il calcolo della costante e della tensione del vapore nell'aria, anzi nel fatto una sola di esse sarebbe sufficiente. Credo tuttavia utile di riferire anche le osservazioni eseguite colle altre due soluzioni meno concentrate, sebbene io non abbia potuto calcolarle per la mancanza dei dati sul calore latente di evaporazione, e sebbene inoltre esse siano meno adatte al calcolo suddetto e presentino anche qualche anomalia.

XIII e 1′ Bagno il solito termometro con soluzione di acido solforico di densità 1,280.

3′	Term. bagnato	24°,74	
4′		24 ,71	Term. asciutto 28°,30
5′		24 ,56	
6′		24 ,64	
7′		24 ,94	27 ,96
8′		24 ,78	
9′		25 ,04	28 ,10
10′		25 ,34	
11′		25 ,56	28 ,30
Valori iniziali		23°,96	28°,30

La temperatura del termometro bagnato fu inferiore a quella del termometro asciutto, più che nel caso precedente, ed anche la variazione media per minuto di 0°,15 dovuta alla nota causa fu maggiore. Se ne deduce per la temperatura iniziale 23°,96, per quello del termometro asciutto ho assunto 28,30 quindi la differenza è 4°,34 mentre la tensione del vapore della soluzione a 23°,96 risulta dalle tavole di 13,74 mm.

5ª Determinazione.

XIII e 17′	Bagno il termometro colla soluzione di acido solforico di densità 1,240.			
19′	Term. bagnato	23°,94		
20′		23 ,87	Term. asciutto	27°,84
21′		23 ,94		
22′		24 ,16		
23′		24 ,34		27 ,78
24′		24 ,14		
25′		23 ,94		
26′		24 ,04		
27′		24 ,04		27 ,80
Valori iniziali calcolati		23°,68		27°,81

La temperatura del termometro bagnato risulta sempre inferiore a quella del termometro asciutto, la variazione per minuto 0°,046 però risulta minore che non nel caso precedente, ciò che potrebbe dipendere dal fatto che la variazione della concentrazione per una data perdita d'acqua diminuisce colla diluizione, e diventa nulla se questa è infinita. La temperatura iniziale del termometro bagnato risulterebbe di 23°,68, la differenza fra i due termometri 4°,13 e la tensione del vapore della soluzione a 23°,68 secondo le tavole suddette 15,64 mm. Questa determinazione, forse per una improvvisa variazione dell'umidità dell'aria, non va d'accordo colla precedente, poichè mentre la tensione di vapore della soluzione è aumentata, la differenza fra i due termometri, che dovrebbe essere indizio dell'intensità dell'evaporazione è diminuita. Occorrerebbe tuttavia tener conto della diversità della costante per le due diverse soluzioni.

6ª Determinazione.

XIII e 29′	Bagno il termometro con acqua			
31′	Term. bagnato	19°,76		
32′		19 ,74	Term. asciutto	27°,22
33′		19 ,94		
34′		19 ,98		27°,60
35′		20 ,04		
36′		20 ,14		27 ,72
37′		20 ,04		
Valori medî		19 ,95		27 ,50

Anche in questo caso la temperatura del termometro bagnato cresceva lentamente, non certo per alterazione del liquido che era acqua, ma per aumento dell'umidità dell'aria, e rimane un po' dubbio quale valore convenga scegliere; come media presi 19,95 per il termometro bagnato, 27,50 per l'asciutto. Differenza 7°,52; tensione dell'acqua a 19°,95 = 17,30 mm., tensione del vapore nell'aria secondo le tavole dell'Osservatorio 12,73 mm.

Come apparisce dai risultati le condizioni atmosferiche in cui vennero eseguite, queste determinazioni non furono buone, in breve tempo la tensione di vapore variò di 2,5 mm. ed anche la temperatura ambiente variava non poco; nelle giornate precedenti aveva soffiato un forte vento di maestrale a raffiche e le condizioni mi parvero ancora meno soddisfacenti. Secondo le indicazioni dell'igrografo avrei trovato una grande costanza dell'umidità e della temperatura in alcune ore notturne, ma la disposizione del balcone meteorico, che anche di giorno per la lettura di termometri col cannocchiale richiedeva esercizi di acrobatismo, non permetteva affatto le determinazioni notturne. Finalmente non avevo ancora scorto l'utilità delle determinazioni con entrambi i termometri bagnati, uno con acqua l'altro con soluzione, le quali appunto nel caso di rapide variazioni del valore d'x sarebbero state opportunissime.

Dalle precedenti determinazioni applicando ad esse la formula psicrometrica, e distinguendo con apici i valori di x e di A corrispondenti alle varie determinazioni troviamo:

1ª determinazione	$15,72 - x'$	$=$	A'. 9,03
2ª »	$10,76 - x''$	$=$	$-A''$. 2,36
3ª »	$12,45 - x'''$	$=$	A'''. 1,58
4ª »	$13,74 - x^{IV}$	$=$	A^{IV}. 4,34
5ª »	$15,64 - x^{V}$	$=$	A^{V}. 4,13
6ª »	$17,30 - x^{VI}$	$=$	A'. 7,52
6ª *bis* »	$14,80 - x'$	$=$	A'. 7,52

L'equazione 6 *bis* fu ottenuta supponendo che sebbene i valori di x' e x^{VI} dati dalle tavole psicrometriche possano essere inesatti, la loro differenza possa ritenersi come abbastanza esatta e quindi $x^{VI} = x' + 2,50$ mm.

Trascurando le differenze fra x', x'', ed x''' poichè si riferiscono a determinazioni molto prossime, trascurando altresì le differenze fra A', A'' ed A''' le cui variazioni a causa della piccolezza dell'evaporazione o condensazione hanno poca influenza, come apparisce dai risultati, si trova combinando:

la 1ª e la 2ª equazione	$A = 0,435$	$x' = 11,79$
1ª 3ª	0,439	11,76
Media delle due determinazioni	0,437	11,775
Combinando la 2ª e la 6ª	0,396	11,72
3ª e 6ª	0,409	11,82
Media delle due determinazioni	0,407	11,770

I valori così ottenuti per x' sono molto concordanti e molto differenti da quello 10,24 dato dalle tavole usuali. Si potrebbe credere che tale differenza fosse causata dall'aver trascurato nel calcolo precedente le differenze fra A', A'' ed A''', ma una formula trovata precedentemente dimostra che l'errore che ne risulta è di segno contrario per le due soluzioni delle quali una emette, l'altra assorbisce vapore, quindi i valori corrispondenti di x dovrebbero risultare uno maggiore, l'altro minore di quello dato dalle tavole. Inoltre che questo valore è inesatto dimostrerebbe anche il fatto già accennato che la soluzione più concentrata avente la tensione di vapore 10,76 assorbiva vapore dall'aria avente una tensione del vapore presunta di 10,24 mm.

Del resto è certo che queste poche determinazioni non possono bastare a decidere sulla erroneità di tavole da molto tempo e generalmente in uso; occorrono molte esperienze, ed anche misure dirette della tensione di vapore delle soluzioni, che potranno essere oggetto d'un prossimo studio.

Credo tuttavia che l'utilità e l'efficacia del metodo sia sufficientemente dimostrata, indipendentemente dalla maggiore o minore bontà dei risultati ottenuti con queste poche ed affrettate esperienze.

Fisica. — *Sulla conducibilità elettrica dei vapori di ipoazotide.* Nota di A. Pochettino, presentata dal Socio Blaserna.

Una breve Nota presentata da Le Verrier all'Accademia di Parigi (1). suona testualmente così: « Il sig. O. Hempel costruttore di macchine elettriche ha osservato un fatto notevole di conduttività dei gas. Se, mentre una macchina è in attività e fornisce forti scintille, si pone un vaso contenente dell'acido nitrico e tornitura di rame al di sotto dell'intervallo che separa il conduttore dalla sfera eccitatrice, le scintille cessano completamente e la macchina perde tutta la sua tensione quando i vapori rutilanti si innalzano nello spazio traversato dalla scintilla. La tensione riappare immediatamente allorquando, per il rinnovarsi dell'aria, si è dissipata la nebbia rossa. L'esperienza non riesce che nell'aria secca; nell'aria umida la formazione di acido nitrico impedisce all'aria di riprendere così rapidamente la sua proprietà isolante ».

L'impressione che si riporta nel leggere la nota riferita si è che l'Hempel voglia attribuire all'ipoazotide la proprietà di una conducibilità elettrica molto elevata. Questo fatto sarebbe estremamente interessante perchè sono ben note le proprietà d'isolamento dei gas alla temperatura ordinaria, quando questi non si siano sottoposti a condizioni speciali (radiazioni Röntgen, ultraviolette o Lenard, Becquerel; ovvero presso a scintille, a dei pezzi di fosforo);

(1) Comptes Rendus, LXII, pag. 58, 1866.

e la cosa sarebbe anche più importante per il fatto che la ipoazotide alla temperatura ordinaria si trova già parzialmente dissociata (nel senso ordinario, chimico della parola).

Ora che la conducibilità elettrica dei vapori rossi di ipoazotide non sia molto elevata risulta dalle esperienze di A. De Hemptinne (1). Questi, partendo dall'osservazione fatta poco prima da J. J. Thomson (2) che i gas, i quali portati ad elevata temperatura conducono l'elettricità, si trovano sempre in un certo stato di dissociazione e, volendo d'altra parte evitare la causa perturbatrice che proviene dallo spolverizzamento (3) dei metalli costituenti gli elettrodi, decise di determinare se le sostanze che si dissociano a temperature non tanto elevate, divengano conduttrici quando siano dissociate, ossia se, contemporaneamente alla dissociazione, si abbia la produzione di quegli joni liberi necessarî a dare al gas una certa conducibilità per l'elettricità. Il metodo da lui adoperato consiste essenzialmente in quanto segue: Il gas o vapore da studiare si fa arrivare in un recipiente di vetro ove trovansi due elettrodi ben isolati terminanti in due piattini affacciati, uno in comunicazione con una batteria di pile o accumulatori, l'altro con un elettrometro capillare molto sensibile. Come si eseguisca una misura è senz'altro evidente.

Ebbene, usando questo metodo coll'ipoazotide, non potè constatare conducibilità di sorta, nè riscaldando nè raffreddando, sebbene alla temperatura ordinaria, come si sa, il gas sia già parzialmente dissociato.

Il metodo del Hemptinne è però molto poco sensibile, e per procedere ad un esame più rigoroso delle proprietà conduttrici dell'ipoazotide ricorsi alle misure di dispersione che consentono una sensibilità molto maggiore. Ecco pertanto come operai: In un cilindro vuoto di vetro, chiuso da due tappi di paraffina, si trovano due piattelli metallici alla distanza di circa $^1/_2$ centim. uno dall'altro, uno in comunicazione col suolo, l'altro con un elettrometro Exner di buona tenuta; il gas entra per un tubo ed esce per un altro, ambedue fissati attraverso i tappi di paraffina, dopo avere riempita tutta la boccia così formata. Una misura si conduceva così; si caricava l'elettrometro e il piatto con esso comunicante per 5′ con una pila Zamboni a circa 200 Volt, poi si determinava quanto tempo occorresse perchè la divergenza delle foglie d'alluminio dell'elettrometro, letta su un'apposita scala, diminuisse di una certa quantità a seconda che il riempimento era pieno d'aria o d'ipoazotide. Ecco i risultati delle misure eseguite compendiate nella seguente tabella:

(1) Zeit. für phys. Chemie, 12, pag. 244, 1893.
(2) Phil. Mag. 29. 356. 441, 1890.
(3) Wied. Ann. 32, 289.

Tempo impiegato dalle foglioline per passare da una divergenza di 18 mm. ad una di 15 mm.			Mentre la boccia è piena di:
I serie	II serie	III serie	
30′	31′ 1/2	40′	Aria
33′	35′	35′	Ipoazotide
35′	37′	34′	Aria

Come si vede, nessuna differenza sensibile si nota fra il comportamento dell'aria e quello dell'ipoazotide. Ad ogni modo volli ripetere le esperienze variando la durata delle medesime, ed eccone i risultati:

Tempo impiegato per passare da una divergenza di 18 mm. a una di 5 mm.	Mentre la boccia è piena di:
40′	Aria
42′	Ipoazotide
43′	Aria
Da 18 mm. a 10 mm.	
24′	Ipoazotide
26′ 1/2	Aria
26′ 3/4	Ipoazotide
Da 20 mm. a 8 mm.	
37′	Aria
25′ 1/2	Ipoazotide
35′	Aria

Dunque possiamo concludere che la conducibilità elettrica dell'ipoazotide è precisamente dello stesso ordine di quella dell'aria atmosferica ordinaria.

Volli in appresso studiare il comportamento dell'ipoazotide rispetto alla scarica disruptiva. Ricorsi perciò al metodo escogitato dal Sella (1) per dimostrare l'azione della luce ultravioletta sulla distanza esplosiva. Questo metodo ha il vantaggio che la distanza esplosiva è molto sensibile allo stato del gas, ma assai poco alle cause secondarie, come presenza di altri corpi in vicinanza della scintilla ecc. Le armature interne dei due condensatori di una macchina Whimshurst terminano, come al solito, allo spinterometro della macchina stessa; le armature esterne sono in comunicazione mediante due fili lunghi circa due metri ciascuno con un secondo spinterometro i cui due conduttori sono uniti fra loro mediante una resistenza induttiva formata da poche spire di filo di rame grosso. La distanza fra le palline di questo secondo spinterometro venne mantenuta sempre all'incirca di mm. 2 e si regolava invece la distanza fra le palline dello spinterometro della macchina finchè nel secondo passassero ancora delle scintille, sempre, ma un po' stentatamente, cioè

(1) Nuovo Cimento (4), 1899, **10**, p. 184.

finchè alla più piccola diminuzione della distanza esplosiva del primo spinterometro non scoccassero più scintille nel secondo. Di più, sia per condurre via i vapori di ipoazotide, sia per impedire un'azione fotoelettrica fra le due scintille, il secondo spinterometro veniva posto sotto una cappa di vetro i cui sportelli venivano abbassati in modo che i due tratti di scintilla *non si vedessero*. Disposto così l'apparecchio, sotto al secondo spinterometro si poneva il generatore di ipoazotide, consistente in un palloncino, contenente del nitrato di piombo preventivamente essicato, il cui collo sboccava proprio sotto le due palline; non appena i vapori rossi si innalzavano sotto il tratto di scintilla questa non scoccava più. Tre cose si potrebbero ora obbiettare a questo modo di sperimentare: prima di tutto che, malgrado l'essicamento del nitrato di piombo prolungato per più ore, in una stufetta ad acqua, l'ipoazotide svolgentesi contenesse dell'umidità, donde formazione di acido nitrico e relativo alteramento della superficie delle due palline, fatto questo molto grave ben sapendo di che importanza sia in esperienze di questo genere lo stato della superficie degli elettrodi; poi che fosse possibile un'azione sulla distanza esplosiva del vetro del palloncino; infine che l'azione non fosse dovuta all'aria riscaldata dal becco Bunsen posto sotto il palloncino, o addirittura ai prodotti della combustione del gas illuminante. Per ovviare il primo inconveniente, non si pose il palloncino donde si svolgeva il gas sotto lo spinterometro, se non quando dal nitrato di piombo si era già svolta buona quantità di ipoazotide, di più mi fu facile il convincermi che non avvenisse l'inconveniente di un'alterazione delle palline giacchè, per far scoccare nuovamente la scintilla, bastava allontanare, semplicemente soffiando, i vapori rossi dal tratto fra le palline, e non appena i vapori di nuovo lo occupavano, la scintilla cessava; di più ancora la superficie delle palline, anche dopo un funzionamento abbastanza prolungato, non presentava alcuna alterazione visibile. Il fatto che soffiando via i vapori rossi dal tratto del secondo spinterometro bastava per far ritornare la scintilla e che al ritornare dei vapori rossi la scintilla cessava, dimostra anche la nessuna azione del vetro del palloncino. Infine, tolto via il palloncino e posto il becco Bunsen sotto il tratto di scintilla, non si notò nessuna azione marcata su quest'ultima. Possiamo quindi concludere che nell'ipoazotide la distanza esplosiva è minore che nell'aria.

Resta ora ad esaminarsi il comportamento di questi vapori rossi rispetto alla scarica detta *per convezione* quale quella che ha luogo fra una punta acuminata ed un piano. Circa questa specie di scarica nei gas esistono alcune interessanti esperienze eseguite dal Röntgen (1).

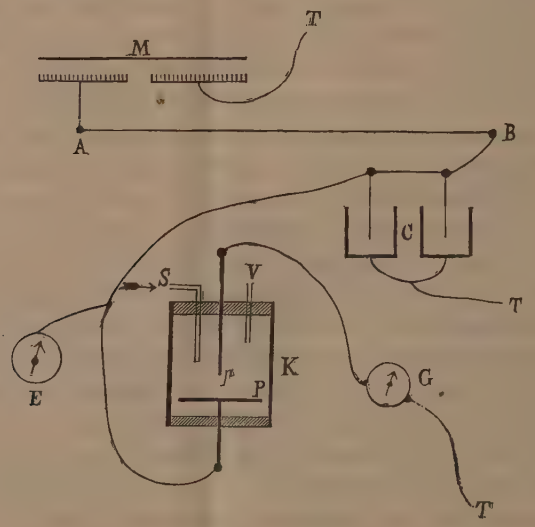
Egli fece l'osservazione che la scarica fra punta e piano non ha luogo per qualunque potenziale, ma che esiste un potenziale minimo al di sotto del quale questa scarica non si effettua.

(1) Phil. Mag., V, 6, pag. 136, 1878.

Röntgen trovò che questo potenziale minimo non è lo stesso in tutti i gas, ma varia in ordine crescente dall' idrogeno, all' ossigeno, all' ossido di carbonio, al metano, al protossido d' azoto, all' anidride carbonica, di modo che parrebbe che il potere isolante dei gas per questo genere di scarica cresca col diminuire del cammino medio delle loro molecole; ed invero facendo, per i vari gas, il prodotto di questa differenza di potenziale minima per il cammino medio delle molecole, si hanno dei numeri pressochè uguali. Mi parve dunque interessante fare alcune esperienze in proposito anche sull' ipoazotide, che ora descriverò.

La determinazione di questo potenziale minimo si può fare sia crescendo che diminuendo il potenziale, ma le differenze dei valori che così si ottengono è così piccola, come risulta dalle recenti ricerche, di F. Tamm (1) che io, trattandosi di sole misure quantitative, mi sono limitato a misurare il potenziale di cui la scarica *comincia* ad effettuarsi.

La disposizione sperimentale risulta chiaramente dalla seguente figura:



Uno dei pettini di una macchina Holtz *M* era posto in comunicazione col suolo, l' altro attraverso un lungo filo di cotone *A B* caricava una batteria *C* di grande capacità coll' armatura esterna parimenti al suolo. L' armatura interna comunicava poi col piatto *P* e con un elettrometro *E* di conveniente sensibilità che venne tarato col metodo della distanza esplosiva.

Il piatto *P* e la punta *p* alla distanza di circa 20 mm. si trovavano chiusi in un cilindro *K* di vetro chiuso superiormente e inferiormente da

(1) Ann. der Physik., 1901. N. 10, pag. 259.

due tappi di paraffina; per mezzo dei due tubi S e V il recipiente così formato poteva riempirsi di ipoazotide e di aria a piacere. La punta p poi era in comunicazione col suolo attraverso un galvanometro convenientemente shuntato.

La misura del potenziale a cui avviene la scarica si faceva così: si allontanavano i bottoni della macchina, posta in rotazione uniforme da un motore elettrico a campo rotante, e si cominciavano, grazie al filo AB, a caricare lentamente i condensatori C, contemporaneamente si osservava l'elettrometro E e si faceva lettura della deviazione subìta dall'ago di questo nell'istante preciso in cui il galvanometro G accennava al passaggio di una corrente. Il risultato fu il seguente: mentre nell'aria la scarica comincia ad effettuarsi per una differenza di potenziale corrispondente a una distanza esplosiva di 0,50 mm., nell'ipoazoatide essa si inizia per una differenza di potenziale corrispondente ad una distanza esplosiva di 0,75 mm. fra palline di 37 mm. di diametro.

Questi sono naturalmente numeri solo approssimativi; mi riserbo di studiare in appresso più minutamente questo fenomeno e il suo andamento colla dissociazione del gas ipoazotico.

Risulta dunque dalle mie esperienze che il potere isolante dell'ipoazotide alla dispersione lenta è del medesimo ordine di quello dell'aria; che la distanza esplosiva però in detto gas è minore che non nell'aria e che il potere isolante dell'ipoazotide per la scarica detta *per convezione* fra punta e piano è maggiore che non quello dell'aria; l'effetto osservato dall' Hempel deve dunque ricondursi a una causa affatto secondaria e non a una proprietà specifica dell'ipoazotide.

Mineralogia. — *Dati analitici su alcuni campioni di Manganese di Sardegna.* Nota del dott. C. Rimatori, presentata dal Socio Struever.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Sulle anidridi solforica e disolforica.* Nota di G. Oddo [1], presentata dal Socio Paternò.

Le notizie che si possiedono finora sull'anidride solforica sono poco precise e talune anche contraddittorie.

Secondo Marignac [2] esistono due modificazioni isomere d'anidride, di cui una, liquida a temperatura ordinaria, bolle a 46° e cristallizza a 18° in prismi trasparenti; l'altra fibrosa, come amianto, si ottiene dalla prece-

[1] Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale dell'Università di Cagliari.

[2] Arch. scienc. phys. nat. *22*, 225 (1853); *52*, 236 (1875).

dente col riposo, è infusibile e distilla a 100° allo stato d'anidride liquida. Nelle analisi che eseguì di queste due modificazioni non trovò difatti alcuna differenza di composizione.

Quest'affermazione, contradetta da Buff (1), nel 1870 fu confermata in gran parte da Schultz-Sellak (2), il quale diede per punto di fusione della prima varietà 16°, disse che la fibrosa si liquefà a poco a poco al di là di 50°, e osservò inoltre questi due fatti interessanti: 1° che la trasformazione della varietà liquida nella fibrosa avviene quando si conserva a 25° e al di là di 27° non continua; 2° che l'anidride liquida subisce dilatazione considerevole col calore e il suo coefficiente tra 25 e 45° è uguale a 0,0027, cioè più di $^2/_3$ di quello dei gas. Ma non ritenne le due sostanze isomere, bensì credette la fibrosa risultasse dalla liquida per polimerizzazione, come l'acido cianurico dal cianico.

Malgrado questo lavoro, Weber nel 1876 (3) ritornò a negare l'esistenza di due anidridi isomere o una polimera dell'altra: egli dimostrò che la fibrosa si forma dalla liquida quando questa assorbisce acqua, assorbimento che riesce difficile evitare del tutto; la credette quindi un prodotto d'idratazione. È un concetto questo che non si capisce come sia potuto sorgere nella sua mente, poichè egli aveva spesso osservato che bastano tracce d'acqua per compire la trasformazione. La vera anidride solforica pura invece si conserva secondo Weber liquida per un tempo indefinito in tubo chiuso. Egli difatti riuscì ad ottenerla assolutamente anidra, p. f. 15°, facendola ricadere in tubo chiuso per 6 o 8 ore su anidride fosforica e raccogliendola poi nella branca del tubo che l'anidride solforica aveva lavato nel ricadere, ed era quindi esente d'ogni traccia d'umidità. Così preparata si è conservata liquida per anni.

Quest'opinione sulla natura della sostanza fibrosa non poteva essere accettata da Marignac (4), il quale nel 1877 fece osservare che anche i prodotti preparati con tutte le regole prescritte da Weber per evitare ogni traccia d'umidità, dopo alcuni giorni si trasformano nella modificazione fibrosa.

Weber in una pubblicazione del 1886 (5), ritornando a descrivere il metodo di preparazione dell'anidride solforica liquida, mostrò che il fatto osservato da Marignac è d'attribuirsi alla qualità del vetro e asserì d'aver ottenuto un campione d'anidride solforica che si è conservata liquida per 8 anni; ma non si occupò più dell'anidride fibrosa. Più recentemente, nel 1889, Rebs (6) ha confermato l'opinione di Weber, ammettendo ch'esista una sola

(1) Liebig's, Ann. Ch., 4 suppl., 127.
(2) Bull. Soc. Chim. *14*, 154, Ber. deut. chem. Ges. III, 215.
(3) Poggendorff, Ann. *159*, 313; Ber. deut. chem. Gesell. XIX (1886) 3187.
(4) Arch. scienc. phys. nat. [2], *58*, 228 (1877).
(5) Ber. deut. chem. Gesell. XIX, 3187.
(6) Bull. Soc. chim. (1889), 1. 717; Liebig', Ann. ch. *246*, 356-382.

anidride solforica, la quale bolle a 46°2 e fonde a 14°8; ed egli l'ha potuto conservare liquida per due anni.

I trattatisti evidentemente dovevano dividersi tra opinioni così disparate, e, per citarne alcuni, mentre Dammer (1), per l'indole della sua opera riporta le opinioni di tutti senza commenti, Mendeleeff (2) e Richter-Piccini accettano l'opinione di Weber (3), Erdmann (4) quella di Schultz-Sellak, e Ostwald (5) pare ritenga si possa trattare d'un caso di polimorfismo, come per i due monocloruri di iodio e per lo zolfo, con la differenza che le due forme non hanno un punto di trasformazione nel quale la loro stabilità si possa permutare, ma una è sempre stabile e l'altra sempre instabile.

Che dire poi del comportamento chimico? Non si sa mai, perchè non sempre se ne fa esattamente la distinzione, se le proprietà siano loro comuni o no, e in questo caso se le reazioni che si descrivono appartengano ad una modificazione od all'altra, a meno che non fosse espressamente detto nelle memorie originali.

Questa discrepanza d'opinioni e confusione nella parte descrittiva su corpi che s'imparano subito a conoscere, è senza dubbio censurabile.

Io credo d'essere riuscito a definire la questione. Determinando la grandezza molecolare delle due varietà in soluzione nell'ossicloruro di fosforo, ho potuto dimostrare che la modificazione liquida a temperatura ordinaria, p. f. 13°8, ha il peso molecolare corrispondente alla formola SO_3, mentre invece la modificazione fibrosa infusibile ha la formola doppia $S_2 O_6$. Differenze pure alquanto notevoli ho constatato nel loro comportamento chimico.

Nell'esporre le mie esperienze chiamerò quindi la prima anidride solforica e la seconda anidride disolforica.

Parte sperimentale.

Anidride solforica.

Per prepararla ho riscaldato a bassissima temperatura a bagno di sabbia l'acido solforico fumante cristallizzato di Kalbaum, raccogliendo in un collettore saldato alla storta che conteneva l'acido solforico fumante, e all'altra estremità era tirato in punta sottile, che veniva chiusa con valvola ad $H_2 SO_4$. Durante la distillazione lo teneva immerso in bagno ad acqua a 27-30° e, raccolto il prodotto, le due estremità del collettore venivano chiuse alla lampada, separandolo così dalla storta. Avveniva sempre che, dopo una notte di

(1) Band I, 627.
(2) Grundl. der Ch. ubers. Jawein-Thillot. 913.
(3) Tratt. chim. inorg. III. Ed. ital. 178.
(4) Lehrb. anorg. Ch. II, Auf. 244.
(5) Grundlin. anorg. Ch. 292.

riposo a temperatura ordinaria, si trovava l'anidride solforica trasformata nella disolforica fibrosa.

Per cercare d'ottenerla allo stato di liquido persistente, tentai far uso d'un metodo diverso da quello consigliato da Weber: alla storta, cioè, che conteneva l'acido solforico fumante saldai non uno, ma una serie di cinque palloncini Erlenmeyer ad angolo retto fra di loro e l'ultimo saldato con un tubo ad U, che riempiva di pomice asciutta imbrattata d'anidride fosforica, dopo aver disseccato bene tutto l'apparecchio riscaldandolo fortemente in corrente d'aria secca.

Versato quindi rapidamente l'acido, raccoglieva nel primo palloncino Erlenmeyer l'anidride solforica, lo distaccava dalla storta fondendo alla lampada il tratto di tubo intermedio, sovrariscaldava gli altri palloncini ancora vuoti per scacciare ogni traccia d'umidità e farla assorbire, nel caso ve ne fosse ancora, dall'anidride solforica che si trovava ad una estremità dell'apparecchio o dall'anidride fosforica che era all'altra estremità, e dopo averli lasciato raffreddare, faceva subire all'anidride solforica una serie di 3 o 4 distillazioni, raccogliendo sempre nei palloncini successivi e separando alla lampada quelli già usati. Ma non raggiunsi lo scopo, e sempre dopo una notte di riposo l'anidride solforica s'era polimerizzata nella disolforica fibrosa. Il metodo di Weber, che ho accennato sopra, resta quindi sempre da preferirsi per ottenerla allo stato di liquido persistente.

Per determinare il peso molecolare, raccoglieva in due collettori separati due frazioni diverse d'anidride solforica e l'uno e l'altro chiudeva alla lampada conservandoli sempre a bagno d'acqua alla temperatura di 30°. Ne pesava uno soltanto, l'anidride dell'altro mi serviva invece per aggiungerne poche gocce al solvente, senza pesarla, allo scopo di disidratarlo completamente; poichè, come ho detto nel descrivere il comportamento crioscopico dell'ossicloruro di fosforo, questo, per quanto si cerchi di purificarlo, mantiene sempre una certa quantità d'idrati (o forse anche di acqua). Avviene perciò che le prime gocce d'anidride solforica aggiunta, secondo l'idratazione minore o maggiore del solvente, o non vi determinano affatto abbassamento nel punto di congelazione, o possono dare anche un leggero inalzamento, perchè tendono a formare dei prodotti insolubili nel solvente stesso, i quali agiscono come corpi indifferenti.

Quando però si è raggiunto il momento in cui resta nel solvente dell'anidride solforica inalterata, gli abbassamenti si succedono in modo regolare e le determinazioni non vanno più soggette, possiamo dire, a nessuna causa d'errore, se nella manualità per versare l'anidride nel tubo crioscopico si saprà evitare che avvenga idratazione.

E operando nel modo da me seguìto si raggiunge pienamente anche questo scopo: io costruiva il collettore, nel quale pesava poi l'anidride solforica, con un'estremità lunga circa un dm. e tirata in tubo sottile circa un mm. As-

sieme ad esso pesava un pesafiltri: raggiunto il momento in cui l'anidride solforica dell'altro collettore, che aveva versata, senza pesarla, nel solvente, vi determinava un abbassamento alquanto notevole, assumeva questo come punto di congelamento del solvente, e non più l'altro ch'esso aveva prima di disitratarlo per mezzo dell'anidride solforica; quindi da un assistente svelto faceva tagliare con la lima un pezzo di tubo del recipiente pesato, che conteneva l'anidride solforica, e mentre io, capovolgendolo in modo che per la sua punta ancora lunga e sottile venisse a funzionare come una pipetta Beckmann, faceva gocciolare l'anidride solforica dentro il tubo crioscopico che chiudeva poi subito con turacciolo di sughero, l'assistente chiudeva nel pesafiltri il pezzettino di tubo tagliato al collettore e quindi alla lampada il collettore stesso, e si ritornava a pesare collettore e pesa filtro.

Si possono impiegare senza alcun inconveniente i turaccioli di sughero per il tubo crioscopico; poichè, come dirò più tardi, i vapori d'anidride solforica non si sollevano fino alla loro altezza.

Ecco i risultati ottenuti:

1ª *Determinazione.* — Il solvente solo cristallizzava a 3,928 del termometro differenziale. Dopo averlo disidratato per l'aggiunta d'anidride solforica non pesata nel cristallizzare raggiunse i gradi 3,458: questo valore fu adottato come temperatura di cristallizzazione del solvente.

Aggiungendo successivamente anidride solforica in quantità pesata si ebbe 1,362. Quindi:

Concentrazione	Abb. punto cong.	Peso molecolare
2,2902	2°,096	75,4

2ª *Determinazione.* — Il solvente solo cristallizzava a 3,812 e dopo l'aggiunta di SO_3 non pesata, per disidratarlo, a 2,310, che fu preso come suo punto di congelamento. Aggiungendo successivamente anidride solforica pesata si ebbe 0,488.

Concentrazione	Abb. punto cong.	Peso molecolare
2,0643	1°,822	78,1

Per SO_3 si calcola *p. m.* = 80,06.

Anidride disolforica.

Per prepararla e poterne disporre a piacimento, ho trovato che il metodo più comodo è far arrivare il prodotto della distillazione a blando calore dell'acido solforico fumante in un tubo lungo circa cm. 50, largo 1 cm. e più: per un'estremità esso viene saldato alla storta che contiene l'acido, estremità che si chiude poi alla lampada, quando la preparazione è finita; l'altra invece, di un diametro un po' inferiore a quella del tubo, è smerigliata in modo che

vi si possano adattare una valvola ad acido solforico, durante la preparazione, o dopo, un turacciolo a tenuta perfetta.

Durante la preparazione manteneva il tubo all'aria (temp. 15-18°): la solidificazione del prodotto nella massa fibrosa poteva così avvenire subito, ma non era mai completa; ed anche quando con un po' di riposo aveva preso tutto l'aspetto d'amianto, la polimerizzazione era parziale; difatti i valori per il peso molecolare che si ottengono con un prodotto preparato di recente, come mostrerò, sono alquanto inferiori a quelli calcolati per S_2O_6. Si completa invece col riposo: aspettando che ciò avvenga, conviene tenere il tubo capovolto con l'estremità a turacciolo sotto; usando tale cura, se questo per poco perde, l'acido solforico che si forma impedisce per capillarità l'ingresso d'altra umidità e il prodotto si può conservare a lungo inalterato. Si constata intanto che mentre esso si era depositato durante la preparazione nella parte più declive del tubo, poscia, sublimando, arriva a tapezzarlo completamente di lunghe fibre splendenti, d'aspetto d'amianto.

Volendo poi adoperare il prodotto, difficilmente si riesce ad averlo in piccoli pezzi per strappamento. Io ho trovato invece più conveniente di tirarne dal tubo una certa quantità per mezzo d'un filo di ferro ben pulito e robusto terminante ad uncino, e farla cadere in un mortaio di porcellana profondo: la nubecola bianca che subito si solleva impedisce, come dirò meglio più oltre, l'attacco dell'umidità per tutta la massa, che si può comodamente ridurre in pezzi della grandezza desiderata, senza alcun inconveniente, pigliandola con una pinza di platino, o, in mancanza di questa, anche con una a punte d'osso, che non vengono alterate, e tagliandola con una forbice d'acciaio ben pulita, esente d'ossido.

È bene poi avvertire che dei pezzettini così ottenuti non conviene metterne assieme parecchi in un medesimo pesa filtro, perchè ritornano a saldarsi molto facilmente. Conviene quindi isolarli in singoli pesa filtri; e con questa cura si eviterà ogni perdita di tempo e quindi di prodotto nel passare la sostanza dal pesafiltro nel crioscopo. Per rendere agevole quest'operazione ed evitare ogni causa d'errore o renderle trascurabili, io ricorreva al seguente processo: un assistente apriva il pesafiltro in vicinanza del tubo laterale del crioscopo, io per mezzo d'una pinza a punte d'osso toglieva rapidamente il pezzo d'anidride da un oggetto e lo passava nell'altro; e mentre l'assistente chiudeva il pesafiltro, io chiudeva il crioscopo e le perdite diventavano quasi nulle.

Debbo poi accennare che appena introdotto il pezzo d'anidride nel crioscopo, cessa la sublimazione di essa, anche lasciando il crioscopo aperto, e quindi non è necessaria una fretta eccessiva.

L'anidride disolforica si scioglie nell'ossicloruro di fosforo con una certa lentezza; occorre agitare per alcuni minuti, tenendo il tubo crioscopico fuori del bagno freddo.

Per le determinazioni ho seguito il metodo descritto per l'anidride solforica: ho aggiunto cioè prima dei pezzettini non pesati d'anidride (talvolta era sufficiente uno) sino ad ottenere la completa disidratazione del solvente, e quindi un abbassamento notevole nel punto di congelamento di esso. Anche in questo caso, se il peso d'anidride aggiunta al solvente non era sufficiente alla completa disidratazione di esso, notai che la temperatura di congelamento o non si abbassava, o anche talvolta aumentava d'un poco.

Ecco i risultati ottenuti con anidride disolforica preparata da lungo tempo.

Il solvente solo cristallizzava a 4,2122. Dopo l'aggiunta di S_2O_6 non pesata cristallizzava a 2,929, che fu adottato come punto di congelamento del solvente. Aggiungendo successivamente anidride disolforica in quantità pesata, cristallizzò a 2,145. Perciò:

Concentrazione	Abb. punto cong.	Peso molecolare
1,9322	0,784	170,05

Le seguenti determinazioni furono eseguite in serie; i valori ottenuti tuttavia sono abbastanza concordanti, ciò che dimostra l'esattezza del metodo.

Il solvente solo cristallizzava a 4,898. Dopo l'aggiunta di S_2O_6 non pesata cristallizzava a 4,569, che fu preso come punto di congelamento di esso.

Concentrazione	Abb. punto cong.	Peso molecolare
2,0360	0°,843	166,6
3,1505	1 ,347	161,38
3,8400	1 ,682	157,5

Per S_2O_6 si calcola $p.\ m. = 160,12$.

Questi risultati non lasciano alcun dubbio che la modificazione fibrosa sia dimera della liquida.

Riporto finalmente una serie d'esperienze eseguite con anidride disolforica preparata di recente.

Il solvente solo cristallizzava a 3,625. Dopo aver aggiunto l'anidride non pesata cristallizzava a 3,155, valore che adottai come punto di congelamento di esso.

Concentrazione	Abb. punto cong.	Peso molecolare
1,9893	1°,119	122,66
4,0609	2 ,365	118,47
4,4510	2 ,543	120,77

Caratteri differenziali tra l'anidride solforica e la disolforica.

Caratteri fisici. — Queste due anidridi si differenziano sia per caratteri fisici che per alcuni caratteri chimici. Sui caratteri fisici io debbo ripetere quanto in parte si conosce. L'anidride solforica cristallizza in prismi alquanto

trasparenti, p. f. 14°,8. In quanto al suo punto d'ebollizione da Mitscherlich fu dato 35°, da Schultz-Sellak 46°, da Buff 46°-47°, da Fischer 52°-56°. Io non ho ancora l'apparecchio adatto per darne con esattezza la cifra; vi ritornerò in occasione di altri lavori su questa sostanza. Si conserva bene inalterata in bagno a 27-30°.

L'anidride disolforica invece non fonde ma si decompone. Se si riscalda a pressione ordinaria, a circa 50°, incomincia a fornire SO_3, che si può raccogliere; ma a questa temperatura la dissociazione è molto lenta e dopo circa mezz'ora di riscaldamento, anche operando con discreta quantità di sostanza, se ne raccoglie appena qualche goccia; progredisce più rapidamente coll'innalzarsi della temperatura e a 100° ha acquistata tale celerità da potersi raccogliere l'anidride solforica come quasi in una distillazione ordinaria, senza che mai la disolforica arrivi a fondere. Se si riscalda in tubo chiuso, pieno quasi per un terzo, a bagno di H_2O bollente, con molta lentezza va diventando liquida, sino a fondere completamente; ma la lentezza con la quale si compie il fenomeno ci avvisa che non si tratta di semplice fusione, senza alterazione della sostanza, bensì della solita dissociazione; difatti tolto il tubo dal bagno caldo, lasciandolo raffreddare sino a temperatura ordinaria di 20-25°, rimane liquida per molto tempo e mostra tutte le proprietà dell'anidride solforica.

Anche nel vuoto non si riesce a distillarla senza dissociazione: se si mette nel primo della serie dei palloncini Erlenmeyer saldati fra di loro, che ho descritto avanti, dell'anidride disolforica, e si fa il vuoto, a temperatura ordinaria, a poco a poco sparisce, il palloncino che la contiene si ricopre di rugiada, raffreddandosi; ma nulla si condensa nei palloncini successivi, se sono tenuti a temperatura ordinaria; se invece vengono raffreddati con miscuglio frigorifero, vi si può raccogliere piccola quantità d'anidride solforica cristallizzata nei prismi caratteristici.

Caratteri chimici. — Farò cenno in questa prima Memoria soltanto di pochi caratteri differenziali, riservandomi un'ampia trattazione in lavori successivi.

Il fatto più appariscente delle due anidridi è quello d'agire come forti disidratanti; però la solforica si comporta molto più attivamente della disolforica, come mostrano le seguenti esperienze:

1°. Se una goccia d'anidride solforica cade su un pezzo di stoffa o su un tessuto organico, li carbonizza immediatamente e negli animali produce assieme ulcerazioni profonde. Al contrario l'anidride disolforica, cadendo sulle stoffe, non le altera, a meno che non vi resti tanto tempo da idratarsi all'aria; e si può prendere non solo, come ho avuto occasione di dire, con pinze a punte d'osso, senza che queste si alterino, ma anche con le dita; e tra queste perfino l'ho potuta premere come per impastarla, senza risentirne alcun danno.

2°. Era stato osservato da Schultz-Sellak che l'anidride solforica si scioglie immediatamente nell'acido solforico, e invece la disolforica molto lentamente; io ho constatato che se l'acido solforico si raffredda e si gettano dentro di esso dei pezzi d'anidride solforica e quindi pezzettini di ghiaccio, anche numerosi, non avviene alcuna reazione violenta, e occorrono parecchi minuti e una continua agitazione affinchè sparisca.

Tali caratteri differenziali di grande rapidità di reazione con l'anidride solforica e maggiore lentezza con la disolforica, si ripetono con le sostanze organiche definite, purchè si abbia cura d'evitare ogni innalzamento brusco di temperatura, che, provocando una rapida dissociazione dell'anidride disolforica in solforica, farebbe attribuire a quella il comportamento di questa. E così, per citare qualche esempio, se si versa anidride solforica su polvere di canfora, reagisce energicamente, fluidificandola in parte ed in parte anche carbonizzandola; viceversa se si mescolano intimamente a temperatura ordinaria anidride disolforica e polvere di canfora, nulla avviene; e soltanto quando si è premuto per un po' di tempo il miscuglio, incomincia la reazione: ma appena insorta, lo sviluppo di calore è tale da provocare la dissociazione istantanea di tutta l'anidride disolforica in solforica e quindi una reazione energica e brusca, con risultato finale uguale al precedente.

E senza andare più oltre per ora, terminerò accennando qualche altro fatto interessante delle due anidridi.

L'anidride solforica non reagisce con nessun metallo: io ne ho versato parecchie gocce in varî tubi da saggio asciutti e in ciascuno ho fatto cadere un metallo diverso: ho osservato che il potassio ed il sodio galleggiano sull'anidride, rimanendo inalterati; gli altri metalli, come Mg, Zn, Cu, Sn, Pb, Hg, Ni, Cd, anche se in polvere, vi restano al fondo ugualmente inalterati.

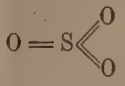
Ma ancora più inaspettato è il fatto che nemmeno gli ossidi vi reagiscono: ho eseguito l'esperienze mettendo l'ossido in polvere in fondo al tubo da saggio, e versandovi sopra l'anidride in notevole quantità: constatai che con ossido di sodio avviene subito reazione, che con eccesso d'anidride non continua. L'ossido impiegato però proveniva da ossidazione lenta del sodio in vaso che non chiudeva bene ed era esente di petrolio, ed evidentemente doveva contenere dell'idrato: e a ciò si deve se reagì solo in parte. Gli ossidi di Hg, Sn, Cu, Zn, Pb, Ba, non reagiscono affatto o danno origine al momento del contatto ad un leggero sibilo, forse dovuto a traccia d'idrati o d'umidità; ma anche con un eccesso d'anidride restano inalterati e null'altro si osserva nel miscuglio, anche agitandolo.

Dirò finalmente che l'anidride disolforica resta inalterata per giorni interi, quando se ne metta qualche pezzo al fondo d'un tubo da saggio aperto: essa in parte si sublima sino a raggiungere una piccola altezza del tubo, ma al disopra si forma una nubecola bianca, in forma di menisco convesso, che se non è agitata non si solleva a riempire tutto il tubo, ma protegge l'anidride sot-

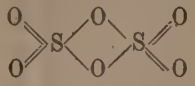
tostante dall'attacco dell'umidità dell'aria. Se invece si tiene in vaso slargato, continua a spargere sempre densa nube bianca finchè si consuma.

L'anidride solforica invece conservata al fondo d'un tubo da saggio aperto, si trasforma presto nella disolforica.

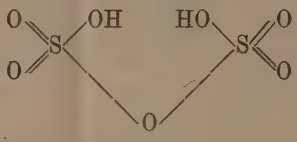
Se ammettiamo l'atomo di zolfo essavalente, essendo la formola dell'anidride solforica:



quella della disolforica possiamo rappresentarla con l'altra:



Il suo primo termine d'idratazione è quindi l'acido disolforico:



Riguardo poi alla stabilità di queste due anidridi in funzione della temperatura, essendo la solforica stabile a temperatura superiore ai 27° e la disolforica a temperatura inferiore, e riguardo alla maggiore avidità che mostra SO_3 a combinarsi, avidità che la fa quasi paragonare ad un composto non saturo, accennerò un mio concetto che vale molto per lo meno come mezzo mnemonico. Ammettiamo che gli atomi d'ossigeno abbiano la forma d'un ellissoide, e siano disposti simmetricamente attorno all'atomo di zolfo come sui lati d'un triangolo equilatero, di cui lo zolfo occupa il centro: vibrando a bassa temperatura vengono ad urtarsi per gli estremi nelle loro escursioni: ne risulterà una tensione esterna — per adottare l'espressione in uso — paragonabile a quella che Baeyer ammise per i composti trimetilenici: da ciò la grande tendenza alle combinazioni che possiede l'anidride solforica; e quando non può addizionare altri corpi, perchè o non ne trova, o non si prestano, basta una causa perturbatrice qualunque, come tracce d'umidità, per far ruotare un atomo d'ossigeno e dare l'anidride disolforica, addizionando un'altra molecola di sè stessa: ciò avviene difatti a temperature inferiori a 25°. Se invece si riscalda, gli atomi si allontanano e nelle vibrazioni non si urtano; finisce quindi la tensione esterna nell'anidride solforica ed il corpo diventa stabile. Ciò avviene difatti a partire da 27° in su, temperature alle quali riesce facile conservare l'anidride solforica inalterata.

Ripetendo il ragionamento inverso per l'anidride disolforica, ci spieghiamo ugualmente perchè sia stabile a bassa temperatura e tenda a dissociarsi alle temperature alle quali SO_3 è stabile; e perchè inoltre alle temperature alle quali è stabile non mostri l'avidità di combinazione dell'anidride solforica e si avvicini per i suoi caratteri, a confronto di essa, quasi ad un composto saturo e senza tensione.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Segretario Cerruti, a nome del Corrispondente Nasini, relatore, e del Socio Ciamician, legge le Relazioni sulle seguenti Memorie: *Influenza del solvente sopra i numeri di trasporto,* del dott. G. Carrara; *Sul comportamento e sul punto di fusione di alcune sostanze organiche a bassissima temperatura,* dei dottori G. Carrara e A. Coppadoro. Le relazioni concludono col proporre l'inserzione dei due precedenti lavori negli Atti accademici.

Le conclusioni della Commissione esaminatrice, messe ai voti dal Vicepresidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Cerruti presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Soci Cocchi, Dalla Vedova, d'Ovidio, Riccò, Boussinesq, Klebs, Kölliker, Nansen; fa inoltre particolare menzione di una recente edizione dell'opera: *De Nova Stella* di Tycho Brahe, dono della R. Accademia danese delle scienze, e del vol. IX delle *Opere complete* di Christiaan Huygens, dono della Società olandese delle scienze di Harlem.

Il Socio Tacchini presenta il 1° e 2° volume della 3ª serie delle *Memorie del R. Osservatorio del Collegio Romano*, che contengono i lavori eseguiti dopo il passaggio dell'Osservatorio alla dipendenza del Ministero della Pubblica Istruzione. Oltre alla memorie astronomiche dei professori Tacchini e Millosevich, vi sono in questi volumi osservazioni dei signori Cerulli, Peyra e Palazzo. I volumi sono corredati di tavole e di figure.

Il Corrispondente Cuboni presenta, discorrendone, il volume intitolato: *L'Italia agricola alla fine del secolo XIX*, contenente 35 monografie inviate alla Società degli Agricoltori di Francia in occasione della Esposizione internazionale di Parigi, del 1900.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Vicepresidente Blaserna dà comunicazione delle lettere di ringraziamento inviate, per la loro recente nomina, dai Soci nazionali: Mattirolo, Pincherle, Pirotta e Spezia; dai Corrispondenti: Cagni, Capelli, Castelnuovo, Cuboni e Macaluso; e dai Soci stranieri: Engelmann, Picard, Pickering, Richet, Rosenbusch, van 't Hoff e Walcott.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Cerruti dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Lucca: la R. Accademia delle scienze di Amsterdam; la R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona; la Società di scienze naturali di Emden.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

La R. Accademia delle scienze di Berlino; la Società zoologica di Londra; la Società degl'ingegneri civili di Londra; le Università di Rostock e di Freiburg i. B.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 3 novembre 1901.

Abel O. — Les Dauphins longirostres du Boldérien (Miocène supérieur) des environs d'Anvers. Bruxelles, 1901. 4°.

Association internationale des Académies. Première assemblée générale tenue à Paris du 16 au 20 avril 1901. Paris, 1901. 4°.

Cocchi I. — Sur l'origine de l'acide carbonique dans les eaux et de la température des sources. Liége, 1898. 8°.

Colomba L. — Sopra una iadeitite di Cassine (Acqui). Padova, 1901. 8°.

Gadot A. — Un nouveau mètre unité physique essentielle. Paris, 1901. 8°.

Gallardo A. — Concordancia entre los poligonos empiricos de variacion y las correspondientes curvas teóricas. Buenos Aires, 1901. 8°.

Id. — Las Matématicas y la Biología. Buenos Aires, 1901. 8°.

Id. — Notes morphologiques et statistiques sur quelques anomalies héréditaires de la digitale. Paris, 1901. 8°.

Gaudry A. — Sur la similitude des dents de l'homme et de quelques animaux. Paris, 1901. 8°.

Huygens Ch. — Oeuvres complètes publiées par la Société hollandaise des sciences. Vol. IX. La Haye, 1901. 4°.

Italia (L') agricola alla fine del secolo XIX (Società degli agricoltori italiani). Roma, 1901. 8°.

Klebs E. — Diplococcus semilunaris, ein Begleiter der Tuberkulose. München, 1901. 8°.

Krug A. — Die lineare Differenzialgleichung dritter Ordnung. I. Bd. Aussig, 1901. 8°.

Memorie del R. Osservatorio del Collegio Romano. Ser. 3ª, vol. I, II. Roma, 1889. 1901. 4°.

Middendorp H. W. — L'étiologie de la tuberculose suivant le prof. Dr. R. Koch et se méthode curative. Paris, 1901. 8°.

Millosevich E. — Il pianeta Eros. Roma, 1901. 4°.

Niedenzu F. — De genere Byrsonima. Braunsberg, 1901. 4°.

Omboni G. — Denti di Lophiodon degli strati eocenici del Monte Bolca. Venezia, 1901. 8°.

Palazzo L. — Sur l'organisation en Italie des stations pour l'étude des orages et de la grêle. Paris, 1901. 8°.

Pennisi-Mauro A. — Metamorfosi cosmica. Catania, 1901. 8°.

Scarpini G. — Tavole numeriche di topografia. Torino, 1901. 8°.

Stossich M. — Osservazioni elmintologiche. Trieste, 1901. 8°.

Tycho Brahe — De Nova Stella. Hauniae, 1891. 4°.

Verson E. — Sull'armatura delle zampe spurie nella larva del filugello. Venezia, 1901. 8°.

Valli V. — Rivendichiamo all'Italia la priorità della scoperta dell'inoculazione del Virus rabido e del pus antipestilenziale. Roma, 1901. 8°.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 17 novembre 1901.

P. Blaserna, Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Chimica. — *Sulla polimerizzazione di alcune cloroanidridi inorganiche del prof. Oddo.* Nota del Socio G. Ciamician.

Fra le pubblicazioni che il prof. Giuseppe Oddo presentò al recente concorso al premio Reale per la Chimica, ve ne erano due intitolate: *Sulla polimerizzazione di alcune cloroanidridi inorganiche.* Con questi lavori l'A. cercò di dimostrare che le sostanze da lui esaminate, in alcuni solventi organici hanno tendenza a polimerizzarsi, deducendo ciò dalle determinazioni dei pesi molecolari fatte col metodo ebullioscopico Beckmann. I risultati furono i seguenti:

Ossicloruro di fosforo:	P. ebollizione 107-108°.			$POCl_3$	= 135,4
Metodo ebullioscopico:	in etere	p. eb. 35°,6.	Peso molecolare		= 147-157
» » :	in CS_2	» 47°,0.	»	»	= 214-244
» » :	in $CHCl_3$	» 63°,0.	»	»	= 159-164
» » :	in CCl_4	» 78°,5.	»	»	= 325-362
» » :	in benzolo	» 80°,5.	»	»	= 283-309
Metodo crioscopico :	in benzolo		»	»	= 149-152
Ossibromuro di fosforo:	P. ebollizione	193°.		$POBr_3$	= 287
Metodo ebullioscopico:	in CCl_4	p. eb. 78°,5.	Peso molecolare		= 287-310
» » :	in benzolo	» 80°,5.	»	»	= 334-352
Metodo crioscopico :	in benzolo		»	»	= 293-308
Solfocloruro di fosforo:	P. ebollizione	124°.		$PSCl_3$	= 169,4
Metodo ebullioscopico:	in CCl_4	p. eb. 78°,5.	Peso molecolare		= 209
» » :	in benzolo	» 80°,5.	»	»	= 239-243
Metodo crioscopico :	in benzolo		»	»	= 158-161

Protocloruro di solfo:	P. ebollizione 138°.		S_2Cl_2 = 134,8
Metodo ebullioscopico:	in CCl_4 p. eb. 78°,5.	Peso molecolare	= 169-172
» » :	in benzolo » 80°,5.	» »	= 180-193
Metodo crioscopico :	in benzolo ed acido acetico	valori normali	(Raoult)
Cloruro di tionile :	P. ebollizione 78°.		SO_2Cl_2 = 118,8
Metodo ebullioscopico:	in cloroformio p. eb. 63°.	Peso molecolare	= 233-240
Metodo crioscopico :	in benzolo	» »	= 108-110
Cloruro di solforile:			SO_2Cl_2 = 134,8
Metodo crioscopico :	in benzolo	Peso molecolare	= 131
Cloruro di cromile :	P. ebollizione 118°.		CrO_2Cl_2 = 155,3
Metodo ebullioscopico:	in CCl_4 p. eb. 78°,5.	Peso molecolare	= 225-243
Metodo crioscopico :	in benzolo	» »	= 165-175

Come si vede tutti questi cloruri hanno a freddo peso molecolare normale quando questo venga determinato col metodo crioscopico; con quello ebullioscopico si notano invece delle differenze che in genere sono tanto maggiori quanto più il punto d'ebollizione del solvente si accosta a quello della sostanza studiata.

L'unica conclusione che da questi numeri a priori poteva essere dedotta era però quella, che in genere le differenze dipendessero dalla volatilità della sostanza disciolta, la quale per la piccola distanza del suo punto di ebollizione da quello del solvente doveva necessariamente ripartirsi fra le due fasi del sistema. A raccomandare questa interpretazione ed a porre in ogni modo in guardia l'Autore da conclusioni troppo affrettate, avrebbe dovuto servire l'esempio dell'ossibromuro di fosforo, il quale, per la sua minore volatilità, dà, a differenza dell'ossicloruro, anche col metodo ebullioscopico il peso molecolare quasi esatto.

Il prof. Oddo invece va assai oltre nelle sue conclusioni, e sebbene egli si proponesse di tener conto in una prossima pubblicazione della tensione di vapore delle sostanze disciolte, pure invece credette di poter affermare senza altro che le relative correzioni « saranno quasi trascurabili poichè W. Nerust « con soluzioni di benzolo e cloroformio in etere trovò che il peso molecolare « osservato superava quello corretto soltanto dal 10 al 20 per cento ». L'Autore evidentemente qui s'è lasciato illudere perchè la correzione a seconda dei casi può essere assai varia.

Vi è poi un'altra circostanza che merita d'esser posta in rilievo. L'Autore sembra non essersi accorto che gli innalzamenti da lui osservati sono proporzionali alla concentrazione, ciò che risulta evidente ad es. per l'ossicloruro di fosforo in benzolo; per questa coppia ho riportato nella tabella che segue più avanti il rapporto dei due valori. Il coefficiente d'innalzamento, come si vede, si mantiene costante entro i limiti d'errore e ciò, come osserva il Nerust

nella stessa Memoria citata dall' Oddo (1), significa che alla sostanza disciolta spetta lo stesso peso molecolare tanto allo stato di soluzione, che allo stato gassoso. Se questo non fosse, infatti, il rapporto non sarebbe neppure lontanamente costante.

Secondo l'interpretazione del prof. Oddo l'ossicloruro di fosforo presenterebbe perciò il seguente interessante caso: Esso avrebbe in soluzione benzolica al suo punto di congelamento (5°) peso molecolare normale, nello stesso solvente invece al suo punto d'ebollizione (80°) peso molecolare doppio che si manterebbe tale anche allo stato di vapore alla stessa temperatura, per ritornare normale a temperature superiori a 108° (2).

Malgrado tutto ciò l'Oddo attribuisce ai cloruri in questione tendenza a polimerizzarsi a caldo in alcuni solventi, dà all'ossicloruro di fosforo la formola raddoppiata e lo chiama *difosfodiossicicloessacloruro*, che è veramente un bel nome. E si noti che se anche realmente questa sostanza mostrasse in soluzione benzolica peso molecolare doppio, non sarebbe per questo lecito raddoppiargli la formola, dal momento che allo stato gassoso ha peso molecolare normale.

Davanti a tante stranezze ed essendo io relatore nella Commissione pel premio Reale, credetti conveniente di accertarmi come stessero realmente le cose, sebbene dopo quanto s'è detto, il giudizio non dovesse esser difficile anche senza fare ulteriori esperienze. Feci però eseguire alcune misure per la coppia ossicloruro di fosforo e benzolo, per vedere a quanto ascendesse la correzione da farsi secondo Beckmann.

L'esperienza dette il seguente risultato: In grammi 73,75 di benzolo furono sciolti gr. 3,95 di ossicloruro di fosforo. Furono distillati gr. 9,4628, dai quali si ottennero gr. 0,7146 di AgCl pari a gr. 0,2548 di $POCl_3$. Quindi la composizione della soluzione liquida al principio ed alla fine dell'esperienza e quella del vapore era la seguente:

	Soluzione iniziale	Soluzione finale	Vapore
Benzolo gr. . . .	73,75	64,54	9,2078
$POCl_3$ » . . .	3,95	3,70	0.2548
	77,70	68,24	9,4626
Concentrazioni. . .	$C_0 = 5,08$	$C_1 = 5,42$	$C_{vap.} = 2,69$

$$C_{media} = 5,25 \qquad \alpha = \frac{C_{vap.}}{C_{media}} = 0,51$$

Come si vede il coefficiente di ripartizione per la concentrazione del cinque per cento circa ha il valore 0,51 e però applicando la formola

(1) Zeitschrift für physikalische Chemie, VIII, 116.

(2) La densità di vapore dell'ossicloruro di fosforo fu determinata da Wurtz (Annales de chimie et de physique [3], XX, 472) e da Cahours (Ibidem, XXIII, 329); e corrisponde alla formola semplice $POCl_3$.

$m_{cor} = m_{trov} (1 - \alpha)$, i pesi molecolari osservati si riducono a circa la metà e l'anomalia è spiegata.

In base a questo risultato ed alle considerazioni suesposte la Commissione credette di poter concludere « che introducendo nei risultati sperimen- « tati descritti dall'Oddo, la correzione indicata dal Beckmann per il metodo « ebullioscopico, quando la sostanza disciolta ed il solvente hanno punti di « ebollizione vicini si elimina l'anomalia da lui notata », e questo giudizio è stato riportato nella relazione.

Il prof. Oddo evidentemente poco soddisfatto e non persuaso di questo giudizio ha posto in esecuzione il suo proponimento ed ha eseguito alcune misure per determinare quale parte avesse la volatilità della sostanza disciolta, nella correzione da portarsi ai pesi molecolari osservati. Il lavoro è comparso ora nella Gazzetta chimica [1]; ma disgraziatamente le sue misure non conducono sempre ai valori normali. Egli trovò per la coppia ossicloruro di fosforo in benzolo i seguenti numeri:

	I	II	III
Concentrazione media della soluzione:	1,0465	2,18975	3,56305
» del vapore	0,2829	0,6775	0,9648
$\alpha = \frac{C_{vap.}}{C_{media}}$:	0,27	0,31	0,27

i quali, si vede, sono assai diversi da quello sopra riportato. Siccome correggendo i pesi molecolari osservati con i coefficienti di ripartizione da lui trovati, si ottengono valori ancora notevolmente superiori ai normali, egli insiste nella sua ipotesi di « una polimerizzazione molto labile che avviene in con- « dizioni speciali di temperatura e di soluzione ».

Noi abbiamo perciò ripetuto le esperienze a diverse concentrazioni, ma i risultati ottenuti concordano perfettamente con quelli della prima determinazione surriportata.

Queste determinazioni, come la prima, furono eseguite impiegando un apparecchio che non differisce sostanzialmente da quello di Beckmann; però il recipiente era a pallone della capacità di 200 ccm. circa, riempito per più di un terzo di granati; si poteva così operare con grandi quantità di soluzione diminuendo notevolmente le cause di errore. I vapori dopo aver percorso il tubo laterale ascendente (che era munito di una bolla onde evitare le projezioni) entravano in un refrigerante discendente che vi era direttamente saldato. Il tutto stava immerso in un bagno d'acqua tenuto ad 81°, fino alla piegatura del refrigerante; ciò allo scopo di togliere completamente la deflegmazione, poichè ciò che interessa è di conoscere la composizione del vapore che sta in equilibrio colla superficie del liquido. Il distillato, raccolto in boccetta chiusa con tappo a cloruro di calcio, e pesato, veniva scomposto con

[1] Gazz. chim. 1901, 2° vol., fasc. III, pag. 222.

potassa alcoolica e sbattuto ripetutamente con acqua; la soluzione acquosa scaldata a bagno maria per cacciare l'alcool, ed acidificata con acido nitrico; infine si precipitava in essa il cloro con nitrato d'argento. Ecco ora i risultati ottenuti:

I. In grammi 102,85 di benzolo furono sciolti gr. 1,3534 di $POCl_3$. Furono distillati gr. 13.4952 dai quali si ottennero gr. 0.2680 di AgCl, corrispondenti a gr. 0,0953 di $POCl_3$.

II. Dalla soluzione rimasta furono distillati gr. 11,0986, dai quali si ebbero gr. 0.2302 di AgCl, corrispondenti a gr. 0.0821 di $POCl_3$.

Da queste nuove determinazioni si calcolano quindi i dati seguenti:

		Soluzione iniziale	Soluzione finale	Vapore
I.	Benzolo gr.	102,85	89,45	13,40
	$POCl_3$ »	1,35	1.25	0,0953
		104,20	90,70	13,495
	Concentrazioni.	$C_0 = 1,33$	$C_1 = 1,39$	$C_{vap} = 0,706$

$$C_{media} = 1,36 \qquad \alpha = \frac{C_{vap}}{C_{media}} = 0,52$$

II.	Benzolo gr.	89,45	78,43	11,02
	$POCl_3$ »	1,25	1,17	0,0821
		90,70	79,60	11,10
	Concentrazioni.	$C_0 = 1,39$	$C_1 = 1,48$	$C_{vap} = 0,740$

$$C_{media} = 1,44 \qquad \alpha = \frac{C_{vap}}{C_{media}} = 0,515$$

Il coefficiente α resta dunque fra le concentrazioni di 1,3 a 5 per cento, perfettamente costante. Per mostrare quanto oltre vada questa costanza, da cui risulta senz'altro l'uguale grandezza molecolare nelle due fasi, dirò che da una determinazione eseguita su una soluzione concentratissima ($C_{media} = 20,44$) si ottenne un vapore della concentrazione 11,13; da cui si calcola $\alpha = 0,545$.

Se ora si correggono i pesi molecolari trovati dall'Oddo col valore medio di α da noi trovato (0,515), si hanno i seguenti numeri:

Serie di misure	Concentrazione	Coefficiente d'innalzamento	Peso molecolare trovato	Peso molecolare corretto $m = m_{trov}\ (1 - 0,515)$
IV	1,0465	0,083	321	156
IV	2,18975	0,080	332	161
II	2,2313	0,091	288	140
I	2,4392	0,094	283	137
III	3,1517	0,087	309	150
IV	3,56305	0,086	312	151
I	3,8612	0,089	301	146
II	4,5907	0,090	296	144
III	5,2026	0,087	309	150
				$POCl_3 = 153,4$

Come chiaramente si vede tutti questi valori oscillano intorno al peso molecolare semplice e concordano con questo in modo soddisfacente entro i limiti di errore.

Quale sia la ragione per cui i numeri del prof. Oddo non coincidono coi nostri, non credo necessario ricercare; sembra però che egli non si sia abbastanza premunito contro una parziale deflegmazione dei vapori di ossicloruro di fosforo e benzolo nel suo apparecchio, per cui avrebbe ottenuto nel distillato una quantità di ossicloruro minore di quella contenuta nel vapore che trovasi immediatamente a contatto col liquido.

Chimica. — *Esperienze al tubo caldo freddo al forno elettrico.* Memoria del Corrispondente R. Nasini e del dott. F. Anderlini.

Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle Memorie.

Mineralogia. — *Dati analitici su alcuni campioni di Manganese di Sardegna.* Nota del dott. C. Rimatori, presentata dal Socio Struever.

Per la varietà delle sue formazioni geologiche, l'importanza de' suoi giacimenti e la ricchezza delle specie minerali, la Sardegna ha attirato l'attenzione di studiosi nazionali e stranieri, epperciò sono estese le cognizioni, che si hanno ora su questa terra così interessante ne' molteplici campi d'investigazione, che essa presenta. Io credo però che non siasi fatto abbastanza dal lato chimico e che da un particolareggiato esame analitico, finora limitato per la maggior parte a scopi industriali, si possano derivare ulteriori conoscenze e probabilmente dimostrare l'esistenza di specie nuove, non solo per la Sardegna, ma forse anche per la scienza. Così ne' giacimenti de' minerali di piombo, zinco ed argento si può senza difficoltà ammettere l'esistenza di altre forme di combinazione di questi metalli, oltre a quelle già conosciute, derivante anche da metamorfosi od alterazioni delle specie primitive.

Il procurarsi il materiale necessario per effettuare un lavoro complesso, quale sarebbe mio desiderio di fare, costituisce la principale difficoltà, che non è sempre possibile superare, almeno in poco volgere di tempo; per tale ragione ora mi limiterò a comunicare in questa breve Nota i dati risultanti dall'analisi di diversi campioni di manganese provenienti da località differenti e che ho potuto avere per cortesia del prof. Lovisato, al quale rendo grazie anche per le notizie relative al loro giacimento e per i consigli prestatimi.

I campioni di manganese non sempre si presentano in frammenti puri abbastanza grandi; talvolta il minerale è impastato con la roccia in modo da richiedere una separazione accurata, la quale invece che per densità, ho preferito eseguire meccanicamente riducendo il minerale in piccoli frammenti e scegliendo quelli che, esaminati con la lente, si presentavano scevri di ganga. Con questo metodo ho avuto talvolta il minerale quasi puro, in altri casi sostanze estranee sono tanto intimamente mescolate, che non si possono separare e che rimangono indietro, quale residuoi nattaccabile, nel trattamento con gli acidi.

La densità fu sempre determinata con il metodo della boccetta e la quantità de' componenti con il processo che così riassumo. In un dato peso di sostanza polverizzata fu determinato il manganese allo stato di biossido, trattandola con circa tre volte il suo peso d'ossalato potassico puro e l'acido solforico in un apparecchio di Schrödter e pesando questo prima e dopo completato lo sviluppo di anidride carbonica: un'altra porzione di sostanza fu sciolta in acido cloridrico; in alcuni casi si è avuta soluzione limpida ed altre volte è rimasto indietro un residuo. Dalla soluzione filtrata, previa aggiunta di acqua di cloro, fu mediante soda caustica precipitato il manganese allo stato d'ossido idrato misto e pesato quindi sotto forma di ossido salino; dalla quantità di questo si è calcolato il manganese che si trovava in forma di protossido. Ne' campioni, che nei saggi qualitativi accusavano presenza di quantità apprezzabile di calce, il manganese totale fu precipitato mediante solfidrato d'ammonio. L'umidità è stata desunta dalla perdita in peso subìta da un'altra porzione di sostanza riscaldata a circa 300° in tubetto chiuso da una parte; infine il ferro, per quei campioni che lo contengono in quantità apprezzabile, fu dosato volumetricamente in un altro peso di sostanza.

Manganese n. 1. — Proviene da' dintorni di Padria (circondario di Alghero). Presentasi in massa compatta di color grigio d'acciaio scuro, in alcuni punti con struttura cristallina e splendore metallico, in altri con splendore quasi sericeo e struttura fibroso-raggiata; tinge per confricamento le dita; polvere nera. Trovasi compreso ora in piccoli noduli, ora in considerevoli concentrazioni nella massa d'un calcare talvolta roseo, tal'altra bianco sporco, a struttura granulare, a contatto con le trachiti.

Densità a 14°,6 = 4,71; durezza 3.

Composizione centesimale.

	α) della massa totale	β) della parte solubile in HCl
MnO^2	90,63	92,04
MnO	3,95	4,01
Fe^2O^3	tracce	tracce
CuO	tracce	tracce
H^2O	3,52	3,56
Residuo insol.	1,53	
	99,63	99,61

Campione n. 2. — Proveniente pure dalla stessa località di Padria. Massa compatta di color quasi nero, amorfa, senza splendore, più dura del campione precedente; confricata non tinge le dita; nell'insieme presenta l'aspetto d'un'incrostazione mammellonare.

Densità a 16°,8 = 3,34; durezza 5.

Composizione centesimale.

	α) della massa totale.	β) della parte solubile in HCl.
MnO^2	38.75	67,05
MnO	16,03	27,73
Fe^2O^3	tracce	tracce
H^2O	3,39	5,86
Residuo insol.	42,21	—
	100,38	100,64

La maggior durezza, il peso specifico poco elevato ed un po' anche la composizione chimica, farebbero vedere in questo campione una varietà di psilomelano.

Campione n. 3. — Nelle trachiti di color rossigno chiaro, che trovansi presso la Punta o Capo Giordano per andare a Porto Scuso, si riscontrano delle incrostazioni di manganese prive assolutamente di struttura cristallina e con notevole durezza.

Densità a 25°,6 = 3,25; durezza 5-6.

Composizione centesimale.

	α) della massa totale.	β) delle parte solubile in HCl.
MnO^2	43,84	69,74
MnO	11,22	17,82
Fe^2O^3	1,17	1,87
CaO e BaO	tracce	tracce
H^2O	5,53	8,56
Residuo insol.	37,16	—
	98,92	97,99

Anche questo possiamo considerarlo come psilomelano che si riscontra pure nel trachitico delle vicinanze di Bosa.

Campione n. 4. — Proveniente da Pozzomaggiore. Questo manganese è compreso nella massa compatta d'un calcare chiaro, ora formando de' noduli, ora diffuso in esso con aspetto dendritico. Questi arnioni, non molto grandi,

non manifestano sempre struttura omogenea, e poichè alcuni, i più grandi, sono costituiti d'un involucro esterno più o meno spesso di color bruno cioccolatte e d'un nucleo interno più duro di color nero con splendore submetallico e minutamente cristallino, così ho proceduto all'analisi delle due parti.

a) *Parte esterna.*

Densità a 12°,6 = 4,9; durezza 1-2.

Composizione centesimale.

	α) della massa totale.	*β*) della parte solubile in HCl.
MnO^2	67,45	70,95
MnO	21,81	22,93
Fe^2O^3	tracce	tracce
H^2O	5,99	6,26
Residuo insol.	4,98	—
	100,23	100,14

b) *Parte interna.*

Densità a 16°,4 = 4,79.

Composizione centesimale.

MnO^2	95,53
MnO	2,24
H^2O	1,86
Residuo insol.	0,37
	100,00

Da questi dati risulta che il manganese di Pozzomaggiore è costituito da pirolusite quasi pura all'esterno alterata più o meno profondamente.

Campione n. 5. — Proveniente dal vulcanico antico fra Ploaghe e Chiaramonti. Massa compatta di color nero bluastro, senza splendore, a prima vista amorfa, osservata però con la lente, presentasi impregnata di minute particelle cristalline a splendore submetallico.

Densità a 16°,25 = 4,39; durezza 3.

Composizione centesimale.

	α) della massa totale	*β*) della parte solubile in HCl.
MnO^2	88,20	92,31
MnO	5,87	6,14
Fe^2O^3	tracce	tracce
H^2O	1,88	1,95
Residuo insol.	4,46	—
	100,41	100,40

Campione n. 6. — Appartiene a quel giacimento, che si tentò coltivare, e che è situato fra Bosa e Montresta. Trovasi in forma di noduli più o meno grandi misti ad una ganga ferruginosa a tinte diverse; in alcuni punti chiara, in altri rossa o gialla oppure rosea. Solo col ridurlo in piccoli frammenti lo si può meccanicamente separare dalla ganga in modo da presentarsi omogeneo ed adatto all'analisi. Massa di color grigio scuro di ferro, splendore tra il submetallico ed il resinoso senza struttura cristallina distinta. Confricato, tinge le dita. La sua composizione si differenzia da quella degli altri manganesi per una notevole quantità di ferro e per la presenza di forte percentuale d'ossido di piombo.

Densità a 14°,2 = 3,51; durezza 2,5.

Composizione centesimale.

	α) della massa totale	*β*) della parte solubile in HCl.
MnO^2	23,94	35,06
MnO	8,12	11,88
PbO	20,68	30,28
Fe^2O^3	6,30	9,22
H^2O	8,51	12,46
Residuo insol.	31,72	—
	99,27	98,90

Campione n. 7. — Trovasi nelle trachiti andesiti presso la stazione di Siliqua. Massa di color grigio bluastro chiaro poco distinta dalla roccia involgente di color roseo chiaro, ma spesso impastata con essa; in alcuni punti però presentasi quasi pura, ora spugnosa, tal'altra con struttura cristallina poco distinta; confricata, sporca le dita.

Densità a 19°,4 = 4,88; durezza 2,5.

Composizione centesimale.

MnO^2	94,95
MnO	3,35
Fe^2O^3	tracce
H^2O	1,19
Residuo insol.	0,94
	100,43

Campione n. 8. — Proviene dal giacimento compreso fra Capo Rosso e Capo Becco sulla costa occidentale dell'isola di S. Pietro. Per quanto riguarda

l'aspetto di questo giacimento e le roccie che l'accompagnano, ci ha dato una dettagliata descrizione l'ing. Bertolio (1).

Il campione che ho esaminato presentasi amorfo, di consistenza terrosa, color quasi nero traente al rossigno, macchia fortemente le dita. Anche ad occhio nudo appare molto impuro e disugualmente nelle sue diverse parti. Questi caratteri corrispondono a quelli descritti dal suddetto autore, e probabilmente il campione da lui analizzato non sarà stato molto diverso da quello che è passato fra le mie mani per l'analisi.

Da una porzione, che, scelta colla lente, appariva la meno inquinata da ganga, ho ricavato i dati seguenti:

Densità a 19° = 3,41.

Composizione centesimale.

	α) della massa totale	*β*) della parte solubile in HCl
MnO^2	59,17	69,75
MnO	10,91	12,86
Fe^2O^3	2,03	2,39
CaO	2,12	2,61
H^2O	10,09	11,89
Resid. insol.	15,17	—
CO^2 e perdite	0,51	0,60
	100,00	100,10

Poichè tali cifre si allontanano di molto da quelle pubblicate dal Bertolio, ho creduto opportuno eseguire una seconda analisi sul minerale senza fare alcuna scelta, ma prendendo de' frammenti in punti diversi in modo da avere una composizione centesimale probabilmente vicina alla media. Per confrontare i dati ho eseguito l'analisi anche del residuo insolubile nell'acido cloridrico; ecco i valori ottenuti:

MnO^2	29,36
MnO	13,98
Fe^2O^3	4,31
Al^2O^3	6,37
MgO	0,38
CaO	10,36
Alcali (K^2O predom.)	1,73
SiO^2	16,87
CO^2	7,72
Ph^2O^5	tracce
H_2O	8,80
	99,88

(1) *Appunti geologico-minerari dell'Isola di S. Pietro,* 1896.

Nè risulta che, oltre al sesquiossido di ferro, il manganese contiene anche del carbonato di calcio, qualche silicato decomponibile dagli acidi, avendo riscontrato nel residuo insolubile della silice idrata solubile nel carbonato sodico, ed infine un silicato inattaccabile contenente una discreta percentuale di potassa.

Anche questi dati differiscono alquanto da quelli dell'ing. Bertolio; ciò prova che la composizione può facilmente variare da un punto all'altro del medesimo giacimento.

Conclusione. — Da' risultati riferiti si può concludere che i minerali di manganese che si riscontrano in Sardegna si dimostrano in generale quali varietà di pirolusite; fanno eccezione i campioni 2 e 3 e quello segnato con il numero 6. Questo si distingue per la notevole percentuale in ossido di piombo; esso ci ricorda un esemplare di Wad (Wackenrodite), proveniente da Baden, il quale all'analisi accusò contenere il 12 % d'ossido di piombo (1). Gli altri poi per le proprietà fisiche e per la composizione chimica, specialmente il num. 3 contenente anche tracce di barite, possono essere considerati quali varietà di psilomelano.

È da notarsi infine che il manganese ne' campioni esaminati, suole presentarsi talora in forma di noduli o di piccole concentrazioni, tal'altra impastato più o meno intimamente con la massa di rocce calcaree, trachitiche o de' tufi trachitici ed andesitici.

Fisica. — *Intorno ad alcuni nuovi metodi per determinare il peso molecolare dei corpi in soluzione diluita.* Nota di G. Guglielmo, presentata dal Socio Blaserna.

I metodi crioscopico ed ebullioscopico, per la determinazione del peso molecolare dei corpi in soluzione diluita, sono ormai resi d'un uso così facile, che può parere superfluo il proporre nuovi metodi destinati allo stesso scopo; tuttavia sono così svariate le condizioni in cui conviene talora sperimentare, sia per la natura dei corpi che si studiano, sia per altre ragioni, che forse, anche nuovi metodi che escano alquanto dalla solita « routine » possono riuscire non del tutto privi di utilità.

Credo perciò utile far notare che tutti i metodi che servono in Igrometria per la determinazione della tensione del vapor acqueo nell'aria, e del rapporto fra essa tensione e quella di saturazione alla stessa temperatura possono altresì servire a determinare la tensione d'un vapore qualsiasi emesso da una soluzione e il rapporto fra essa tensione e quella del vapore emesso dal solvente puro, ossia saturo, alla stessa temperatura, donde si può dedurre

(1) Dana, *A System of Mineralogy* 1893, pag. 258.

nel modo solito il peso molecolare del corpo disciolto. Alcuni di questi metodi inoltre non richiedono che apparecchi ed operazioni della massima semplicità.

Uno studio comparativo completo di questi metodi, cioè del loro modo di funzionare, delle condizioni più propizie, degli apparecchi più convenienti, degli errori cui sono soggetti, delle precauzioni da usare, richiederebbe molto più tempo di quello di cui posso disporre attualmente, molto dopo la chiusura dell'anno scolastico. Differendo perciò questo studio ad epoca più propizia, mi limiterò per ora ad esporre il principio di questi metodi, le disposizioni più ovvie per metterli in pratica, ed alcune esperienze destinate a dimostrarne l'attuabilità e ad indicare all'incirca le condizioni nelle quali si deve operare.

Metodo psicrometrico con termometri. — Questo, che è certo il più comodo dei metodi igrometrici e che difatti è adottato negli Osservatorî meteorici, è anche d'un uso molto facile per la determinazione del peso molecolare dei corpi in soluzione diluita. Il semplice apparecchio di cui mi sono servito nelle pochissime prove che ho eseguito è il seguente. Nel fondo d'una boccetta a collo largo versai uno strato della soluzione alto circa 1 cm. e chiusi la boccetta con un tappo attraversato da tre fori, per due dei quali passavano due termometri che giungevano fino a 1 cm. circa dalla soluzione, uno col bulbo nudo, l'altro col bulbo avviluppato strettamente da uno o due giri di carta da filtro tenuta fissa mediante una legatura o un anelletto di gomma; per il terzo foro passava e scorreva liberamente un'asta o tubo di vetro coll'estremità inferiore ripiegata orizzontalmente, pescante nella soluzione e destinata a rimescolarla per mantenerla omogenea.

Alcune precauzioni che è utile di avere sono le seguenti: I due termometri paralleli devono esser tanto lontani quanto lo permette il diametro del collo della boccetta, ed inoltre conviene fissare al tappo una laminetta metallica levigata che stia fra i loro bulbi a modo di schermo ed impedisca che l'uno agisca sull'altro per irradiazione. È utile anche che la boccetta sia immersa fino al collo in un gran bicchiere o altro recipiente pieno d'acqua alla temperatura ambiente e frequentemente agitata, dimodochè la sua temperatura sia uniforme, e se le pareti di questo recipiente sono trasparenti, conviene avvolgerle con un foglio di carta per evitare che le irradiazioni dall'esterno possano agire disugualmente sui due termometri.

Ciò posto, sollevato per un momento il tappo coi termometri, con una pipettina di capacità conveniente facevo arrivare sulla carta da filtro che avvolgeva uno dei bulbi, tanto solvente che bastasse ad imbeverla bene senza che vi fosse la minima possibilità che potesse gocciolare sulla soluzione sottostante ed alterarne le proporzioni. È comodo che il solvente destinato a bagnare il bulbo del termometro sia tenuto in un tubo d'assaggio immerso nello stesso bagno colla boccetta suddetta, ed abbia quindi la stessa tempe-

ratura. Rimesso a posto il tappo, il solvente che bagna il bulbo, avendo una tensione di vapore maggiore di quella della soluzione, emette continuamente vapore che si diffonde verso di essa e vi si condensa, e così la temperatura del termometro bagnato diminuisce, finchè la quantità di calore assorbita per l'evaporazione non è uguale a quella ricevuta dall'aria circostante e per irradiazione. L'aumento di temperatura prodotto dal condensarsi del vapore sulla soluzione, a causa della gran massa di questa e del bagno che la circonda, è trascurabile.

Siano t e t' le temperature del termometro asciutto e di quello bagnato, F ed F′ le tensioni di vapore del solvente a t e t' ed F″ la tensione di vapore della soluzione a t; sia m il peso molecolare del solùto, p il suo peso in grammi in 100 di solvente, e sia finalmente H la pressione atmosferica, A, B, C, apposite costanti.

La formula psicrometrica ci dà:

$$F' - F'' = \frac{A}{H}(t - t').$$

Inoltre si può ammettere che per piccole variazioni di temperatura, le corrispondenti variazioni della tensione di vapore del solvente siano ad esse proporzionali, e quindi sia:

$$F - F' = h(t - t'),$$

essendo h la variazione per 1° di essa tensione. Ne risulta

$$F = F'' - \left(\frac{A}{H} + h\right)(t - t').$$

D'altra parte la legge di Raoult ci dà:

$$F - F'' = B.F.\frac{p}{m}$$

ed uguagliando i due valori di F — F″ si ricava:

$$(a) \qquad t - t' = \frac{BF}{A/H + h} \cdot \frac{p}{m} = C\frac{p}{m}, \quad m = C\frac{p}{t - t'}.$$

La costante C si potrebbe calcolare quando fossero noti B, F, h, H e si calcolasse A basandosi sul coefficiente di diffusione del vapore, tenendo conto delle dimensioni dell'aria nella quale si effettua la diffusione ecc.; ma torna più comodo e più sicuro il determinarla sperimentalmente osservando la differenza di temperatura prodotta da una soluzione nota a temperatura e pressione determinate. Se p_1, m_1, t_1, t_1', sono i dati corrispondenti a questa soluzione e supponiamo t_1 poco diverso da t, avremo:

$$m_1 = C\frac{p_1}{t_1 - t_1'}, \quad \frac{m}{m_1} = \frac{p}{p_1}\frac{t_1 - t_1'}{t - t'}$$

e se $p = p_1$ si ha:

$$\frac{m}{m_1} = \frac{t_1 - t'_1}{t - t'}$$ e se invece $\frac{p}{m} = \frac{p_1}{m_1}$ risulta: $t - t' = t_1 - t'_1$,

ossia:

Soluzioni diluite aventi un ugual peso di corpo disciolto per 100 di uno stesso solvente producono sul termometro bagnato di solvente, a parità delle altre condizioni, abbassamenti di temperatura che sono inversamente proporzionali al peso molecolare del corpo disciolto; ovvero anche:

Soluzioni diluite aventi disciolti uguali numeri di molecole di diversi corpi per 100 gr. di uno stesso solvente, a parità delle altre condizioni, producono uguali abbassamenti di temperatura sul termometro bagnato col solvente stesso.

Nell'applicare la formula (*a*) bisogna tuttavia tener conto che la costante C contiene come fattore F la tensione di vapore del solvente e quindi varia proporzionalmente ad essa quando la temperatura e quindi la tensione varia. Sarà facile di determinare coll'esperienza oppure di calcolare i diversi valori di C per le temperature ordinarie.

È anche da notare che essa costante vale rigorosamente solo per una stessa boccetta e per una stessa distanza del termometro bagnato dalla soluzione, cambiando uno o l'altro di questi elementi, cambia la costante psicrometrica A e quindi anche C. Tuttavia in parecchie prove eseguite avvicinando o allontanando il termometro bagnato alla soluzione, tanto quanto lo permetteva la boccetta, la temperatura del termometro bagnato rimase immutata, per cui pare che questa causa di variazione della costante abbia ben poca influenza.

La differenza $t - t'$ delle temperature del termometro asciutto e di quello bagnato, può anche esser determinata con un solo termometro, poichè la temperatura del termometro asciutto è anche quella del bagno e della soluzione. A tal uopo, scelto un periodo di tempo nel quale la temperatura ambiente e quella del bagno e della soluzione si mantenevano quasi affatto costanti, determinavo col termometro, col bulbo nudo, la temperatura del bagno che circondava la boccetta, quindi asciugavo il bulbo, lo avvolgevo colla carta da filtro, lo agitavo nell'aria finchè avesse perduto il calore ricevuto nell'ultima operazione, lo bagnavo col solvente puro e lo introducevo nella boccetta. Quando la temperatura da esso indicata era divenuta affatto stazionaria, ne prendevo nota ed avevo così t'; toglievo quindi il termometro, levavo la carta che ne avvolgeva il bulbo e determinavo nuovamente la temperatura del bagno che dava il valore di t, mentre la prima determinazione serviva solo come indizio o per una eventuale correzione.

In un apparecchio costruito nel modo precedentemente indicato, l'abbassamento di temperatura causato da una soluzione di 5 gr. di glicerina in 100 gr. di acqua su un termometro bagnato con acqua, fu di 0°,25; misu-

rato con un termometro diviso in decimi di grado, esso permette già una determinazione abbastanza esatta del peso molecolare cercato. Tale abbassamento potrebbe riuscire alquanto maggiore qualora si facilitasse l'evaporazione coll'aumentare la superficie assorbente, p. es. tappezzando di carta da filtro le pareti della boccetta e facendole imbevere di soluzione. Inoltre esso risulterebbe assai maggiore per soluzioni in liquidi più volatili dell'acqua, come il benzolo, l'etere o il solfuro di carbonio, ecc. ed inoltre per una data soluzione esso cresce al crescer della temperatura (proporzionalmente alla tensione di vapore del solvente). Operando a temperature diverse dall'ambiente occorrerebbero molte cure per evitare gli errori prodotti dall'irradiazione dei corpi circostanti e dalle variazioni della temperatura; più facile riuscirebbe la determinazione alla temperatura d'ebollizione del solvente e nella stufa che serve alla determinazione del punto 100 dei termometri, però è dubbio se il metodo in questo caso presenti qualche vantaggio sulla determinazione solita mediante la temperatura d'ebollizione della soluzione.

Metodo psicrometrico senza termometri, mediante pesate. — Può avvenire non raramente in un laboratorio di chimica, che i buoni termometri, divisi almeno in decimi di grado, quali occorrono per le determinazioni col metodo precedente, non siano disponibili, perchè in uso per altre ricerche, o per altre ragioni. È possibile tuttavia eseguire la determinazione, non solo senza inconvenienti, ma fors'anche con vantaggio.

Difatti, se nella determinazione precedente noi sostituiamo il termometro bagnato con un'asta o tubo di vetro avvolto anch'esso con carta da filtro e bagnato col solvente, ed abbiamo cura di pesare questo tubo (colle debite cure perchè durante la pesata non si perda liquido per evaporazione o per gocciolamento) prima d'introdurlo nella boccetta che contiene in fondo la soluzione, e dopo avervelo lasciato per un tempo noto, la perdita di peso che esso ha subìto per minuto e per cm^2 della superficie evaporante, misura l'intensità dell'evaporazione e può servire altresì come misura del raffreddamento che in uguali condizioni avrebbe subìto un termometro. Potremo quindi far uso delle formule trovate per il metodo precedente, sostituendovi alle differenze di temperatura il peso di solvente evaporato per cm^2 e per minuto, oppure anche il peso totale del solvente evaporato se si ha cura di usare sempre una ugual superficie evaporante e far durare l'evaporazione un tempo determinato sempre lo stesso. Del resto la legge dell'evaporazione che stabilisce che la quantità di liquido evaporato è proporzionale alla differenza fra la tensione del liquido evaporante e la tensione nell'ambiente, o anche la legge della diffusione che stabilisce che la quantità di vapore che si diffonde è proporzionale alla differenza di tensione nelle sezioni estreme, conducono, unitamente alla legge di Raoult, alle stesse formule; l'abbassamento di temperatura prodotto dall'evaporazione non fa che modificare proporzionalmente la tensione di vapore del solvente e modifica solo la costante.

Può tornar comodo di pesare non il tubo bagnato di solvente (che dovrebbe esser pesato dentro un altro tubo per impedire l'evaporazione durante la pesata) ma la boccetta colla soluzione, che avrà subìto un aumento di peso, oppure si potrà collocare su un piatto della bilancia la boccetta, e sull'altro il tubo bagnato, la variazione del peso occorrente per l'equilibrio è in questo caso la somma e il doppio delle singole variazioni di peso del tubo bagnato e della boccetta.

Feci alcune esperienze colla soluzione acquosa di glicerina (al 5 %) usata precedentemente; per aumentare la quantità d'acqua evaporata, aumentai le superficie evaporante ed assorbente e diminuii la loro distanza. Perciò invece della solita boccetta usai un tubo d'assaggio di 3 cm. di diametro, lungo 15 cm. tappezzato internamente con carta da filtro fino a 3 cm. dall'orlo; in questo tubo versai un po' di soluzione, ed inclinandolo e poi facendolo ruotare attorno al proprio asse feci che essa bagnasse bene la carta da filtro, quindi pesai questo tubo dopo averlo ricoperto con una capsuletta che colla sua convessità s'adattava bene all'orlo del tubo stesso.

Inoltre presi un altro tubo d'assaggio di 1 cm. di diametro, attraversante un tappo che s'adattava bene nel tubo più largo, lo avvolsi con carta da filtro che bagnai d'acqua tanto che ne fosse bene imbevuta senza che potessero cadere delle gocce, e lo introdussi nel tubo più largo avendo cura che le pareti non venissero a contatto e fissai il tappo. Dopo un tempo determinato estrassi il tubo centrale colle stesse precauzioni, ricoprii il tubo largo colla stessa capsuletta di prima e lo ripesai, e l'aumento di peso mi diede la quantità d'acqua evaporata dal tubo centrale ed assorbita dalla soluzione. È necessario durante l'evaporazione di rinnovare la superficie della soluzione che si diluisce per effetto del vapore che vi si condensa, e ciò tanto più spesso quanto maggiore è la condensazione. Ciò si ottiene facilmente inclinando il sistema dei due tubi finchè sia quasi orizzontale (avendo cura che la soluzione pesata non giunga sino al tappo) e facendolo ruotare sul suo asse.

Nelle mie esperienze la quantità d'acqua assorbita dalla soluzione fu di 7 mgr. per ora, quindi siccome l'esperienza può essere prolungata per 24 o più ore, si potrebbero ottenere risultati misurabili anche con soluzioni molto più diluite di quelle da me usate e con solventi molto meno volatili. Nel caso però di evaporazioni e diffusioni lentissime occorrerebbe assicurarsi, sperimentando prima con soluzioni note, che le perturbazioni causate dai cambiamenti della temperatura ambiente non disturbino sensibilmente la regolarità dei risultati.

Qualora invece il solvente fosse molto volatile, sarebbe utile rallentare la velocità dell'evaporazione, sia diminuendo la superficie assorbente e quella evaporante, sia aumentando la loro distanza. Così il tubo esterno non dovrebbe esser tappezzato con carta da filtro e dovrebbe contenere la soluzione, so-

lamente in fondo, ed il tubo bagnato dovrebbe essere più corto e di minor diametro.

Ritengo che quèsto metodo possa dare buoni risultati anche a temperatura diversa da quella dell' ambiente, ed anche se essa non fosse rigorosamente costante ma oscillasse attorno ad una media. Nei periodi nei quali la temperatura cresce, siccome il tubo esterno si scalda per il primo, l' assorbimento del vapore diminuirebbe, ma nei periodi nei quali la temperatura va decrescendo si produrrebbe il fenomeno inverso, e le due variazioni potrebbero compensarsi.

Metodo degli igrometri ad appannamento. — Per vedere all' incirca il modo di funzionare di questo metodo e gl' inconvenienti che può presentare, in una boccetta a collo largo contenente in fondo un po' di soluzione, ho adattato un tappo attraversato da un tubo d'ottone nichelato, chiuso in fondo, aperto in cima, largo circa 2 cm. nel quale versavo un liquido volatile, etere, alcool o acqua. Esso tubo era chiuso a sua volta da un tappo con tre fori attraversato da un termometro immerso completamente nel liquido volatile, da un tubo aperto ai due capi, affilato inferiormente che giungeva fino in fondo del liquido suddetto e da un terzo tubo più corto che non pescava nel liquido. Questo tubo nichelato col suo contenuto viene a costituire la parte essenziale dell' igrometro di Regnault.

Se per il tubo pescante nel liquido volatile si fa in questo gorgogliare aria, questa saturandosi di vapore produce evaporazione e quindi un raffreddamento progressivo, e quando la temperatura è divenuta così bassa che il vapore a contatto del tubo nichelato sia saturo, un ulteriore raffreddamento per quanto piccolo produrrà la condensazione del vapore, ossia l' appannamento del tubo. Interrompendo il passaggio dell' aria la temperatura salisce, e quando abbia oltrepassato quella di saturazione del vapore, l' appannamento si evapora e sparisce.

Operando lentamente e prendendo la media delle due temperature alle quali comparisce e scomparisce l' appannamento, si ha la temperatura alla quale il vapore prodotto dalla soluzione è saturo. Se F' è la tensione di questo vapore, t la temperatura della soluzione, t' la temperatura del tubo nichelato corrispondente alla saturazione, si ha che t e t' sono (per definizione) le temperature d' ebollizione della soluzione e del solvente puro alla pressione F', e ad esse si può applicare la formola di Van 't Hoff. L' esperienza dirà se questo modo di determinare le temperature d' ebullizione del solvente e della soluzione presenti qualche vantaggio, per lo meno in casi speciali.

In questo metodo è d' importanza essenziale, che le più piccole traccie d' appannamento siano visibili con sicurezza; nel mio apparecchio, l' imperfezione del tubo nichelato, quelle del vetro della boccetta e del bicchiere che lo circondava, rendevano molto facile di confondere le suddette imperfezioni con le traccie di appannamento e viceversa. Colla soluzione di glice-

rina precedentemente usata, la temperatura di saturazione fu all'incirca di 0°,3 sotto quella della soluzione.

Per apprezzare bene l'appannamento occorrerebbe che il tubo nichelato avesse almeno una faccia ben piana (come negli igrometri di Allouard e di Chistoni) e che fosse, per quanto è possibile, levigata e specchiante. Se allora s'illumina fortemente questa faccia con luce normale, e si osserva per riflessione molto obliqua una superficie affatto nera, all'occhio difeso dai riflessi laterali non può pervenire niente luce. Se però sulla superficie specchiante si depone un po' di rugiada questa diffonde la luce normale in tutte le direzioni ed apparirà all'occhio come intensamente luminosa.

M' è parso anche che riuscisse di qualche utilità l'illuminare obliquamente la superficie specchiante, e il ricevere i raggi riflessi prima su una lente e poi su uno schermo collocato al foco coniugato della superficie suddetta rispetto alla lente. Inoltre potrebbe esser utile far produrre l'appannamento sul mercurio, la cui superficie si può sempre e agevolmente rinnovare e rendere specchiante. Le esperienze da me eseguite furono finora, per le ragioni sopra esposte, troppo frettolose per poterne dedurre sicure conclusioni.

Il metodo precedente, per il principio su cui essenzialmente è fondato, dà la temperatura di saturazione del vapore per approssimazioni successive; quando l'appannamento si produce il termometro indica una temperatura inferiore a quella di saturazione, fintantochè l'appannamento perdura, l'apparecchio diviene una specie di psicrometro, ed indica più o meno esattamente la temperatura del termometro bagnato del psicrometro che è sempre superiore a quella di saturazione (poichè altrimenti non vi sarebbe evaporazione), e quando l'appannamento è scomparso del tutto la temperatura del termometro è ancora di più superiore a quella di saturazione.

Solo se la quantità di rugiada è minima, le due temperature corrispondenti alla produzione e alla dissoluzione dell'appannamento differiscono pochissimo in meno e in più dalla temperatura di saturazione, colla quale la loro media può ritenersi uguale.

Un metodo teoricamente esatto sarebbe quello di determinare la temperatura alla quale il solvente che bagna per es. un termometro non emette nè assorbisce vapore e quindi il suo peso rimane costante. In tal caso la sua tensione di vapore sarebbe uguale a quella della soluzione che trovasi alla temperatura ambiente; non mi pare tuttavia che questo metodo possa essere facilmente messo in pratica.

Un altro metodo usato in igrometria, e che potrebbe essere usato facilmente per lo scopo attuale, è quello di determinare con un manometro ad aria libera ad acqua o con altro liquido, l'aumento di pressione che produce in un recipiente chiuso e pieno d'aria, l'introduzione di una certa quantità della soluzione. L'azione perturbatrice delle pareti osservata da Regnault, confermata dal Galitzin, in questo caso non sarebbe da temere, perchè il vapore non saturo non si condenserebbe su di esse.

Chimica. — I. *Sulla reazione di Kolbe per la formazione degli ossiacidi aromatici in presenza di solventi indifferenti.* II. *Relazione tra questa reazione e il comportamento crioscopico dei fenoli in benzolo ed altri solventi esenti d'ossidrile* (1). Nota di G. Oddo ed E. Mameli, presentata dal Socio Paternò.

I.

Abbiamo osservato che la reazione di Kolbe (2) tra sodio, fenoli e anidride carbonica per la formazione degli ossiacidi aromatici, avviene, in alcuni casi, anche in presenza di solventi indifferenti; e l'uso di questi ci ha fatto constatare delle differenze notevoli di comportamento tra i diversi fenoli, le quali sfuggivano operando per azione diretta a pressione ordinaria o in tubi chiusi.

Il solvente del quale abbiamo fatto più uso nelle nostre ricerche è stato il toluene anidro, e quando la decomponibilità dell'acido non permetteva d'operare a temperatura elevata, si fece uso dell'etere anidro; in altri pochi casi per ottenere temperature superiori a quella del toluene bollente, non avendo a disposizione cimene o xilene, si ricorse a delle frazioni di petrolio purificato, bollenti dentro certi limiti. Tentativi fatti con un solvente attivo — l'alcool amilico — allo scopo d'aumentare il rendimento in acido, non diedero risultato favorevole.

A ciascun fenolo, sciolto in circa 50 volte il suo peso del solvente, veniva aggiunto il sodio, tagliato in nastrini molto sottili, si portava all'ebollizione e contemporaneamente o dopo qualche tempo si faceva passare la corrente d'anidride carbonica secca. In un caso o nell'altro il sodio richiedeva molto tempo prima di consumarsi, anche impiegandone un atomo per ogni atomicità del fenolo, e rimaneva in gran parte inalterato se si usavano due atomi. Quando il sodio era interamente scomparso, o la quantità residuale non accennava a diminuire, si faceva raffreddare e la massa, che il più delle volte era densa e in gran parte gelatinosa, sospesa nel solvente, si trattava cautamente con acqua fino a consumare tutto il sodio. Separata la parte toluica da quella acquosa, la prima, dopo alcuni lavaggi con acqua, veniva asciugata con $CaCl_2$, e distillata, ricavando così una parte del fenolo, che non si era combinato; la soluzione acquosa alcalina veniva saturata con anidride

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale dell'Università di Cagliari, agosto, 1901.

(2) Ann. Ch. *115*, 201; Journ. pr. Ch. (2) *27*, 503 e *31*, 397; Ber. deut. chem. Ges. XI, 1910 e XVI, 795.

carbonica, per ottenere il resto del fenolo rimasto inalterato, e, separato questo, si acidificava per precipitare l'acido, il quale veniva raccolto, lavato su filtro e cristallizzato. Nei casi speciali in cui il fenolo in esame era solubile in acqua, si riotteneva estraendo le acque sature di CO_2 con etere.

I risultati ottenuti sono i seguenti.

Il fenolo ordinario, sperimentato in diverse condizioni di temperatura (toluene, alcool amilico, petrolio p. e. 140-160°, petrolio p. e. 180-200°), anche dopo riscaldamento prolungato di varî giorni è rimasto sempre inalterato.

Dei tre cresoli, soltanto l'orto, dopo 24 ore di riscaldamento, ha fornito il 5 per cento d'acido β cresotinico, p. f. = 163-164; mentre il guaiacolo, nel quale, come è noto, le due catene sostituenti OH, OCH_3, stanno pure in posizione orto, non ne diede nemmeno tracce.

Migliori risultati si ricavano quando nel nucleo benzenico, insieme all'ossidrile fenolico sono legate altre due catene sostituenti; ma il rendimento varia con la natura della catena. Infatti lo xilenolo OH, CH_3, CH_3 = 1, 2, 4 ci ha fornito il 15 per cento d'acido α ossixililico; mentre il creosolo, nel quale OH, OCH_3, CH_3 stanno egualmente in posizione 1, 2, 4, anche dopo 30 ore di riscaldamento, dà un rendimento in acido creosolcarbonico più scarso del fenolo precedente, che non arriva al 10 per cento, analogamente a quanto abbiamo detto per il guaiacolo rispetto all'ortocresolo.

I rendimenti aumentano con l'allungarsi d'una delle due catene alchiliche sostituenti, ma in modo diverso secondo la posizione della catena più lunga rispetto all'ossidrile. Così dei due metilisopropilfenoli, il timolo, nel quale l'isopropile è in posizione orto rispetto all'ossidrile, fornisce circa il 50 per cento d'acido ortotimotico; mentre il carvacrolo, in cui è il metile in posizione orto rispetto all'ossidrile, dà soltanto il 15 per cento d'acido carvacrotico CH_3, OH, COOH, C_3H_7 = 1, 2, 3, 4, p. f. = 135-137°.

Questo processo, fondato sull'uso dei solventi, acquista però l'importanza d'un metodo di preparazione veramente vantaggioso con i fenoli biciclici. Infatti dai due naftoli α e β, si ottengono, con grande facilità e con rendimento quasi teorico, i due acidi naftolcarbonici OH, CO_2H = $\alpha\beta$, p. f. 185° per il primo e OH, CO_2H = $\beta\alpha$, p. f. 156°, per il secondo. Per ottenerli puri basta cristallizzarli per una o due volte da alcool ordinario, riscaldando però sino a temperatura non superiore a 40°, in caso diverso si decompongono in CO_2 e nel naftolo corrispondente.

Se invece degli alchili s'introducono nella molecola dei fenoli catene sostituenti negative, come $-NO_2$, ovvero —OH, $-CO_2H$, da noi finora studiate, non si forma affatto acido carbossilico. E così non ne abbiamo ottenuto nemmeno tracce impiegando, sempre in soluzione nel toluene, o— e p— nitrofenolo, dinitrofenolo OH, NO_2, NO_2 = 1, 2, 4, acido picrico e anche dinitronaftolo OH, NO_2, NO_2 = α, β, α', per quanto si prolungasse il ri-

scaldamento per 24-30 ore. Similmente non si ottiene nessuna traccia di acido, nè in soluzione nel toluene bollente, nè in soluzione nell'etere assoluto, con i tre fenoli biatomici pirocatechina, resorcina e idrochinone; e in nessuna esperienza positiva con i fenoli monoatomici abbiamo ottenuto acidi bicarbossilici: ciò mostra che anche $—CO_2H$ ostacola la reazione. A confermare questo fatto, si fece agire sull'acido salicilico in soluzione nel toluene il sodio e l'anidride carbonica per circa 24 ore e lo abbiamo riottenuto del tutto inalterato.

Un'eccezione a questa regola delle catene sostituenti negative, che concorrerà poi molto a darci spiegazione del processo, abbiamo trovato tra i fenoli soltanto nella floroglucina, che fornisce facilmente l'acido floroglucinmonocarbonico. Basta far agire un atomo o più di sodio per una molecola di floroglucina, disciolta in etere anidro, far gorgogliare simultaneamente l'anidride carbonica nell'apparecchio a ricadere per circa due ore, e trattare il prodotto della reazione nel modo già descritto, perchè si abbia un rendimento quasi teorico. Riesce però molto difficile purificare quest'acido, perchè si decompone anche col riposo a temperatura ordinaria, come mostrano le seguenti analisi.

Gr. 0,2514 di sostanza appena precipitata dalla soluzione alcalina, lavata con acqua, disseccata un po' all'aria e poi per una notte nel vuoto, fornirono gr. 0,4595 di CO_2 e gr. 0,1012 di H_2O:

	Trovato %	Calcolato per $C_6H_5O_2.CO_2H$
C	49,84	49,40
H	4,50	3,56

Invece gr. 0,2137 della medesima sostanza, bruciata dopo oltre tre giorni di permanenza in un essiccatore nel vuoto, fornirono gr. 0,4383 di CO_2 e gr. 0,0984 di H_2O:

	Trovato %	Calcolato per $C_6H_6O_3$
C	55,93	57,12
H	5,15	4,80

In grandissima parte s'era dunque decomposto in floroglucina, della quale presentò anche il punto di fusione.

Non abbiamo eseguito ancora esperienze con fenoli nei quali si trovino, come catene sostituenti, radicali positivi come NH_2.

Da questo studio comparativo risulta che quanto più facilmente i fenoli si prestano a fornire l'ossiacido corrispondente, tanto maggiore tendenza hanno questi a decomporsi. Infatti l'acido salicilico è abbastanza stabile, mentre i due acidi naftolcarbonici e così pure il floroglucinmonocarbonico si decompongono molto facilmente col riscaldamento e anche a temperatura ordinaria.

Del pari gli ossiacidi meno stabili più facilmente reagiscono con l'acido nitroso. Per gli acidi α- e β- naftolcarbonici basta agitarli a temperatura ordinaria con nitrito sodico per trasformarli negli isonitrosoortochinoni, con sviluppo di CO_2; al contrario per l'acido salicilico, a temperatura ordinaria o all'ebollizione, la reazione non avviene, e quando si riscalda in tubi chiusi a 150° con nitrito d'amile, in mezzo a molti prodotti resinosi, si estrae con le soluzioni alcaline una scarsa quantità di sostanza, che, riprecipitata con gli acidi, dopo ripetute cristallizzazioni dall'acqua bollente e quindi dalla ligroina, dove è pochissimo solubile, si riesce ad ottenere in piccoli aghi bianchi, che danno con gli alcali la reazione gialla caratteristica degli isonitroso-chetoni, ed hanno un punto di fusione molto elevato: 220°. Riuscendo però molto costosa la preparazione, le risorse di questo laboratorio non ci hanno consentito d'ottenerlo in quantità sufficiente per poterlo studiare.

Per darci una spiegazione di tutti questi fatti, se richiamiamo alla nostra mente che i chetoni ciclici saturi, come la canfora e il mentone (1), danno facilmente nelle medesime condizioni gli acidi carbonici corrispondenti e che dei fenoli poliatomici studiati soltanto la floroglucina, la quale, come è noto, può assumere la forma trichetometilenica, fornisce e con grande facilità l'acido monocarbonico, possiamo attribuire la maggiore tendenza che vanno acquistando i fenoli a dare gli acidi carbossilici col crescere del numero degli alchili sostituenti nel nucleo benzenico e della loro lunghezza e col condensarsi dei nuclei, ad una maggiore tendenza che va acquistando il loro ossidrile a diventare carbonile:

Lo stesso è da ammettersi per gli ossiacidi che si formano:

e perciò gli acidi naftolcarbonici sia rispetto al calore che all'acido nitroso, hanno un comportamento identico a quello dimostrato da uno di noi per gli acidi canfocarbonico e mentonmonocarbonico (2).

(1) G. Oddo, Gazz. chim. ital., 1893, I, 70; 1897, II, 97.
(2) G. Oddo, Gazz. chim. ital., 1893, I, 85 e 1897, II, 108.

II.

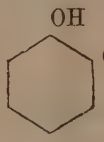
Mettiamo ora questa proprietà da noi riscontrata nell'ossidrile dei fenoli in relazione col comportamento crioscopico di questi corpi negl' idrocarburi aromatici ed altri solventi esenti d'ossidrile.

È noto, per le interessanti ricerche principalmente di Paternò [1] e in seguito di Auwers [2], che mentre gli acidi, gli alcooli propriamente detti, le ossime ed altre sostanze contenenti ossidrile mostrano in soluzione nella benzina, nella naftalina, nel p-xilene etc. un comportamento crioscopico anormale, e col crescere della concentrazione si determinano delle condensazioni molecolari sempre più complesse, i fenoli invece si comportano quasi normalmente, dando abbassamenti che corrispondono quasi alla molecola semplice.

Ma vi hanno delle eccezioni, che però sono poche, come abbiamo potuto osservare anche noi, studiando crioscopicamente in benzolo i fenoli da noi usati per la reazione di Kolbe, dei quali non si conosceva il comportamento.

Si sono riscontrate principalmente col fenolo ordinario e col p-cresolo in diversi solventi: ora poichè nessuno di questi due fenoli fornisce col nostro metodo l'ossiacido — e ciò rivela che l'ossidrile resta in essi inalterato (a parte la questione delle soluzioni solide che non si può invocare per tutti i solventi) — era d'aspettarsi che anche il comportamento crioscopico doveva essere quello anormale caratteristico dei veri alcooli.

Ma abbiamo constatato che questa corrispondenza non si conserva nel comportamento degli altri fenoli. Difatti l'o-cresolo ha fornito, come abbiamo detto, il 5 per cento d'ossiacido: e in soluzione nel benzolo, dove non era stato studiato, noi abbiamo ottenuto crioscopicamente i seguenti risultati:



= 107,25

Concentrazione	Abb. punto congel.	Peso mol.	Differ. dal peso molec. teoret.
	I. Serie		
1,185	0,554°	104,7	— 2,55
2,451	1,083	110,8	+ 2,75
3,497	1,470	116,6	» 9,35
4,553	1,880	118,7	» 11,45
5,596	2,183	125,6	» 18,35

(1) Gazz. chim. ital. *1889*, 640; *1894*, II, 197; *1895*, I, 411.

(2) Zeits. phys. Ch. *12*, 689; *15*, 53: *18*, 595 (1895); *21*, 337 (1896). Si veda inoltre Raoult, Ann. Ch. Phys. (6). 2, 66; Beckmann, Zeits. phys. Ch. *2*, 715.

Concentrazione	Abb. punto congel.	Peso mol.	Differ. dal peso molec. teoret.
	II. Serie		
0,825	0°,391	103,3	— 3,95
2,120	0,948	109,5	+ 1,25
3,658	1,546	116	» 8,75
5,058	2,057	120,5	» 13,25
6,495	2,517	126,4	» 19,15

ed Auwers in soluzione nella naftalina:

1,15	0°,692	115	+ 7,75
2,50	1,260	118	» 10,75
3,62	2,068	123	» 15,75
8,75	4,600	131	» 33,75

L'as. m-xylenolo ci ha fornito il 15 per cento d'ossiacido, e crioscopicamente nella benzina ci ha dato i seguenti risultati:

= 121,2

Concentrazione	Abb. punto congel.	Peso mol.	Differ. dal peso molec. teoret.
	I. Serie		
1,000	0°,493	107,3	— 13,9
2,172	0,871	122,2	+ 1
3,307	1,268	127,8	» 6,6
4,404	1,649	130,9	» 9,7
5,545	1,997	136,1	» 14,9
	II. Serie		
0,889	0°,388	112,3	— 8,9
2,064	0,842	120	» 1,2
3,319	1,266	128,4	+ 7,2
4,594	1,689	133,3	» 12,1
5,895	2,059	140,3	» 19,1

e ad Auwers in soluzione nella naftalina:

Concentrazione	Abb. punto congel.	Peso mol.	Differ. dal peso molec. teoret.
1,12	0°,630	123	+ 1,8
3,66	1,946	130	» 8,8
6,41	3,276	135	» 13,8
8,93	4,375	141	» 19,8

Il timolo ci ha fornito il 50 per cento d'acido timotico e il prof. Paternò vi ha osservato in benzina il seguente comportamento crioscopico:

1,2822	0°,43	158	+ 9
2,2362	0,755	157	» 8
3,3795	1,11	161	» 12
6,0069	1,89	168	» 19
10,5183	3,06	182	» 33
17,7079	4,725	198	» 49

e Auwers in naftalina:

1,42	0°,669	146	— 3
2,58	1,195	148	» 1
5,46	2,437	155	+ 6
8,54	3,697	159	» 10

Il carvacrolo ci ha fornito invece il 15 per cento d'ossiacido, ma crioscopicamente in benzolo non vi abbiamo constatato notevoli differenze dal suo isomero. Ecco difatti i risultati che ne abbbiamo ottenuti:

Concentrazione	Abb. punto congel.	Peso mol.	Differ. dal peso molec. teoret.
	I. Serie		
0,822	0°,331	121,7	— 27,3
2,159	0,773	136,9	» 12,1
3,295	1,130	142,9	+ 6,1
4,510	1,462	151,1	» 2,1
5,707	1,783	156,8	» 7,8
	II. Serie		
1,089	0°,448	119,1	— 29,9
2,258	0,818	135,3	» 13,7
3,483	1,175	145,2	» 3,8
4,659	1,519	150,3	+ 1,3
5,724	1,782	157,4	» 8,4

I due naftoli α e β ci hanno fornito rendimento quasi teorico in ossiacido, e il prof. Paternò ha ottenuto crioscopicamente in benzolo risultati quasi normali:

Concentrazione	Abb. punto congel.	Peso mol.	Differ. dal peso molec. teoret.
	α-naftol = 141		
2,2024	0°,74	157	+ 16
3,4594	1,15	159	» 18
	β-naftol		
1,3706	0°,47	154	+ 13
2,2701	0,73	165	» 24

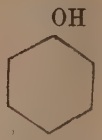
Da questo studio parallelo risulta quindi evidente che non possiamo attribuire del tutto il comportamento crioscopico quasi normale dei fenoli al fenomeno da noi constatato della trasformazione tautomerica del gruppo — COH = CH — in — CO — CH_2 —. Abbiamo visto difatti nei casi riportati che le modificazioni nel rendimento in ossiacido non sono proporzionali a quelle del comportamento crioscopico; ma una prova più decisiva dell' influenza d'altri fattori su quest' ultimo fenomeno l' abbiamo ricavato con lo studio del creosolo e più specialmente del guaiacolo.

Il creosolo, pur avendo le catene sostituenti nella medesima posizione dello xilenolo studiato, con la sola differenza che in posizione orto rispetto all' ossidrile contiene un OCH_3, ci ha dato un rendimento inferiore in acido carbossilico (circa il 10 per cento); ma il comportamento crioscopico è stato quasi uguale, normale. Abbiamo ottenuto difatti:

= 137

Concentrazione	Abb. punto congel.	Peso molec.	Differ. dal peso molec. teoret.
	I. Serie		
2,125	0°,809	128,7	— 8,3
3,492	1,263	135.5	» 1,5
4,835	1,700	139,4	+ 2,4
6,260	2,118	144,8	» 7,8
8,117	2,615	152,1	» 15,1
	II. Serie		
1,054	0°,434	119	— 18
2,183	0,834	128,3	» 8,7
3,224	1,200	131,6	+ 5,4
4,557	1,611	138,6	» 1,6

Col guaiacolo poi non abbiamo ottenuto nessuna traccia d'ossiacido, mentre abbiamo trovato il comportamento crioscopico in benzina quasi del tutto normale:



=123,1

Concentrazione	Inalz. punto eboll.	Peso molec.	Differ. dal peso molec. teoret.
	I. Serie		
1,356	0°,582	114,2	— 8,9
2,889	1,147	123,4	+ 0,3
4,371	1,694	126,4	» 3,3
5,828	2,217	128,8	» 5,7
7,386	2,705	133,8	» 10,7
	II. Serie		
0,925	0°,460	98,5	— 24,6
2,330	1,019	112,0	» 11,1
3,759	1,545	119,2	» 3,9
5,187	2,036	124,8	+ 1,7
6,615	2,518	128,7	» 5,6

Possiamo pertanto conchiudere che vi ha una serie di cause le quali influiscono in modo quasi equipollente sul comportamento crioscopico dei fenoli: ciò risulta dalle numerose esperienze d'Auwers in naftalina e da queste nostre in benzina; ma non possiamo ancora definire quale sia il meccanismo d'azione, poichè non tutte queste cause influiscono proporzionalmente sulla reazione di Kolbe in presenza di solventi e quindi sul fatto specifico da noi constatato della trasformazione tautomerica del gruppo — HC = COH — in — H_2C — CO —.

Continueremo lo studio comparativo di questi due fenomeni e, descrivendo in altro lavoro alcuni prodotti di condensazione che abbiamo ottenuto con diversi fenoli, cercheremo di mettere in evidenza quanta estensione si possa attribuire al confronto da noi istituito tra i fenoli e gli ossiacidi a cicli non saturi da una parte e dall'altra i chetoni e i chetoacidi saturi.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Socio Cerruti presenta, a nome dell'autore ing. G. Cadolini, le due pubblicazioni: *Il bonificamento dell'Agro romano* — *L'acquedotto delle Puglie*, e ne discorre.

CORRISPONDENZA

Il Vicepresidente Blaserna comunica alla Classe che la Presidenza inviava a S. M. il Re, in occasione del Suo genetliaco, il seguente telegramma:

A S. E. il generale Ponzio Vaglia, Ministro della Casa Reale
Capodimonte

« La Reale Accademia Lincei rammenta con grato animo la geniale visita ed il nobile ed elevato interessamento di Sua Maestà per gli studi. A suo nome prego V. E. di voler trasmettere all'Augusto Sovrano profonde felicitazioni e caldissimi auguri per la prosperità di tutta la Reale Famiglia e per il benessere della Nazione, le cui sorti sono indissolubilmente legate alla gloriosa Casa di Savoia ».

Il Vicepresidente
P. Blaserna.

A questo telegramma il Ministro della R. Casa rispondeva nel seguente modo:

Prof. Pietro Blaserna Vicepresidente Accademia Lincei — Roma.

« I nobili ricordi e gli elevati sentimenti che Ella esprimeva a S. M. il Re pel suo genetliaco recarono particolare gradimento all'Augusto Sovrano, il quale ringrazia cordialmente cotesto insigne Istituto e gli rinnova l'assicurazione della speciale Sua benevolenza ».

Il Ministro
E. Ponzio Vaglia.

Lo stesso Vicepresidente partecipa che alle lettere di ringraziamento inviate da Soci di nomina recente, devesi aggiungere anche quella del Socio nazionale C. Segre.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 1° dicembre 1901.

P. Blaserna, Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Meccanica. — *Su alcuni problemi di equilibrio elastico.* Nota I del prof. Orazio Tedone, presentata dal Socio Volterra.

1. In questa Nota e nell'altra, sullo stesso argomento, che presento all'Accademia, mi propongo di dar notizia di una parte di alcune mie ricerche sulle equazioni dell'equilibrio elastico per un corpo omogeneo ed isotropo.

Supposto introdotto un sistema di assi cartesiani ortogonali che chiameremo, indifferentemente, (x, y, z), ovvero (ξ, η, ζ), dinotiamo con S la porzione di spazio limitata dal semipiano $\xi = 0$ in cui la ζ è positiva e che chiameremo σ_1, e dal semipiano $\zeta = 0$ in cui è positiva la ξ e che chiameremo σ_2. Ogni punto di S viene, quindi, ad essere caratterizzato dall'avere le coordinate ξ e ζ positive.

Vogliamo, dapprima, risolvere il problema della determinazione della deformazione elastica di un mezzo omogeneo ed isotropo, che occupa lo spazio S quando su σ_1 e σ_2 sieno dati i valori degli spostamenti.

Siano perciò, (x, y, z) le coordinate di un punto qualunque A, fisso in S, e indichiamo con A_1, A_2, A_3 i punti $(-x, y, z)$, $(-x, y, -z)$, $(x, y, -z)$ i quali cadono, evidentemente, fuori di S, e con r, r_1, r_2, r_3 le distanze rispettive di ciascuno di questi punti, da un punto (ξ, η, ζ) variabile in S. Avremo allora:

$$r = \sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2}, \qquad r_1 = \sqrt{(x+\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2},$$
$$r_2 = \sqrt{(x+\xi)^2+(y-\eta)^2+(z+\zeta)^2}, \qquad r_3 = \sqrt{(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z+\zeta)^2}.$$

Se (ξ, η, ζ) cade in un punto di σ_1 è: $r = r_1$, $r_2 = r_3$; se cade in un punto di σ_2 è: $r = r_3$, $r_1 = r_2$.

Ciò posto, notiamo che il valore di una funzione φ la quale sia armonica in S ed assume valori fissati su σ_1 e σ_2, nel punto A, è dato dalla formola

$$(1)\qquad 2\pi\varphi = x\int_{\sigma_1}\varphi\left(\frac{1}{r^3}-\frac{1}{r_3^3}\right)d\sigma_1 + z\int_{\sigma_2}\varphi\left(\frac{1}{r^3}-\frac{1}{r_1^3}\right)d\sigma_2$$
$$= -\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\varphi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 - \frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_2}\varphi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2;$$

mentre il valore di una funzione ψ la quale in S soddisfi all'equazione $\Delta^2\Delta^2\psi = 0$ ed è tale che tanto ψ e $\Delta^2\psi$ assumano valori fissati su σ_1 e σ_2, nello stesso punto A, è dato dalla formola

$$(2)\quad -2\pi\psi = \frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\psi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 + \frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_2}\psi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2$$
$$+\frac{x}{2}\int_{\sigma_1}\Delta^2\psi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 + \frac{z}{2}\int_{\sigma_2}\Delta^2\psi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_3$$

nelle cui formole ξ, η, ζ sono le variabili d'integrazione.

2. Sieno ora:

$$(3)\qquad \begin{cases} \Delta^2 u = -\dfrac{\lambda+\mu}{\mu}\dfrac{\partial\theta}{\partial\xi}, \\ \Delta^2 v = -\dfrac{\lambda+\mu}{\mu}\dfrac{\partial\theta}{\partial\eta}, \\ \Delta^2 w = -\dfrac{\lambda+\mu}{\mu}\dfrac{\partial\theta}{\partial\zeta}, \end{cases} \qquad \theta = \frac{\partial u}{\partial\xi}+\frac{\partial v}{\partial\eta}+\frac{\partial w}{\partial\zeta}$$

le equazioni dell'equilibrio elastico per un corpo omogeneo ed isotropo da integrarsi nello spazio S in modo che u, v, w assumano su σ_1 e σ_2 valori fissati. Con λ e μ indichiamo le due costanti di Lamé e, ricordiamo, che $\mu > 0$, $3\lambda + 2\mu > 0$, onde, anche: $\lambda + \mu > 0$, In quanto ai valori di u, v, w su σ_1 e σ_2, ammetteremo che u, v, w, su σ_2, abbiano le derivate rispetto ad η e ζ almeno fino al second'ordine finite ed integrabili e che su σ_2 abbiano le derivate rispetto a ξ e η soddisfacenti alle stesse condizioni, ed ammetteremo, inoltre, che u, v, w all'infinito, tanto su σ_1 che su σ_2, si annullino almeno del prim'ordine.

È chiaro, poi, che possiamo limitarci a considerare soltanto il caso in cui u, v, w sieno differenti da zero soltanto su σ_1, senza restringere, perciò,

la generalità delle nostre conclusioni. In questa ipotesi, tenendo conto che $\Delta^2\theta = 0$, a causa delle (2), possiamo scrivere:

$$(4)\quad \begin{cases} 2\pi u = -\dfrac{\partial}{\partial x}\displaystyle\int_{\sigma_1} u\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 + \frac{\lambda+\mu}{2\mu}x\int_{\sigma_1}\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 \\ \qquad\qquad + \dfrac{\lambda+\mu}{2\mu}z\displaystyle\int_{\sigma_2}\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2, \\ 2\pi v = -\dfrac{\partial}{\partial x}\displaystyle\int_{\sigma_1} v\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 + \frac{\lambda+\mu}{2\mu}x\int_{\sigma_1}\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 \\ \qquad\qquad + \dfrac{\lambda+\mu}{2\mu}z\displaystyle\int_{\sigma_2}\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2, \\ 2\pi w = -\dfrac{\partial}{\partial x}\displaystyle\int_{\sigma_1} w\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 + \frac{\lambda+\mu}{2\mu}x\int_{\sigma_1}\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 \\ \qquad\qquad + \dfrac{\lambda+\mu}{2\mu}z\displaystyle\int_{\sigma_2}\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2. \end{cases}$$

E ci proponiamo, dapprima, di trasformare queste formole opportunamente.

Perciò notiamo che, qualunque sia θ su σ_1 e σ_2, purchè soddisfi a condizioni generali derivanti da quelle imposte, sopra, ad u, v, w su σ_1 e σ_2, valgono sempre le formole:

$$(a)\quad \int_{\sigma_1}\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 = \frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma,$$

$$(a')\quad \int_{\sigma_2}\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2 = \frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_2}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2,$$

$$(b)\quad \int_{\sigma_1}\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 = \frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 + 2\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_1}\frac{\theta}{r_3}\,d\sigma_1,$$

$$(b')\quad \int_{\sigma_2}\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_1 = \frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_2}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2 + 2\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma 2}\frac{\theta}{r_1}\,d\sigma_2,$$

le quali si ricavano facilmente con integrazioni per parti. Se poi θ è anche, come nel caso nostro, una funzione armonica in S, applicando il teorema di Green in S, alle due funzioni armoniche θ e $\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}$, si trova

$$-4\pi\theta = \int_{\sigma_1}\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 + \frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 + 2\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_2}\theta\,\frac{d\sigma_2}{r}$$

e questa formola, paragonata con l'altra

$$-2\pi\theta = \frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1 + \frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_2}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2$$

ci dà subito

$$(c)\qquad \int_{\sigma_1}\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1=\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1-2\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_2}\theta\frac{d\sigma_2}{r_1}.$$

Allo stesso modo si stabilirà l'altra formola

$$(c')\qquad \int_{\sigma_2}\frac{\partial\theta}{\partial\zeta}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2=\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_2}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2-2\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\theta\frac{d\sigma_1}{r_3}.$$

Facendo uso di questi risultati, le (4) si trasformano, facilmente, nelle altre formole:

$$(5)\qquad \begin{cases} 2\pi u=-\dfrac{\partial}{\partial x}\displaystyle\int_{\sigma_1}u\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1+\frac{\lambda+\mu}{2\mu}x\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1+ \\ \qquad+\dfrac{\lambda+\mu}{2\mu}z\dfrac{\partial}{\partial x}\displaystyle\int_{\sigma_2}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2+\frac{\lambda+\mu}{\mu}\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_2}\frac{\xi\theta}{r_1}d\sigma_2, \\ 2\pi v=-\dfrac{\partial}{\partial x}\displaystyle\int_{\sigma_1}v\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1+\frac{\lambda+\mu}{2\mu}x\frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1+ \\ \qquad+\dfrac{\lambda+\mu}{2\mu}z\dfrac{\partial}{\partial y}\displaystyle\int_{\sigma_2}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2, \\ 2\pi w=-\dfrac{\partial}{\partial x}\displaystyle\int_{\sigma_1}w\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1+\frac{\lambda+\mu}{2\mu}x\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_1+ \\ \qquad+\dfrac{\lambda+\mu}{2\mu}z\dfrac{\partial}{\partial z}\displaystyle\int_{\sigma_2}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)d\sigma_2+\frac{\lambda+\mu}{\mu}\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\frac{\zeta\theta}{r_3}d\sigma_1. \end{cases}$$

Queste formole risolvono completamente il nostro problema se riusciamo a determinare i valori di θ su σ_1 e σ_2 in funzione dei valori dati di u, v, w.

Per raggiungere questo scopo, deriviamo successivamente le (5) rispetto ad x, y, z e sommiamo. Tenendo presente la (1), si trova, facilmente

$$(6)\qquad \frac{\pi}{\mu}(\lambda+3\mu)\theta=-\int_{\sigma_1}\left\{u\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)+v\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)+\right.$$
$$\left.+w\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)\right\}d\sigma_1+\frac{\lambda+\mu}{\mu}\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\left[\int_{\sigma_1}\frac{\zeta\theta}{r_3}d\sigma_1+\int_{\sigma_2}\frac{\xi\theta}{r_1}d\sigma_2\right].$$

Prima di procedere oltre, osserviamo che l'integrale

$$\int_{\sigma_1}\left\{u\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)+v\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)+w\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right)\right\}d\sigma_1$$

che, per brevità, possiamo indicare con T, è una funzione finita e continua, insieme a tutte le sue derivate, in S, tranne nei punti di σ_1 nei quali l'integrale stesso è improprio. Possiamo, però, facilmente, dimostrare che T tende ad un limite determinato e finito quando ci avviciniamo, restando

sempre in S, ad un punto qualunque di σ_1, fatta eccezione, al più, per i punti dell'asse y. Abbiamo, infatti:

$$\begin{aligned}
T = &-\int_{\sigma_1} u \frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right) d\sigma_1 - \int_{\sigma_1} u \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right) d\sigma_1 + \\
&+\int_{\sigma_1} v \frac{\partial^2}{\partial x\, \partial y}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right) d\sigma_1 + \int_{\sigma_1} w \frac{\partial^2}{\partial x\, \partial z}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right) d\sigma_1 \\
= &-\int_{\sigma_1} \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right) d\sigma_1 - \int_{\sigma_1} \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right) d\sigma_1 - 2\frac{\partial}{\partial z}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u}{r}\, d\eta + \\
&+\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1} \frac{\partial v}{\partial \eta}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right) d\sigma_1 + \frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1} \frac{\partial w}{\partial \zeta}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}\right) d\sigma_1 + \\
&+2\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1} \frac{\partial w}{\partial \zeta}\frac{d\sigma_1}{r_3} - 2\frac{\partial}{\partial x}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{w}{r}\, d\eta .
\end{aligned}$$

Questo risultato si ottiene, facilmente, con delle integrazioni per parti, tenendo presenti le (a) e (b) e nella ipotesi che gli assi (x, y, z) sieno orientati nel modo solito, in modo, cioè, che se una persona ha i piedi sul piano x, y e la testa secondo la direzione positiva dell'asse z, quando guarda verso la direzione positiva dell'asse y, ha la direzione positiva dell'asse x alla sua sinistra. Ora di tutti i termini che compaiono nella nuova espressione di T soltanto

$$\frac{\partial}{\partial z}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u}{r}\, d\eta , \quad \frac{\partial}{\partial x}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{w}{r}\, d\eta \ (^1)$$

possono diventare infiniti nei punti dell'asse y. Però noi supporremo, a causa della continuità, che il limite di u, v, w, quando ci avviciniamo ad un punto qualunque dell'asse y, restando su σ_1, sia zero in modo che i due integrali precedenti saranno identicamente nulli. Questo valore limite di T è, inoltre, una funzione continua dei punti di σ_1.

Indicando con $T'(y, z)$ il limite di T per $x = 0$ e con $T''(x, y)$ il valore di T per $z = 0$, dalla (6) risultano subito le due equazioni seguenti:

$$(7)\quad \begin{cases} \dfrac{\pi}{\mu}(\lambda+3\mu)\,\theta(0, y, z) = -T'(y, z) + 3\dfrac{\lambda+\mu}{\mu}\, z \displaystyle\int_{\sigma_2} \frac{\xi^2\,\theta(\xi, \eta, 0)\, d\sigma_2}{[x^2+(y-\eta)^2+\xi^2]^{\frac{5}{2}}}, \\ \dfrac{\pi}{\mu}(\lambda+3\mu)\,\theta(x, y, 0) = -T''(x, y) + 3\dfrac{\lambda+\mu}{\mu}\, x \displaystyle\int_{\sigma_1} \frac{\zeta^2\,\theta(0, \eta, \zeta)\, d\sigma_1}{[x^2+(y-\eta)^2+\zeta^2]^{\frac{5}{2}}} \end{cases}$$

(1) Nel caso in cui i valori di u, v, w su σ_2 sieno diversi da zero, ma passando attraverso l'asse y, da σ_1 a σ_2, sia conservata la continuità, i due integrali in quistione si distruggono con quelli che proverrebbero trasformando, analogamente a quello che abbiamo fatto per l'integrale T esteso a σ_1, l'integrale analogo a T, esteso a σ_2, e la dimostrazione del nostro assunto non ha bisogno di altre osservazioni.

ed il nostro problema è ridotto a determinare le due funzioni $\theta(0, y, z)$, $\theta(x, y, 0)$ da queste due equazioni.

3. Cominciamo col dimostrare che, se u, v, w si annullano, oltre che su σ_2, anche su σ_1, e quindi sia $T'(y, z) = T''(x, y) = 0$, le equazioni (7) non ammettono altra soluzione che $\theta(0, y, z) = \theta(x, y, 0) = 0$. E difatti, nella nostra ipotesi, supponendo che $\theta(0, y, z)$, $\theta(x, y, 0)$ non sieno identicamente nulle, chiamando A il massimo fra i massimi moduli di $\theta(0, y, z)$ e di $\theta(x, y, 0)$, dalla prima delle (7) si avrebbe:

$$|\theta(0, y, z)| \leq \frac{3}{\pi} \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} A z \int_{\sigma_2} \frac{\xi^2 \, d\sigma_2}{[\xi^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}}$$

qualunque sia il punto (y, z) su σ_1. E questa disuguaglianza, osservando che

$$3z \int_{\sigma_2} \frac{\xi^2 \, d\sigma_2}{[\xi^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}} = z \int_{-\infty}^{+\infty} d\eta \int_0^{+\infty} \frac{d\xi}{[\xi^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{\frac{3}{2}}} = \pi,$$

si può scrivere

$$|\theta(0, y, z)| \leq \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} A.$$

Allora, dalla seconda delle (7), risulterebbe

$$|\theta(x, y, 0)| \leq \left(\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu}\right)^2 A$$

e quindi ancora dalla prima

$$|\theta(0, y, z)| \leq \left(\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu}\right)^3 A$$

e dalla seconda

$$|\theta(x, y, 0)| \leq \left(\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu}\right)^4 A.$$

Ripetendo un numero sufficiente di volte questo ragionamento, risulta che tanto il modulo di $\theta(x, y, 0)$ che il modulo di $\theta(0, y, z)$ sono più piccoli di qualunque numero, giacchè, $0 < \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} < 1$. Ciò mostra, appunto, che $\theta(0, y, z)$ e $\theta(x, y, 0)$ sono identicamente nulle.

Da questo teorema risulta anche, immediatamente, che ad un sistema di valori di u, v, w dati su σ_1, non può corrispondere che un solo sistema di funzioni $\theta(0, y, z)$, $\theta(x, y, 0)$, soddisfacenti alle (7). Se, difatti, vi corrispondessero i due sistemi distinti: $\theta(0, y, z)$, $\theta'(0, y, z)$; $\theta(x, y, 0)$, $\theta'(x, y, 0)$ le due funzioni, non identicamente nulle: $\theta(0, y, z) - \theta'(0, y, z)$,

$\theta(x, y, 0) - \theta'(x, y, 0)$ corrisponderebbero a spostamenti u, v, w nulli anche su σ_1, il che è impossibile.

4. Determineremo ora le due funzioni $\theta(0, y, z)$, $\theta(x, y, 0)$ soddisfacenti alle (7), per mezzo di approssimazioni successive. Partendo dai valori $\theta(0, y, z) = \theta(x, y, 0) = 0$., poniamo successivamente:

$$\theta_1(0, y, z) = -\frac{\mu}{\pi}\frac{T'(y, z)}{\lambda + 3\mu},$$

$$\theta_2(0, y, z) = -\frac{\mu}{\pi}\frac{T'(y, z)}{\lambda + 3\mu} + \frac{3}{\pi}\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} z \int_{\sigma_2} \frac{\xi^2 \theta_1(\xi, \eta, 0)\, d\sigma_2}{[\xi^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}},$$

$$\theta_3(0, y, z) = -\frac{\mu}{\pi}\frac{T'(y, z)}{\lambda + 3\mu} + \frac{3}{\pi}\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} z \int_{\sigma_2} \frac{\xi^2 \theta_2(\xi, \eta, 0)\, d\sigma_2}{[\xi^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}},$$

. . . . . .

$$\theta_n(0, y, z) = -\frac{\mu}{\pi}\frac{T'(y, z)}{\lambda + 3\mu} + \frac{3}{\pi}\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} z \int_{\sigma_2} \frac{\xi^2 \theta_{n-1}(\xi, \eta, 0)\, d\sigma_2}{[\xi^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}},$$

. . . . . .

$$\theta_1(x, y, 0) = -\frac{\mu}{\pi}\frac{T''(x, y)}{\lambda + 3\mu},$$

$$\theta_2(x, y, 0) = -\frac{\mu}{\pi}\frac{T''(x, y)}{\lambda + 3\mu} + \frac{3}{\pi}\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} x \int_{\sigma_1} \frac{\zeta^2 \theta_1(0, \eta, \zeta)\, d\sigma_1}{[x^2 + (y - \eta)^2 + \zeta^2]^{\frac{5}{2}}},$$

$$\theta_3(x, y, 0) = -\frac{\mu}{\pi}\frac{T''(x, y)}{\lambda + 3\mu} + \frac{3}{\pi}\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} x \int_{\sigma_1} \frac{\zeta^2 \theta_2(0, \eta, \zeta)\, d\sigma_1}{[x^2 + (y - \eta)^2 + \zeta^2]^{\frac{5}{2}}},$$

. . . . . .

$$\theta_n(x, y, 0) = -\frac{\mu}{\pi}\frac{T''(x, y)}{\lambda + 3\mu} + \frac{3}{\pi}\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} x \int_{\sigma_1} \frac{\zeta^2 \theta_{n-1}(0, \eta, \zeta)\, d\sigma_1}{[x^2 + (y - \eta)^2 + \zeta^2]^{\frac{5}{2}}},$$

. . . . . .

Vogliamo dimostrare che al crescere di n all'infinito $\theta_n(0, y, z)$, $\theta_n(x, y, 0)$ tendono a limiti determinati $\theta(0, y, z)$, $\theta(x, y, 0)$ soddisfacenti alle equazioni (7). Chiamiamo, perciò, A il massimo dei massimi valori assoluti raggiunti da $\theta_1(0, y, z)$ e $\theta_1(x, y, 0)$. Dalle formole:

$$\theta_2(0, y, z) - \theta_1(0, y, z) = \frac{3}{\pi}\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} z \int_{\sigma_2} \frac{\xi^2\, \theta_1(\xi, \eta, 0)\, d\sigma_2}{[\xi^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}},$$

$$\theta_2(x, y, 0) - \theta_1((x, y, 0) = \frac{3}{\pi}\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} x \int_{\sigma_1} \frac{\zeta^2\, \theta_1(0, \eta, \zeta)\, d\sigma_1}{[x^2 + (y - \eta)^2 + \zeta^2]^{\frac{5}{2}}}$$

si deduce, ragionando come sopra:

$$|\theta_2(0, y, z) - \theta_1(0, y, z)| \leq \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} \mathrm{A}, \quad |\theta_2(x, y, 0) - \theta_1(x, y, 0)| \leq \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} \mathrm{A}.$$

Similmente, dalle formole:

$$\theta_3(0,y,z)-\theta_2(0,y,z)=\frac{3}{\pi}\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}z\int_{\sigma_2}\frac{\xi^2[\theta_2(\xi,\eta,0)-\theta_1(\zeta,\eta,0)]\,d\sigma_2}{[\xi^2+(y-\eta)^2+z^2]^{\frac{5}{2}}},$$

$$\theta_3(0,y,z)-\theta_2(0,y,z)=\frac{3}{\pi}\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}x\int_{\sigma_1}\frac{\zeta^2[\theta_2(0,\eta,\zeta)-\theta_1(0,\eta,\zeta)]\,d\sigma_1}{[x^2+(y-\eta)^2+\zeta^2]^{\frac{5}{2}}}$$

si deduce:

$$|\theta_3(0,y,z)-\theta_2(0,y,z)|\leq\left(\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}\right)^2 A,\qquad |\theta_3(x,y,0)-\theta_2(x,y,0)|\leq\left(\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}\right)^2 A.$$

E, più in generale, dalle formole:

$$\theta_n(0,y,z)-\theta_{n-1}(0,y,z)=\frac{3}{\pi}\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}z\int_{\sigma_2}\frac{\xi^2[\theta_{n-1}(\xi,\eta,0)-\theta_{n-2}(\xi,\eta,0)]\,d\sigma_2}{[\xi^2+(y-\eta)^2+z^2]^{\frac{5}{2}}},$$

$$\theta_n(x,y,0)-\theta_{n-1}(x,y,0)=\frac{3}{\pi}\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}x\int_{\sigma_1}\frac{\zeta^2[\theta_{n-1}(0,\eta,\zeta)-\theta_{n-2}(0,\eta,\zeta)]\,d\sigma_1}{[x^2+(y-\eta)^2+\zeta^2]^{\frac{5}{2}}}$$

tenendo conto dei risultati precedenti, si deduce:

$$|\theta_n(0,y,z)-\theta_{n-1}(0,y,z)|\leq\left(\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}\right)^{n-1}A,\quad |\theta_n(0,y,z)-\theta_{n-1}(0,y,z)|\leq\left(\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}\right)^{n-1}A.$$

Ora

$$|\theta_n(0,y,z)-\theta_{n+k}(0,y,z)|\leq|\theta_{n+1}(0,y,z)-\theta_n(0,y,z)|+$$
$$+|\theta_{n+2}(0,y,z)-\theta_{n+1}(0,y,z)|+\cdots+|\theta_{n+k}(0,y,z)-\theta_{n+k-1}(0,y,z)|$$

quindi

$$|\theta_n(0,y,z)-\theta_{n+k}(0,y,z)|<\left(\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}\right)^n A\left[1+\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}+\left(\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}\right)^2+\cdots\right]=$$
$$=\left(\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}\right)^n A\,\frac{\lambda+3\mu}{2\mu}.$$

Questo risultato mostra, appunto, che al crescere di n all' infinito $\theta_n(0,y,z)$ tende ad un limite determinato e finito $\theta(0,y,z)$, che può considerarsi come somma della serie convergente assolutamente ed in egual grado

$$\theta_1(0,y,z)+[\theta_2(0,y,z)-\theta_1(0,y,z)]+[\theta_3(0,y,z)-\theta_2(0,y,z)]+\cdots$$

onde può anche scriversi

$$\theta(0,y,z)=-\frac{\mu}{\pi}\frac{T'(y,z)}{\lambda+3\mu}+\frac{3}{\pi}\frac{\lambda+\mu}{\lambda+3\mu}z\int_{\sigma_2}\Big\{\theta_1(\xi,\eta,0)+$$
$$+[\theta_2(\zeta,\eta,0)-\theta_1(\xi,\eta,0)]+[\theta_3(\xi,\eta,0)-\theta_2(\xi,\eta,0)]+\cdots\Big\}\frac{\xi^2\,d\sigma_2}{[\xi^2+(y-\eta)^2+z^2]^{\frac{5}{2}}}$$

Questo risultato e l' altro analogo relativo a $\theta(x,y,0)$, dimostrano completamente quello che ci eravamo proposti.

Fisica. — *Intorno ad una microbilancia idrostatica ed al suo uso per la misura di piccole forze.* Nota di G. Guglielmo, presentata dal Socio Blaserna.

In una Nota precedente (Rendiconti dell'Acc. dei Lincei, IX, 2, 1900) indicai come l'areometro a immersione totale, inclinazione variabile e riflessione, possa servire utilmente per determinare il peso nell'acqua o in altri liquidi e la densità di minime quantità di un solido, con una esattezza molto maggiore di quella ottenibile in un simile caso colle solite bilance di precisione. Essendo soppresso il filo di sospensione parzialmente immerso, viene soppresso altresì l'errore causato dalla tensione superficiale del liquido attorno ad esso filo; essendo molto piccolo il peso apparente dell'areometro e quindi la pressione che esso esercita sul piano d'appoggio, diventa affatto minimo il relativo attrito, il quale viene anche diminuito perchè il liquido interposto fra le punte e il piano d'appoggio ne diminuisce l'aderenza ed agisce come lubrificante; finalmente l'azione della spinta rende meno sensibili le imperfezioni del coltello, o delle punte, e del piano d'appoggio.

In tale Nota non tralasciai d'osservare che l'areometro, originariamente destinato alla determinazione della densità dei liquidi, è molto sensibile alle variazioni della densità dell'acqua causate da quelle della sua temperatura, e che per effetto di queste la posizione d'equilibrio dell'areometro varia continuamente, con una rapidità tanto maggiore quanto maggiori sono la sua sensibilità e la variabilità della temperatura suddetta.

Si possono bensì rendere minime o nulle, nei modi soliti, le variazioni della temperatura dell'acqua; si possono correggere gli effetti di queste variazioni mediante osservazioni successive ed alternate ad intervalli di tempo uguali o noti; finalmente si può evitare l'effetto di queste variazioni facendo uso di due areometri uguali, contigui, ed osservando le deviazioni che i pesi noti e quelli da determinare producono in uno di essi rispetto all'altro, poichè le suddette variazioni agendo quasi ugualmente su entrambi gli areometri non fanno variare che in piccol grado la loro posizione relativa. Tuttavia questi metodi complicano più o meno l'apparecchio e l'operazione che si deve eseguire, e se la sensibilità o la variabilità della temperatura sono molto grandi, il continuo variare dell'inclinazione dell'areometro può rendere la determinazione alla temperatura ambiente, molto incerta, molto penosa o anche del tutto impossibile.

La suddetta azione della temperatura è evitata completamente senza che riescano più complicati nè l'apparecchio, nè l'operazione, quando l'areometro sia costruito in modo che il suo centro di spinta e quindi anche quello

di gravità, nella posizione d'equilibrio si trovino sulla verticale passante per il punto d'appoggio; allora l'apparenza dell'areometro ed il suo modo di funzionare non differiscono essenzialmente da quelli della bilancia, ma siccome persistono le condizioni vantaggiose sovraccennate mentre è evitato l'inconveniente suddetto, la precisione di cui è suscettibile questo nuovo strumento, che indicherò col nome di microbilancia idrostatica, è grandemente aumentata.

Fra le molte forme d'areometro che avevo sperimentato ma che avevo creduto inutile di descrivere nella Nota citata, trovavansi anche areometri che soddisfacevano alla condizione ora accennata; ma alcune esperienze, eseguite certamente in condizioni non buone, ed una considerazione superficiale del loro modo di funzionare m'avevano indotto a credere che, a pari sensibilità, i primitivi areometri fossero più stabili, meno sensibili alle imperfezioni della costruzione che non questi ultimi, i quali ad ogni modo richiedevano uno studio ulteriore.

Cercai dapprima di evitare questa supposta instabilità usando areometri in forma di pendolo rigido, nei quali il centro di gravità e quello di spinta si trovavano distanti circa 1 metro, al disopra o al disotto, dal punto d'appoggio ed il peso era equilibrato quasi completamente dalla spinta; ma sebbene questi pendoli possano riuscire utilissimi per la misura di piccole forze, specialmente se esse agiscono in direzione orizzontale, essi non erano certo nè adatti, nè comodi per lo scopo che mi proponevo.

In seguito considerata meglio la teoria dello strumento trovai utile che il centro di spinta coincida o sia vicinissimo al punto d'appoggio.

Sia A questo punto, o in generale la proiezione dell'asse d'inclinazione dell'areometro sul piano della figura che suppongo verticale, B e C il centro di gravità e quello di spinta (o le loro proiezioni), sia $AB = L$, $AC = L'$, siano φ e φ' gli angoli della AB e della AC colla verticale, e P e Q il peso dell'areometro e la spinta che esso subisce. Suppongo inoltre che B e C si trovino al disotto di A e che sia $P > Q$, sebbene i risultati con poche ed ovvie modificazioni di segno possano servire per tutti i casi; considero inoltre come positivi i momenti che agiscono nello stesso senso di P.

Perchè l'areometro appoggiato sul punto o asse A sia in equilibrio, dovrà essere:

$$PL \operatorname{sen} \varphi = QL' \operatorname{sen} \varphi'$$

Se sull'areometro viene ad agire un momento μ, esso devierà d'un angolo α e per l'equilibrio nella nuova posizione dovrà essere:

$$\mu + PL \operatorname{sen} (\varphi - \alpha) = QL' \operatorname{sen} (\varphi' - \alpha)$$

e dividendo questa uguaglianza per la precedente e per senα, si avrà:

$$\frac{\mu}{PL \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \alpha} + \frac{\operatorname{sen} (\varphi - \alpha)}{\operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \alpha} = \frac{\operatorname{sen} (\varphi' - \alpha)}{\operatorname{sen} \varphi' \operatorname{sen} \alpha}$$

ossia:

$$\frac{\mu}{\mathrm{PL}\ \mathrm{sen}\ \varphi\ \mathrm{sen}\ \alpha} + \cot\alpha - \cot\varphi = \cot\alpha - \cot\varphi'$$

ossia:

$$\mu = \frac{\mathrm{sen}\ (\varphi' - \varphi)}{\mathrm{sen}\ \varphi'}\ \mathrm{PL}\ \mathrm{sen}\ \alpha = \frac{\mathrm{sen}\ (\varphi' - \varphi)}{\mathrm{sen}\ \varphi}\ \mathrm{QL'}\ \mathrm{sen}\ \alpha = \mathrm{K}\ \mathrm{sen}\ \alpha$$

ossia i momenti che agiscono sull'areometro sono proporzionali ai seni delle deviazioni che essi vi producono; il momento μ rappresenta anche la reazione che oppone l'areometro alla sua deviazione di un angolo α.

La deviazione prodotta dal momento 1, ossia la sensibilità media, è data da:

$$\frac{\mathrm{sen}\ \alpha}{\mu} = \frac{\mathrm{sen}\ \varphi'}{\mathrm{PL}\ \mathrm{sen}\ (\varphi' - \varphi)} = \frac{\mathrm{sen}\ \varphi}{\mathrm{QL'}\ \mathrm{sen}\ (\varphi' - \varphi)}\ .$$

Se $\varphi' < \varphi$ (in generale se la AB che passa per il centro di gravità è al disopra della AC che passa per il centro di spinta) l'equilibrio è instabile.

Supponiamo che mentre l'areometro per l'azione del momento μ è deviato d'un angolo α e si verifica la precedente condizione d'equilibrio, la densità del liquido per effetto d'una variazione di temperatura divenga $1 + \delta$ e la spinta $\mathrm{Q}(1 + \delta)$, la deviazione dell'areometro cambierà, ma potremo ricondurla ad essere quella di prima coll'aggiunta di un momento μ_1 che servirà di misura dell'azione perturbatrice della temperatura, e la nuova condizione d'equilibrio sarà:

$$\mu + \mu_1 + \mathrm{PL}\ \mathrm{sen}\ (\varphi - \alpha) = \mathrm{QL'}\ (1 + \delta)\ \mathrm{sen}\ (\varphi' - \alpha)$$

donde tenendo conto della precedente condizione:

$$\mu_1 = \mathrm{Q}\delta\mathrm{L'}\ \mathrm{sen}\ (\varphi' - \alpha)\ .$$

Potremo quindi render minima o nulla l'azione perturbatrice suddetta rendendo piccoli Q e δ ciò che non sempre è possibile o comodo, ma specialmente costruendo l'areometro in modo che siano piccoli o nulli L' e φ'. Il rendere nullo φ' o $\varphi' - \alpha$ non sarebbe sufficiente, a meno di ricondurre sempre l'areometro a quella inclinazione tale che il centro di spinta si trovi sulla verticale passante per il punto d'appoggio, e quindi sia $\varphi' - \alpha = 0$ ciò che renderebbe più lunga e più difficile l'operazione e priverebbe dell'utilità della formula fondamentale.

Se $\varphi' = 0$ e quindi anche $\varphi = 0$ come avviene nella microbilancia e nei pendoli idrostatici sopracitati, la relazione fra i momenti e le deviazioni diviene indeterminata, però in questo caso la condizione primitiva d'equilibrio ci dà:

$$\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{\mathrm{PL}}{\mathrm{QL'}} \qquad \frac{\varphi' - \varphi}{\varphi'} = \frac{\mathrm{PL} - \mathrm{QL'}}{\mathrm{PL}}\ ,\ \mu = \frac{\varphi' - \varphi}{\varphi_1}\ \mathrm{PL}\ \mathrm{sen}\ \alpha$$

si ha quindi:

$$\mu = (PL - QL') \operatorname{sen} \alpha \qquad \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\mu} = \frac{1}{PL - QL'}$$

ossia la sensibilità è in ragione inversa della differenza dei momenti esercitati dal peso e dalla spinta per una stessa deviazione qualsiasi; la posizione d'equilibrio stabile dell'areometro non soggetto ad altre forze è la stessa come se il momento minore non agisse.

Queste relazioni possono anche scriversi identicamente:

$$\mu = [(P - Q) L + Q (L - L')] \operatorname{sen} \alpha \qquad \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\mu} = \frac{1}{(P - Q) L + Q (L - L')}$$

$$\mu = [(P - Q) L' + P (L - L')] \operatorname{sen} \alpha \qquad \text{»} \quad = \frac{1}{(P - Q) L' + P (L - L')}$$

donde risulta che ad aumentare la sensibilità giova il diminuire di Q ed L, oppure di P ed L', ed inoltre il diminuire di $P - Q$ peso apparente dell'areometro nell'acqua ed il diminuire di $L - L'$ distanza del centro di gravità dal centro di spinta. Tre casi notevoli sono i seguenti:

1°. $L = L'$ ossia il centro di gravità coincide con quello di spinta, l'areometro si comporta come se essendo nell'aria fosse costruito con un materiale così leggero che il suo peso fosse $P - Q$, rimanendo immutato il centro di gravità; le relazioni suddette danno:

$$\mu = (P - Q) L \operatorname{sen} \alpha \qquad \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\mu} = \frac{1}{(P - Q) L}$$

2°. $P = Q$, il peso dell'areometro è uguale alla spinta, in questo caso si ha:

$$\mu = (L - L') P \operatorname{sen} \alpha \qquad \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\mu} = \frac{1}{P (L - L')}$$

la sensibilità sarà tanto maggiore quanto più vicini sono i centri di gravità e di spinta e quanto minore è il valore comune del peso e della spinta.

3°. $L' = 0$ il centro di spinta dell'areometro coincide col punto d'appoggio, come si richiede per annullare l'azione della temperatura. In questo caso:

$$\mu = PL \operatorname{sen} \alpha \qquad \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\mu} = \frac{1}{PL}$$

apparentemente come se l'areometro si trovasse in bilico nell'aria.

Giova dimostrare che anche in questo caso, non solo la spinta agisce per diminuire il peso apparente dell'areometro e quindi l'attrito sul piano d'appoggio, ma essa agisce anche rendendo più piccoli gli errori che potrebbero esser causati dalle imperfezioni del coltello o delle punte d'appoggio e da quelle del piano pure d'appoggio. Se, difatti, per effetto di queste imperfezioni o anche per effetto d'un grano di pulviscolo, il punto d'appoggio

dell'areometro precedentemente in equilibrio, venisse a spostarsi lateralmente di una lunghezza ε (gli spostamenti verticali non alterano il valore dei momenti e non influiscono sull'equilibrio) l'equilibrio sarà distrutto perchè il momento esercitato da P avrà variato di $P\varepsilon$, quello esercitato da Q di $Q\varepsilon$, e per mantenere, l'equilibrio dovremo aggiungere un momento μ_2 uguale e contrario a $(P - Q)\varepsilon$ che misura l'errore causato dallo spostamento suddetto. Se invece l'areometro di peso P fosse in bilico nell'aria, uno spostamento laterale ε del punto d'appoggio causerebbe una variazione del momento esercitato da P ossia un errore uguale a $P\varepsilon$, e se alle estremità del giogo come nelle solite bilancie fossero appesi dei piatti carichi di peso P′ e P″, l'errore suddetto sarebbe $\varepsilon(P + P' + P'')$. Appare chiaro che questo errore nel caso della microbilancia è minore, e può esser reso piccolo quanto si vuole.

Inoltre, siccome per quanto accuratamente sia costruito il taglio del coltello mediano d'una bilancia, esso differirà sempre più o meno da una linea retta matematica, e da una superficie cilindrica di raggio minimo costante, ne risulta che nel deviare del giogo per l'azione d'un momento, il fulcro cambierà posizione e la nota relazione fra i momenti e le deviazioni non sarà rigorosamente applicabile, mentre nel caso della microbilancia, i suddetti spostamenti produrranno errori più piccoli e la suddetta relazione sarà quindi più esattamente applicabile.

Finalmente è utile determinare l'errore che può causare l'attrito del coltello o punto d'appoggio del giogo e dei piattelli. Il primo è evidentemente determinato dal momento, sia p. es. μ_3, al quale può fare equilibrio. Per determinare il secondo, sia P il peso d'un piattello colla sua carica, l'attrito impedisce che il centro di gravità si disponga esattamente sulla verticale passante per esso punto di sospensione dalla quale si discosterà d'una lunghezza ε_1, e quindi il valore dell'attrito sarà per es. $\mu_1 = P\varepsilon_1$ ed il momento del piatto sul giogo, se L è il braccio della bilancia, sarà non PL ma $P(L \pm \varepsilon_1)$ e l'errore che ne risulterà sarà un momento $P\varepsilon_1$, che d'altra parte fa equilibrio all'attrito e serve a misurarlo. Appare quindi che l'errore causato dall'attrito delle sospensioni dei piattelli è dello stesso ordine di grandezza di quello del coltello mediano, solo che questo sopportando il peso del giogo e dei due piattelli, a parità delle altre condizioni subirà un maggiore attrito.

Da quanto precede risultano le seguenti norme per la costruzione della microbilancia. 1°. Il centro di spinta si deve trovare sulla perpendicolare alla congiungente i punti d'appoggio ed all'asse del giogo ($\varphi' = 0$). 2°. Esso deve essere vicino tanto quanto è possibile ad essa congiungente ($L' = 0$). 3°. Il centro di gravità deve anche trovarsi sulla perpendicolare suddetta ($\varphi = 0$). 4°. La sua distanza dalla congiungente i punti d'appoggio dev'essere tanto minore quanto maggiore è la sensibilità richiesta. 5°. La differenza fra il peso e la spinta dev' essere tanto piccola quanto è possibile

(compatibilmente colla comodità dell'operazione, perchè se tale differenza è troppo piccola, riesce difficile far stare a posto il giogo che obbedisce ai più piccoli impulsi). 6°. Il modo di sospensione o d'appoggio dei piattelli dev'essere così accurato come quello del giogo.

Riesce molto facile di soddisfare a queste condizioni; la 1ª e la 3ª sono già soddisfatte approssimativamente come conseguenza d'una costruzione simmetrica; inoltre è facile ottenere che l'areometro nell'aria si disponga

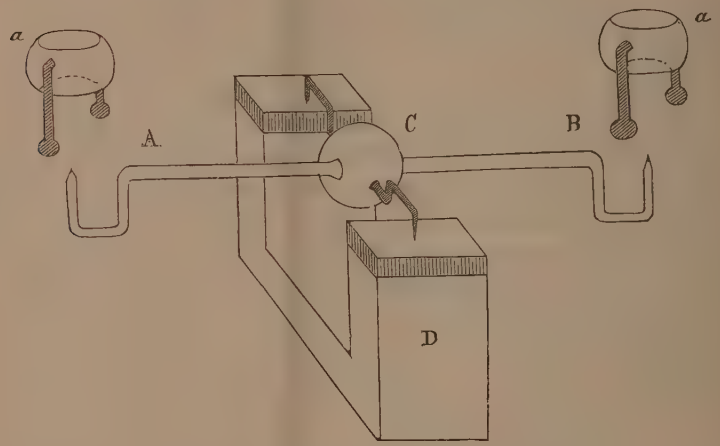


Fig. 1.

col giogo orizzontale e quindi sia $\varphi = 0$, e che abbia la sensibilità voluta; si dispone quindi l'areometro nell'acqua, se il giogo si mantiene orizzontale si ha anche $\varphi' = 0$, se s' inclina bisogna gonfiare l'estremità del giogo che rimane più bassa, (o fissarvi una bolla) ciò non sposta il centro di gravità ma bensì quello di spinta.

Le microbilancie da me adoperate hanno all' incirca la forma rappresentata nella figura.

Un'asta o tubo di vetro AB di 2 a 3 mm. di diametro, lunga da 8 a 40 cm., ha nel suo mezzo una bolla C di grandezza conveniente la quale alle estremità di un diametro perpendicolare all'asse del tubo è munita di due astine di vetro ricurve ad Ω, colle estremità libere affilate, arrotondate mediante fusione, e terminanti presso il prolungamento del diametro stesso. Questo tubo che fa l'ufficio di giogo di bilancia riposa colle estremità suddette sulle due parti d'un piano D della forma usata nelle comuni bilancie, cioè con un intaglio o scanalatura nella quale sta e può liberamente oscil-

lare la parte media del giogo. Questo è zavorrato convenientemente, sia con pallini contenuti nel suo interno e fissati con cera, sia con pezzetti di piombo fissati all'esterno con mastice, in modo da avere la stabilità e la sensibilità opportuna. Come ho già accennato, in una microbilancia ben costruita il giogo deve disporsi in equilibrio orizzontalmente tanto nell'aria che nell'acqua, ed avere in entrambe la stessa sensibilità. La bolla C può anche mancare se il giogo è abbastanza leggero e se le punte e il piano d'appoggio non sono troppo imperfetti. Se il giogo fosse di vetro pieno, il suo centro di spinta coinciderebbe con quello di gravità e la voluta sensibilità si potrebbe ottenere sia allontanando questo doppio centro dalla linea d'appoggio, sia abbassando la posizione dal centro di gravità con un minuscolo pezzetto di piombo, fissato al disotto del giogo.

Il sostegno D era formato, ora da un piccolo parallelepipedo di legno duro, verniciato, convenientemente incavato, ora da una lamina d'ottone di 1 a 2 mm., di spessore, piegata ad U e colle estremità superiori piegate orizzontalmente. Però in entrambi i due casi piani su cui appoggiano le due punte del giogo erano di vetro da specchi, fissato con ceralacca e premuto con una lamina piana, mentre la ceralacca era ancor molle, dimodochè le due parti si disponessero nello stesso piano. È necessario osservare minutamente questo vetro per assicurarsi che la sua superficie non sia difettosa; essa presenta non di rado una serie di solchi paralleli dovuti alla lavorazione. La perfezione delle immagini ottiche che essa può fornire non è un indizio sufficiente; alcune strie o imperfezioni qualsiasi se di area molto limitata non pregiudicano sensibilmente alla bontà di esse immagini, formate dall'insieme dei raggi riflessi da tutta la superficie, mentre possono porre ostacolo all'inclinazione del giogo. Per le microbilancie più sensibili ho dovuto servirmi di vetro lavorato per usi ottici (a faccie piane e parallele), ma sarebbero certo preferibili lastrine di agata.

In questi casi è utile che la lastrina su cui deve appoggiare il giogo sia unica, come avviene nelle bilancie di precisione; a tale scopo ho fatto uso di un giogo avente due bolle invece d'una, distanti entrambe circa 1 cm. dal punto di mezzo, riunite alla parte superiore da un corto tubetto, al quale era saldata nel mezzo un'astina trasversale ripiegata ad Π le cui estremità affilate e fuse formavano le punte d'appoggio. Esse riposavano sulla latrina, che essendo compresa fra le due bolle suddette non impediva la libera inclinazione del giogo.

È utile che le estremità delle punte d'appoggio si trovino in uno stesso piano, non già coll'asse del tubo che forma il giogo, ma colla sua generatrice superiore; in tal modo il braccio di leva su cui agiscono i pesi in forma di cavaliere collocati sul giogo è determinato dal loro punto di contatto col giogo stesso e non dalla proiezione di questo punto sull'asse, la quale varia coll'inclinazione.

Quando si richiede molta sensibilità, specialmente se il giogo è corto, in modo che possa esser collocato in recipienti di dimensioni solite, giova osservare le deviazioni per riflessione, fissando sul giogo al di sopra delle punte d'appoggio uno specchietto colla normale nel piano d'oscillazione, ed osservando in esso con un cannocchiale con reticolo l' immagine d'una scala graduata. Se lo specchietto è verticale, si dovrà osservare attraverso le pareti del recipiente che dovranno essere trasparenti e piane; non sarà possibile o comodo collocare il recipiente in un bagno a temperatura costante o nel ghiaccio che impedirebbero l'osservazione, e questa potrebbe esser anche impedita dal sollevamento d'un braccio del giogo o dai piattelli.

Perciò mi parve preferibile di disporre lo specchietto orizzontalmente, e al disopra di esso ma nell'aria, un prisma a riflessione totale (uno specchio a 45° avrebbe maggior estensione, minor perfezione e minor chiarezza) ed osservare col cannocchiale orizzontale e nel piano d'oscillazione, attraverso il prisma, e per riflessione sullo specchietto l' immagine della scala verticale.

Sia lo specchio verticale o orizzontale, se l'angolo del suo piano colla superficie di separazione del vetro o dell'acqua dall'aria cresce, l' immagine della scala diviene meno netta, occorre un diverso adattamento dell'oculare per i tratti orizzontali e per i numeri nei quali predominano i tratti verticali, e finalmente i raggi riflessi dallo specchietto sono riflessi totalmente alla superficie dell'acqua e non pervengono al cannocchiale, ciò che limita alquanto l'ampiezza delle deviazioni che si possono osservare a circa 24° al massimo in ciaschedun senso.

Si può rimediare abbastanza facilmente a questo inconveniente in due modi. Il modo più semplice mi par quello di fissare al giogo un secondo specchietto contiguo al primo, facente con esso un angolo ottuso (p. es. di 160°), colla linea d' intersezione perpendicolare al piano d'oscillazione. A misura che uno specchietto s'allontana dal parallelismo colla superficie dell'acqua, l'altro se ne avvicina; e quando l' immagine fornita da uno specchietto diviene imperfetta o scompare, l'altra comparisce e diviene più netta. Si potrebbe altresì collocare sulla superficie dell'acqua un buon vetro d'orologio (possibilmente con superfici sferiche lavorate) col centro nel mezzo dello specchietto e colla concavità interamente piena d'acqua; in tal modo i raggi cadenti sullo specchietto o riflessi da esso attraverserebbero sempre in direzione normale la suddetta superficie di separazione fra l'acqua e l'aria.

Quando l'ampiezza delle deviazioni sia un po' grande (p. es. oltre 5°) occorre tener conto che la deviazione che si osserva per riflessione e rifrazione non è proporzionale alla deviazione vera dello specchietto e del giogo, e converrà determinare sperimentalmente una relazione empirica fra i momenti e le deviazioni.

Come piatti della microbilancia, ho usato una specie di areometri di forma varia, rappresentati nella figura, immersi totalmente, aventi un peso

di poco superiore alla spinta e riposanti in equilibrio sulle estremità del giogo che a tal uopo sono ripiegate in forma di U coll'estremità libera affilata e fusa. La forma *a* più semplice, ma meno comoda, consiste di una bolla di vetro nella quale si è praticata una conveniente aspirazione dopo averla fusa da un lato e dopo si è ripetuta l'operazione dal lato opposto, formando così nella medesima due concavità opposte, una delle quali serve di piatto e l'altra serve ad impedire che la bolla possa scivolar giù dall'estremità del giogo. Due astine di vetro saldate all'estremità d'un diametro orizzontale e piegate verticalmente all'ingiù, zavorrano la bolla e le danno una stabilità che aumenta col peso e colla lunghezza di esse astine, e che deve essere sufficiente anche se la bolla è carica di pesi.

L'altra forma (fig. 2) meno semplice, ma più comoda, è formata da due piatti o coppe emisferiche, *b b'* di vetro sottile collocate una sull'altra alla distanza di 3 o 4 cm. e riunite da una o due astine o tubetti di vetro; inoltre sotto la coppa superiore si trova una bolla *c* e questa, o la coppa inferiore o entrambe presentano la concavità per la sospensione sull'estremità del giogo. Nella coppa inferiore si collocano i pesi maggiori che non occorre cambiare durante la determinazione, e che servono anche di zavorra, nella superiore le frazioni che occorre collocare o togliere durante la pesata per ottenere l'equilibrio; il corpo, di cui si cerca il peso, si può collocare nella coppa superiore se si può afferrare colle pinzette e se il suo peso non è tale da far ribaltare il piatto.

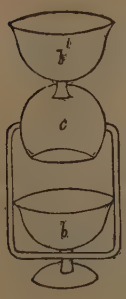


Fig. 2.

E comodo spesso che una o entrambe le coppe suddette siano mobili; in tal caso alle coppe fisse si sostituiscono due anelli di vetro orizzontali sui quali si collocano le coppe mobili.

Finalmente, dovendo pesare delle polveri, è utile introdurle in un minuscolo tubetto d'assaggio il quale si può sottoporre alle solite operazioni, riscaldamento o rarefazione, necessarie per espellere le bolle d'aria; a questo tubetto ho saldato un uncino di vetro, dimodochè con un uncino d'ottone con manico potevo agevolmente collocare il tubetto dentro la coppa inferiore, oppure in un anello piuttosto largo, e toglierlo quando occorreva.

I vantaggi che presentano questi piatti-areometri sono parecchi: 1°. Sono soppressi gli anelli, gli uncini e simili che facilmente si dispongono di traverso e che, se uniti indissolubilmente al giogo rendono l'apparecchio articolato incomodo, se si possono staccare, nell'acqua facilmente si staccano e riesce difficile il rimetterli a posto. 2°. Entrambi i piattelli sovrapposti, ma specialmente quello superiore, sono facilmente accessibili; quest'ultimo trovasi alla parte superiore dell'apparecchio affatto libero come nella bilancia di Roberval, ma senza i noti inconvenienti di questa. 3°. Il loro peso totale

essendo equilibrato in massima parte dalla spinta, l'errore che può provenire da uno spostamento del punto d'applicazione sul giogo è minimo. Però non è comodo di render quasi nullo il peso apparente del piatto areometro perchè allora questo obbedendo a ogni più piccolo impulso, difficilmente si mantiene a posto. Talora uno dei piatti era sostituito da una bolla fissa al giogo, talora questo aveva le due braccia disuguali.

Differisco ad una prossima Nota la descrizione di alcune delle determinazioni più importanti eseguite con questa microbilancia, le indicazioni delle precauzioni necessarie, e di alcuni modi di renderle più facili.

Differisco inoltre ad altre Note la descrizione dell'uso di questa bilancia, come bussola d'inclinazione, come bilancia telluro-magnetica, e per la misura della costante della gravitazione.

Chimica. — *Su un nuovo azotometro applicabile alla pompa Sprengel* (1). Nota di G. Oddo, presentata dal Socio Paternò.

Nelle determinazioni d'azoto nelle sostanze organiche, se si fa uso del metodo di scacciare l'aria dal tubo a combustione per mezzo dell'anidride carbonica fornita dalla decomposizione d'un carbonato e di raccogliere l'azoto nell'azotometro di Schiff, si ottengono risultati superiori a quelli calcolati (circa di 0,2-0,3%); se invece si estrae l'aria per mezzo d'una pompa, la manipolazione delle ordinarie canne graduate per raccogliere il gas a causa dell'uso della soluzione concentrata di potassa, non è scevra d'inconvenienti e di perdita di tempo.

Per unire l'eleganza del primo metodo con l'esattezza del secondo e ottenere maggiore rapidità, ho pensato che basta modificare l'azotometro di Schiff in modo da poterlo applicare alla pompa Sprengel, dandovi una via d'uscita per il mercurio.

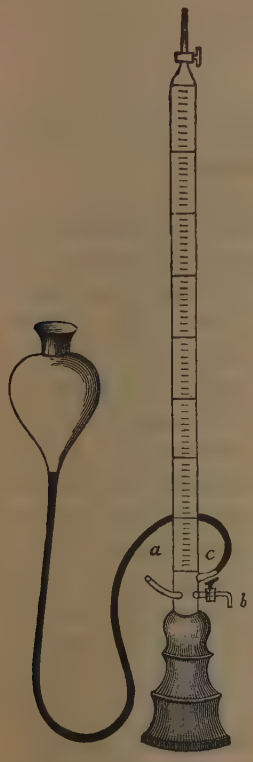
A questo scopo il mio azotometro, come quello di Schiff, consta di una canna graduata di cc. 100 o 50, che nell'estremità superiore affilata porta un rubinetto e nell'inferiore è chiusa. A circa cm. 3 dalla base sono saldati tre tubi: *a*, *b*, *c*; i primi due al medesimo livello: *a* serve per attaccare l'azotometro alla pompa Sprengel e far entrare il mercurio e il gas; *b* è a rubinetto e serve per fare uscire il mercurio che arriva; e il terzo *c*, saldato circa mezzo centimetro al di sopra dei due precedenti, per il passaggio della soluzione di potassa, come nell'azotometro Schiff.

Ognuno dei tre corpi che vi si raccolgono — mercurio, soluzione di potassa e gas — con questa disposizione trova nell'apparecchio, per ragione di densità, una strada propria.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale dell'Università di Cagliari.

Conviene montare l'azotometro su un sostegno di circa un decimetro di altezza, per potere raccogliere agevolmente il mercurio che n'esce.

Per eseguire la determinazione si attacca, per mezzo di un tubo di gomma, l'azotometro all'estremità inferiore della pompa Sprengel, che per l'altra estremità è unita al tubo a combustione, e si procede quasi come si suole usando le campanelle graduate, con le poche modificazioni necessarie: tenendo cioè i due rubinetti dell'azotometro aperti e la bolla contenente la potassa in basso, si fa il vuoto nel tubo a combustione; poi si ristabilisce la pressione, facendo sviluppare la quantità necessaria d'anidride carbonica con la decomposizione d'un po' di carbonato collocato, al solito, all'estremità del tubo; si rifà il vuoto e quindi si ristabilisce la pressione con altro sviluppo di CO_2: si riempie allora l'azotometro con soluzione di potassa al 50 %, inalzando la bolla e, chiuso il rubinetto superiore, si ritorna ad abbassare la bolla medesima al punto d'affioramento del tubo connesso con la pompa, affinchè dentro la canna a combustione non vi sia quasi pressione superiore a quella atmosferica, e si brucia la sostanza.



Terminata la combustione si fa per la terza volta il vuoto, si ristabilisce la pressione con CO_2 e si ritorna a praticare il vuoto per la quarta volta; si distacca quindi l'azotometro dalla pompa, chiudendo prima il tubo di gomma, che ve lo unisce, per mezzo d'una pinza di Mohr, e chiudendo pure il rubinetto dal quale è uscito il mercurio.

Si legge il volume del gas raccolto con le solite norme.

Siccome per ottenere una forte rarefazione con una buona pompa Sprengel non s'impiegano più di 5′, la durata dell'analisi riesce molto più breve che facendo uso dell'azotometro Schiff senza vuoto, dà risultati quasi teorici ed è ugualmente elegante.

È quasi superfluo dire che il mio apparecchio, modificato come si crederà più opportuno per forma e volume, riesce utile per tutti i casi nei quali si voglia estrarre un gas da qualunque recipiente e dosarlo.

Chimica. — *Sulla formula del Triazolo.* Nota di Guido Pellizzari, presentata dal Socio Paternò.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Geologia. — *Tracce glaciali nel Montenegro.* Nota di P. Vinassa de Regny, presentata dal Socio G. Capellini.

Dopo gli studî del Penck che dimostrò l'esistenza del glaciale nella Dalmazia, il contributo maggiore per la conoscenza delle tracce glaciali nella penisola balcanica è stato portato dal Cvijić col suo importante lavoro: *Morphologische und glaciale Studien aus Bosnien, der Hercegovina und Montenegro* (1).

Spinto da queste osservazioni l'Hassert, così benemerito degli studî geografici nella penisola balcanica e specialmente del Montenegro, nell'estate del 1900 vi si recava appositamente. Egli ebbe la ventura di fare molte ed interessanti scoperte, e sapendo che io pure ero deciso a fare una escursione geologica nel Montenegro sud-orientale, mi scrisse gentilmente avvertendomi di porre molta attenzione alle tracce glaciali, delle quali egli aveva trovato un numero assai rilevante, e che avrebbe fatte note in un prossimo lavoro.

Debbo avvertire che sono sempre stato, forse eccessivamente, scettico sopra la grande quantità di glaciale, che oggi si tende a vedere quasi ovunque, e che credo parecchie formazioni considerate di origine glaciale possano da altre cause ripetere la loro origine. Ero perciò deciso a non considerare come glaciale se non quanto ne presentasse l'aspetto tipico.

Lungo tutta la strada da Podgorica al Hum Orahovski nulla potei vedere, che con sicurezza potesse riportarsi a tracce glaciali. Ma oltrepassato il confine montenegrino, scendendo in territorio albanese a Greča (2), sopra a Selce nel Cañon del Cem, trovai alcune morene di cui una magnificamente conservata, e sebbene non molto alta e non di grande estensione, pure nettamente tipica. Il ghiacciaio che la produsse doveva discendere dai monti di confine, come il Kupi Kostić, e tracce del suo passaggio sono infatti assai ben visibili.

Salendo da Greča alla Kostića continua il terreno glaciale, in forme variate, e continua pure sotto l'Ibala sino a Rikavac e al lago omonimo; altre

(1) Abhandlungen der K. k. geograph. Gesellsch. in Wien, II Bnd. n. 6, 1900.

(2) Adopero pei nomi serbi l'ortografia comodissima dell'alfabeto croato.

tracce sono salendo a Širokar e da qui sino al Polje di Mokro, sotto il Maglić. Anche al lago Bukomirsko sono avanzi glaciali assai nettamente visibili.

Nella regione degli scisti paleozoici nella quale si entra, oltrepassando la Čafa ot proússa verso Carine, non sono riuscito a vedere nemmeno nelle montagne calcaree triassiche, soprastanti agli scisti ed alle anageniti verrucane, traccia alcuna dell'azione dei ghiacci, non ostante si sia più al Nord e ad altezze molto notevoli.

Per ritrovarne dobbiamo giungere a Nord di Kolašin, lungo la Tara, ove nel piano di Vratlo, alla quota di circa 950 m. si ha una serie di argini paralleli, assai alti, costituiti da materiale detritico di dimensioni svariate, che non possono interpretarsi altro che come morene. Esse sono dirette circa da E. a W. ed addossate al Markovo Brdo. Il ghiacciaio che le produsse doveva probabilmente discendere lungo la valle della Plašnica, la quale però non ebbi tempo di esplorare.

Sono queste quindi due regioni nettamente glaciali, che all'epoca del mio viaggio erano tuttora ignote. Al mio ritorno ebbi conoscenza del lavoro di Hassert (*Meine Reise in Montenegro im Sommer 1900* (1)), pubblicato nel frattempo, nel quale si facevano sommariamente note alcune regioni glaciali montenegrine, e tra queste erano pure Rikavac e Širokar. Fui lietissimo di questa coincidenza di osservazioni, poichè il mio modo di vedere, per la grande autorità del prof. Hassert, veniva ad acquistare maggior valore.

Il prof. Hassert però aveva trovato il glaciale anche ad ovest del Bukomirsko jezero sino a Žiovo ed al Brskut.

Completando le mie osservazioni con quelle di Hassert, il campo glaciale di Rikavac etc. viene ad estendersi ad E. sino a Greča, a S. sino alla Kostića, a W. sino a Žiovo ed a Brskut ed a N. sino a Mokro. È questa quindi una delle regioni glaciali più estese, se non la più estesa di tutto quanto il Montenegro.

Hassert cita poi anche la regione dello Sto, come tipicamente glaciale. Le tracce da me trovate a Vratlo, presso al Markovo Brdo, potrebbero essere in relazione coi ghiacciai di questa regione.

Non dubito che nuovi studî accresceranno notevolmente le nostre conoscenze sul glaciale della penisola balcanica, specialmente poi quando potranno essere esplorate le ancor vegini montagne delle Alpi albanesi, o meglio studiate molte delle regioni montenegrine, le quali se non vergini del tutto, pure dal punto di vista topografico e geologico sono tuttora quasi ignote.

(1) Mitth. K. k. geogr. Gesell. Wien, 1901.

Patologia. — *L'azione dei farmaci antiperiodici sul parassita della malaria.* Nota VI dei dottori D. Lo Monaco e L. Panichi, presentata dal Socio Luciani.

Dopochè Laveran descrisse il parassita della malaria, tutti gli autori che d'allora in poi si occuparono di questa malattia, usufruendo della scoperta dell'agente etiologico, giustamente ammisero che se la chinina riusciva a impedire il ritorno dell'accesso febbrile, la sua azione doveva essere localizzata, sul parassita. Per avvalorare siffatta supposizione si citavano le importantissime ricerche del prof. Binz (1) eseguite sin dal 1867. Questo illustre farmacologo notò che la chinina in soluzione neutra o debolmente basica è un veleno energico per molti protoplasmi. Aggiungendo a una goccia di *infusione vegetale* contenente molti infusorî, una goccia di soluzione 1:200 di chinina, egli osservò al microscopio che i movimenti vivaci di questi esseri si paralizzano istantaneamente, e che il loro protoplasma dopo qualche tempo assume l'aspetto granuloso e si scompone in piccoli detriti. Ritenne poi giustamente che l'azione della chinina sugli infusorî era specifica, perchè adoperando altri alcaloidi non si ottenevano i medesimi risultati. Nelle esperienze posteriori Binz dimostrò che quanto meno sviluppati erano gl'infusorî, tanto più erano resistenti alla chinina, e che adoperando soluzioni diluitissime di questo alcaloide, i movimenti protoplasmatici degli infusorî si facevano ancora più vivaci; per il qual fatto ammise che la chinina si comporta come i veleni paralizzanti i quali in soluzione diluita eccitano, e in soluzione concentrata paralizzano. Riferendo l'azione della chinina sugli infusorî ai benefici che con questo alcaloide si ottengono nella cura dei malarici, Binz intuì che l'agente patogeno dell'infezione palustre non poteva essere che un organismo protoplasmatico, sul quale la chinina doveva esercitare un'azione intensamente deleteria.

Le previsioni di Binz furono confermate dall'esperienza, in quanto che da tutti gli studiosi della malaria si osservò che dopo circa 24 ore dalla somministrazione della chinina, i parassiti non si ritrovano più nel sangue circolante. Non tutte le fasi di azione della chinina sui parassiti poterono essere dimostrate. Laveran (2) si limita a farci conoscere che la chinina uccide i parassiti paralizzandone i movimenti. Marchiafava e Celli (3) notano che nei malarici chinizzati, i parassiti sono immobili, e alcuni di essi si trovano

(1) Binz, *Schültze's*, Arch. 1867.
(2) Laveran, *Traité des fièvres palustres*. Paris 1884.
(3) Marchiafava e Celli, Arch. Scienze Mediche, 1886.

come fuoruscenti dal globulo rosso. Baccelli (1) osservando di mezz'ora in mezz'ora il sangue di un individuo a cui aveva fatto un' iniezione endovenosa di 1 grammo di chinina, non riscontrò dopo sei ore nessuna modificazione sensibile nè nel numero, nè nella forma, nè nel movimento ameboide forse più vivace nelle prime 2 o 3 ore. Dopo 24 ore, egli aggiunge, quasi tutti i parassiti erano scomparsi senza aver potuto segnalare una fase di regressione o di morte. Marchiafava e Bignami (2) dopo la somministrazione della chinina, dicono di avere molte volte notato nel sangue circolante un aumento di forme parassitarie necrotiche e di pigmento libero. Mannaberg (3) ammette che i parassiti dopo il chinizzamento possono in un primo momento mostrarsi fortemente eccitati al pari degli infusorî trattati con soluzione debole di chinina.

Contemporaneamente a queste ricerche ne furono eseguite altre allo scopo di potere stabilire in vitro l'azione della chinina sui parassiti malarici. Mescolando una goccia di sangue contenente forme flagellate, con una goccia di soluzione di chinina, Laveran vide che i movinenti dei flagelli si arrestavano. Con la medesima tecnica Marchiafava e Celli (4) descrissero l'arresto dei movimenti protoplasmatici delle forme giovanissime dei parassiti malarici, mentre Rosin (5) con soluzioni di chinina 1:5000 concluse che nessuna influenza sul movimento ameboide del parassita, nè su quello dei granuli di pigmento si poteva osservare anche dopo 10 ore dell'aggiunta della chinina nel preparato microscopico. Ma poichè l'immobilità dei parassiti si effettua parimenti adoperando le soluzioni di cloruro sodico o la semplice acqua distillata, questo metodo di ricerca fu abbandonato, e gli ultimi autori come Romanowski (6), Ziemann (7), Manneberg, Plehn (8) e altri studiarono nei preparati colorati le modificazioni strutturali che subiscono i parassiti dopo la somministrazione della chinina. In questo modo fu dimostrato con evidenza che la chinina ha un'azione necrotica sul protoplasma del parassita malarico.

Come facilmente si può dedurre dal complesso dei risultati finora ottenuti, restano ignote le prime fasi d'azione della chinina sul parassita malarico. Noi abbiamo ripreso questo studio, e nelle 5 Note precedenti (9) abbiamo

(1) Baccelli, Riforma Medica, 1890.

(2) Marchiafava e Bignami, *Sulle febbri malariche estivo-autunnali.* Loescher 1892.

(3) Mannaberg, *Die Malaria-Krankheiten.* Wien 1899.

(4) Marchiafava e Celli, Arch. Scienze Mediche. 1886.

(5) Rosin, *Deut. Med. Woch.* 1893.

(6) Romanowski, *Zur frage der Parasitologie u. Therapie der malaria,* St. Petersburger. Medic. Wochensch. 1891.

(7) Ziemann, *Ueber Malaria u. andere Blutparasiten.* Jena 1898.

(8) Plehn, *Die Kamerum-Küste.* Berlin 1898.

(9) Lo Monaco e Panichi, Rendiconti Acc. Lincei, 1° e 2° sem. 1899, 1° sem. 1900, 1° sem. 1901.

mano mano descritto le nostre numerose e pazienti ricerche, i risultati delle quali possiamo brevemente così riassumere. Depositando sul margine del vetrino coprioggetti di un preparato fresco di sangue malarico una goccia di soluzione di chinina, i parassiti malarici fissati nel campo microscopico mostrano di risentirne l'azione. Questa però si manifesta differentemente a seconda del titolo della soluzione chininica. Se questa è debole, allora l'osservazione mostra che il parassita, appena si manifestano le correnti liquide nel preparato, si contrae rapidamente, e torna dopo pochi minuti a riespandersi, emettendo dei pseudopodi più o meno vivacemente; se la soluzione di chinina è di media concentrazione, l'eccitamento del parassita va gradatamente aumentando, e finisce col produrre il distacco di esso dall'eritrocito cui era aderente, il quale si scolora *sempre dopo e mai prima* della caduta nel plasma del parassita; se la soluzione è forte, questo si contrae permanentemente rimanendo attaccato al globulo rosso. Avendo dopo osservato che, col somministrare a un malarico di terzana primaverile una dose di chinina equivalente a quella che *in vitro* produceva il distacco del parassita, si otteneva la scomparsa dell'accesso febbrile; noi ci siamo serviti di questo fenomeno (che rappresenta una delle fasi d'azione della chinina) per stabilire la dose razionale di chinina capace di produrre la guarigione nei varî tipi d'infezione malarica. Inoltre abbiamo osservato che nel medesimo individuo le forme più resistenti alla chinina sono le più piccole, e che negli ammalati di infezione malarica con più generazioni parassitarie (terzana doppia, quartana doppia e tripla, terzana estiva), le forme della stessa fase di sviluppo sono meno resistenti alla chinina in vicinanza dell'accesso febbrile e durante lo svolgersi di esso, mentre nell'apiressia la resistenza raggiunge un limite massimo. Da ciò deducemmo che durante l'accesso febbrile circolano nel sangue sostanze antiparassitarie le quali, dal fatto che in quel periodo, per impedire il ritorno dell'accesso febbrile, occorre una quantità di chinina minore di quella che si deve adoperare durante l'apiressia per ottenere il medesimo scopo, mostrano di essere dotate di azione simile a quella della chinina. L'azione di queste sostanze antiparassitarie si manifesta su tutte le forme malariche e su tutte le specie dei parassiti malarici, ad eccezione di quelle forme giovanissime senza pigmento che si rinvengono nella terzana estiva.

Le forme estive pigmentate invece, resistenti durante l'apiressia all'azione della chinina quanto le altre meno sviluppate, durante l'accesso febbrile s'indeboliscono, e possono farsi staccare dal globulo rosso con soluzioni relativamente deboli di chinina. Con l'insorgere però dei fenomeni di perniciosità, le forme parassitarie estive pigmentate e non pigmentate mostrano una resistenza massima che conservano fino a che l'ammalato non migliora, la qual cosa non abbiamo saputo altrimenti spiegare che ammettendo nello stato di perniciosità l'assenza di produzione di sostanze antiparassitarie o un aumento nelle sostanze finora non dimostrate e di azione opposta alle prime.

Tutte le nostre esperienze furono eseguite servendoci di soluzioni di bisolfato di chinina in acqua distillata. Però non abbiamo mancato sin da principio di notare che i medesimi fenomeni si osservano quando alla soluzione di chinina si aggiunge tanto cloruro sodico da ottenere la non dissoluzione dei globuli rossi contenuti nel preparato di sangue malarico sul quale si sperimentava. Con l'acqua distillata e con la soluzione isotonica 0,90 % di cloruro sodico, contenente chinina, il fenomeno del distacco del parassita, non potè mai essere riscontrato. Incalzati dai risultati che mano mano ottenevamo, non insistemmo su queste prime esperienze. A noi l'avere ottenuto il fenomeno del distacco del parassita con soluzioni clorurate e chinizzate, tali che non scioglievano i globuli rossi del preparato, ci parve sufficiente per escludere che nei nostri risultati dovesse insieme alla chinina influire l'azione dell'acqua distillata. La comunicazione però fatta dal prof. Bignami a nome del dott. Capogrossi nella seduta dell'Accademia Medica di Roma del 26 giugno 1901, ci obbliga a ritornare su queste esperienze.

Bignami e Capogrossi, come risulta dal resoconto della loro comunicazione pubblicata nel *Policlinico* e nella *Riforma Medica*, confermano il fenomeno da noi descritto del distacco del parassita, che ha subìto l'azione della chinina, dal globulo rosso; ma ritengono che ciò avviene perchè la soluzione di cloruro sodico e di chinina da noi adoperata, ha una concentrazione inferiore a quella che comunemente si adopera come isotonica al plasma sanguigno. Aggiungono che il fenomeno non si ottiene con la soluzione isotonica (0,90 % di Na Cl) chinizzata, mentre si osserva *ora sì*, *ora no* con la sola acqua distillata.

A queste obiezioni potremmo esaurientemente rispondere, servendoci dei risultati delle esperienze già eseguite. Se infatti, come dicono Bignami e Capogrossi, l'acqua distillata o la soluzione di cloruro sodico sono le condizioni essenziali per potere riuscire ad assistere al distacco del parassita dal globulo rosso, non si riesce a comprendere per quale ragione, tutte le volte che si voleva da noi studiare la resistenza di una forma parassitaria alla chinina, nella serie graduale di soluzioni chininiche di cui disponevamo, solamente alcune, costituenti una porzione della serie suddetta, erano adatte a produrre il fenomeno; mentre le altre di concentrazione più leggiera o più forte ci guidavano a raggiungere lo scopo, facendoci notare le altre fasi d'azione della chinina sul parassita malarico. Medesimamente, se tutti i nostri risultati sono dovuti al solvente e non alla chinina in esso disciolta, perchè le forme estive resistentissime alla chinina non si distaccano dall'eritrocito con quelle soluzioni chininiche leggiere che sono adatte a produrre il medesimo fenomeno nei parassiti della terzana primaverile?

Per noi il fenomeno del distacco di una forma con una data soluzione chininica, non si avvera *ora sì*, *ora no*. Se le condizioni sperimentali sono buone, ripetendo l'esperienza con le medesime forme e con la medesima so-

luzione, i risultati sono sempre uguali, come si può anche facilmente osservare in certi tratti delle curve che abbiamo riportato nelle Note precedenti.

Altri argomenti, per sostenere il nostro metodo di ricerca e i risultati delle nostre esperienze, potremmo ancora enumerare, ma sarà meglio seguire i nostri contraddittori nelle loro esperienze, e tra queste c'interessa in primo luogo di esaminare per quale ragione Bignami e Capogrossi sono venuti alla conclusione che l'acqua distillata può *ora sì*, *ora no* produrre il distacco del parassita.

Premettiamo che prima di noi altri autori avevano studiato l'azione dell'acqua distillata sul parassita malarico.

Marchiafava e Celli nella loro prima Memoria sulla malaria (1) descrivono una loro esperienza in questi termini: « Se al sangue uscente dalla ferita, si mescola una goccia di acqua distillata e poi si dissecca, e si colora col bleu di metilene, allora si vedono insieme ai corpuscoli rossi normali che hanno perduto l'emoglobina e che sono marcati da un contorno sottilissimo, altri che hanno ugualmente perduto l'emoglobina, che sono ugualmente rivelati da un contorno sottilissimo, ma che contengono nel loro interno i corpicciuoli ricordati (parassiti malarici), intensamente colorati in turchino e nettamente distinti ».

Il medesimo risultato fu ottenuto, variando le colorazioni, da questi autori, i quali nella tavola annessa al lavoro fecero riprodurre le figure dei globuli trattati nel modo suddetto. Per Marchiafava e Celli, quindi, i parassiti per l'azione dell'acqua distillata rimangono sempre aderenti agli stromi degli eritrociti. Simili esperienze furono ripetute da Marchiafava e Celli, da Laveran, da Manneberg e da altri allo scopo di studiare l'azione diretta della chinina sul parassita malarico, e da Grassi e Feletti (2) per istudiare la struttura di esso, ma nessuno di questi autori ebbe mai a notare che per azione dell'acqua distillata il parassita si stacca dall'eritrocita. I risultati quindi ottenuti da Bignami e Capogrossi, non solo contraddicono quelli da noi descritti, ma anche quelli dei più noti studiosi della malaria, ai quali faremmo grave torto se per un momento solo pensassimo che non hanno saputo bene osservare. Pur nondimeno non mettiamo in dubbio i risultati delle esperienze di Bignami e Capogrossi, ma preferiamo credere che, se essi qualche volta hanno visto il distacco del parassita dal globulo rosso, depositando una goccia di acqua distillata sul margine del vetrino coproggetti del preparato di sangue malarico, ciò è dipeso dalle cattive condizioni in cui si è compiuta l'esperienza.

Ciò accade quando le correnti liquide che si manifestano nel preparato sono molto violenti. Allora è facile osservare che il parassita aderente al

(1) Marchiafava e Celli, Atti Acc. Lincei, vol. XVIII, 1882-83.
(2) Grassi e Feletti, Atti Acc. Gioenia di Catania, Serie IV, tomo V.

globulo rosso, sul quale abbiamo fissata la nostra attenzione, o viene trasportato dalla corrente al pari degli altri eritrociti normali, o si distacca dal globulo, e si allontana per azione del liquido dal campo microscopico; mentre il globulo, cui era attaccato, resta sul posto e si scolora. Se invece la corrente, che si manifesta nel preparato, dopo aver depositato una goccia di acqua distillata sul margine del vetrino coprogetti, è d'intensità leggera, condizione essenziale perchè simili esperienze diano risultati attendibili, noi possiamo affermare che allora la forma parassitaria resta sempre attaccata al globulo, anche dopo lo scolorimento di esso. Non ci è lecito quindi mescolare i risultati delle prime con quelli delle seconde esperienze, e dire che il parassita per azione dell'acqua distillata si distacca dal globulo rosso *ora sì*, *ora no*. Nei primi due casi siamo in presenza di un fenomeno fisico, nel terzo caso osserviamo l'azione dell'acqua distillata sul parassita, la quale, come è noto, consiste nel far perdere a questo i suoi movimenti ameboidi.

Che la spinta di un corpo per azione di un liquido in movimento, come avviene nel primo caso, rappresenti un fenomeno fisico, nessuno vorrà oppugnare; che si tratti del pari di fenomeno fisico, quando la corrente strappa il parassita e lascia in sito il globulo, è facile dimostrarlo. Se teniamo presente il fatto già da noi notato, che il globulo parassitifero oppone una forte resistenza alla corrente del preparato, la qual cosa mostra rimanendo sempre nel posto dove si trova, mentre il parassita, quando è libero, si lascia facilmente trasportare da essa; ne viene di conseguenza che, essendo il parassita fuori e non dentro il globulo rosso, la corrente, quando non riuscirà a smuovere questi due corpi come corpo unico, agirà più sul parassita, producendone il distacco, che sul globulo che non si lascia vincere dalla forza di essa. E che il fenomeno del distacco sia in queste condizioni dipendente dalla forza della corrente, lo prova anche il fatto, che mentre per l'azione della chinina il parassita può lasciare il globulo rosso cui era aderente contro la direzione della corrente, ciò mai si osserva quando agisce la sola acqua distillata. Ammettendo invece la sede endoglobulare del parassita, l'azione dell'acqua distillata dovrebbe manifestarsi sempre egualmente, lasciando il parassita in sito o producendone il distacco dal globulo rosso.

Patologia. — *Sul fenomeno dell'agglutinazione nel sangue dei malarici.* Nota dei dottori D. Lo Monaco e L. Panichi, presentata dal Socio Luciani.

Questa Nota sarà pubblicata in uno dei prossimi fascicoli.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Vicepresidente Blaserna dà il doloroso annuncio della perdita fatta dalla Classe nella persona del Socio straniero A. Kowalewsky, mancato ai vivi il 22 novembre 1901; apparteneva il defunto Socio all'Accademia, sino dal 20 settembre 1887.

I Soci Todaro e Grassi deplorano la perdita fatta dalla scienza colla morte del prof. Kowalewsky, di cui mettono in rilievo i meriti e l'operosità.

Il Vicepresidente Blaserna dà comunicazione delle dimissioni presentate, per ragioni di famiglia, dal Socio Tacchini dalla carica di Amministratore; ed aggiunge che prossimamente, in una seduta delle due Classi riunite, si procederà alla nomina del nuovo Amministratore.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Cerruti presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dai Soci Riccò, Bassani, Haeckel, Helmert, Lockyer, Noether; fa inoltre particolare menzione del vol. XI della edizione nazionale, sotto gli auspici di S. M. il Re, delle *Opere di Galileo Galilei.*

Il Socio Betocchi presenta alcune pubblicazioni dell'architetto Busiri-Vici, colle seguenti parole:

« A nome dell'Autore, comm. Andrea Busiri-Vici, architetto primario della Fabbrica di S. Pietro, consigliere e già Presidente della Reale Accademia di Belle Arti di Roma, detta di S. Luca, ho l'onore di fare omaggio alla nostra Accademia di cinque delle sue numerose pubblicazioni storico-artistiche.

« Tre si riferiscono a quell'insigne monumento che è la Basilica Vaticana; una all'arte nobilissima del mosaico ed allo studio di detta arte che da circa cinque secoli ha sede in Vaticano alla dipendenza della fabbrica di detta Basilica; ed una riguarda la più antica e la più rinomata Accademia di Belle Arti che si conosca, l'insigne Accademia detta di S. Luca, della quale hanno fatto e fanno parte gli artisti più illustri passati e presenti.

« L'alto grado che il chiaro Autore occupa nei predetti Istituti, gli ha permesso di compulsare i rispettivi archivî, e di avere a sua disposizione memorie ed atti che altri difficilmente avrebbero potuto avere fra mani.

« Donde ne viene che in queste pubblicazioni si trovano riprodotti disegni, notizie e documenti importantissimi, che invano si cercherebbero in altre pubblicazioni congeneri.

« E ciò forma il pregio singolare di queste monografie dovute all'amore vivissimo che il chiaro Autore ha per le Belle Arti, ed alla sua singolare competenza, essendo non solamente insigne architetto, ma ben anche distinto pittore ».

Il Corrispondente Cuboni presenta il vol. I dell'*Annuario della R. Stazione di patologia vegetale di Roma.*

CORRISPONDENZA

Il Vicepresidente Blaserna, a nome del Socio Mosso, fa omaggio di una copia della tessera coniata in occasione del recente Congresso internazionale di fisiologia, tenutosi a Torino.

Il Socio Luciani dà alla Classe alcune notizie sui lavori e sulla importanza del Congresso anzidetto.

Il Segretario Cerruti dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze ed arti di Barcellona; la Società di scienze naturali di Emden; le Società geologiche di Manchester e di Sydney; la Società zoologica di Tokyo; l'Università di Upsala; l'Istituto tecnico superiore di Karlsruhe.

Annunciano l'invio delle proprie pubblicazioni:

La R. Società di scienze naturali di Budapest; la Facoltà delle scienze di Marsiglia; il Corpo Reale delle miniere di Roma; l'Istituto geografico militare di Vienna; la R. Scuola d'applicazione per gl'ingegneri di Roma; l'Università di Tokyo.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 1° dicembre 1901.

Abafi Aigner L. — Historia Lepidopterologiae Hungaricae. Budapest, 1898. 8°.

Arcidiacono S. — Principali fenomeni eruttivi avvenuti in Sicilia e nelle isole adiacenti durante l'anno 1900. Modena, 1901. 8°.

Bassani F. — Il Notidanus griseus Cuv. nel Pliocene della Basilicata e di altre regioni italiane e straniere. Napoli, 1901. 8°.

Id. — Su alcuni avanzi di pesci del Pliocene Toscano. Napoli, 1901. 8°.

Id. — Nuove osservazioni paleontologiche sul Bacino Stampiano di Ales in Sardegna. Napoli, 1901. 8°.

Berlese A. — Gli uccelli insettivori sono realmente utili all'agricoltura? Padova, 1901. 8°.

Id. — L'accoppiamento della mosca domestica. S. l. 1901. 8°.

Busiri-Vici A. — Il celebre studio del mosaico della Rev. Fabbrica di S. Pietro. Roma, 1901. 4°.

Id. — La conservazione, il decoro e la difesa della maestosa patriarcale Basilica del Principe degli Apostoli. Roma, 1897. 4°.

Id. — Le torri campanarie della Basilica Vaticana nel secolo XVII. Roma, 1899. 4°.

Id. — Riforma artistica delle decorazioni, addobbi e luminarie nelle solenni funzioni pontificie della Basilica Vaticana. Roma, 1898. 4°.

Id. — Sessantacinque anni delle Scuole di belle arti della ins. e pont. Accademia Romana denominata di S. Luca. Roma, 1895. 4°.

Crema C. — Cenni sull'industria delle Scorie Thomas. Roma, 1901. 8°.

De Angelis G. e *Millosevich F.* — La Miniera di antimonio a Montauto di Maremma e suoi dintorni. Torino, 1901. 8°.

De Angelis G. — Sulla geologia della provincia di Roma. Roma, 1901. 8°.

Festschrift der Naturhistorischen Gesellschaft in Nürnberg 1801-1901. Nürnberg, 1901. 8°.

Galilei G. — Le opere. Edizione nazionale. Vol. XI. 1901. 4°.

Gentile G. — Su alcune nummuliti dell'Italia Meridionale. Napoli, 1901. 4°.

Guareschi I. — Storia della Chimica. I. Amedeo Avogadro e la teoria molecolare. Torino, 1901. 8°.

Haeckel E. — Kunst-Formen der Natur. Lief VI. Leipzig, 1901. 4°.

Heat Th. — Observations of Edinburgh Rock Thermometers. Edinburgh, 1901. 4°.

Héjas A. — Die Gewitter in Ungarn nach den Beobachtungen von d. J. 1871-1895. Budapest, 8°.

Hellmann G. — Regenkarte der Provinzen Brandenburg und Pommern. Berlin, 1901. 8°.

Helmert F. R. — Zur Bestimmung kleiner Flächenstücke des Geoids aus Lothabweichungen mit Rücksicht auf Lothkrümmung. Berlin, 1901. 8°.

Lockyer N. Chrisholm-Batten Capt.. *Pedler A.* — Total eclipse of the Sun, January 22, 1898. — Observations at Viziadrug. London, 1901. 4°.

Matiegka H. — Bericht ueber die Untersuchung der Gebeine Tycho Brahe's. Prag, 1901. 8°.

Meli R — Cenno sulle escursioni geologiche eseguite con gli allievi ingegneri della R. Scuola di applicazione di Roma. Roma, 1901. 16°.

Negri A. — Carta geologica della provincia di Vicenza. Vicenza, 1901. 8°.

Noether M. — Charles Hermite. Leipzig, 1901. 8°.

Riccò A. — Cratere centrale dell'Etena. Modena, 1901. 8°.

Roscoe-Schorlemmer. — Ausführliches Lehrbuch der Chemie von J. W. Brühl. Bd. IX. 7. Die Kohlenwasserstoffe und ihre Derivate oder Organische Chemie. Braunschweig, 1901. 8°.

Sars G. O. — An account of the Crustacea of Norway. Vol. IV. Copepoda calanoida. P. I, II. Bergen, 1901. 8°.

Studnička F. J. — Bericht ueber die astrologischen Studien des Reformators der beob. Astronomie Tycho Brahe. Prag, 1901. 8°.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ADUNANZA DELLE DUE CLASSI DEL 15 DICEMBRE 1901.

P. BLASERNA, Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sopra una proprietà generale delle linee di curvatura di una superficie.* Nota del Socio LUIGI BIANCHI.

1. Da un noto teorema di Ribaucour, relativo ai sistemi ciclici, potrebbe facilmente dedursi la proprietà delle linee di curvatura di una superficie qualunque, di cui tratto nelle linee seguenti. Ma poichè la proposizione in vista esprime una proprietà semplice ed affatto generale delle linee di curvatura, e non sembra fino ad ora esplicitamente osservata, stimo non inutile darne, insieme all'enunciato, una dimostrazione diretta.

La proposizione in discorso si enuncia:

A) *Sopra qualsiasi superficie, il luogo dei circoli osculatori delle linee di curvatura di un sistema, lungo una linea di curvatura del secondo sistema, ammette questi circoli per linee di curvatura.*

Per dimostrarla geometricamente, consideriamo sulla superficie data S le linee di curvatura (u) del primo sistema e la prima falda S_1 della evoluta di S, che è il luogo degli spigoli di regresso delle sviluppabili generate dalle normali alla S lungo ogni singola linea (u). I piani normali di questa linea (u) toccano, nei corrispondenti centri M_1 di prima curvatura, la falda S_1 dell'evoluta, e contengono gli assi dei circoli osculatori di (u), il luogo di questi assi essendo appunto la sviluppabile polare della (u), sulla quale è tracciata la linea (u) di S_1. Gli assi dei circoli osculatori della linea (u) sopra S toccano adunque la S_1 nei corrispondenti centri M_1 di prima curvatura; e, poichè formano una sviluppabile, hanno in ogni punto M_1 di S_1

la direzione coniugata a quella della relativa linea (u). Dunque: *gli assi dei circoli osculatori della linea di curvatura* (u) *del primo sistema sopra* S *sono le tangenti a quelle linee* (v) *della prima falda* S_1 *della evoluta, che corrispondono alle linee di curvatura del secondo sistema.*

Ciò posto, si considerino le sfere (principali) che toccano la superficie S, avendo il centro nel rispettivo centro M_1 di prima curvatura, e contengono per conseguenza i circoli osculatori delle linee (u) sopra S. Se spostiamo il centro M_1 lungo una linea (v) di S_1, avremo una semplice infinità di queste sfere, il cui inviluppo sarà una superficie a linee di curvatura circolari; dimostreremo il teorema A) provando che questi circoli di curvatura sono precisamente i circoli osculatori delle linee (u) di S. E infatti le sfere principali toccando la superficie S, il circolo caratteristico di una tale sfera Σ (cioè la sua intersezione colla successiva nella serie (v)) passerà pel punto M di S e giacerà nel piano condotto per M normalmente alla direzione dello spostamento del centro; questa è segnata dall'asse del circolo osculatore della (u) in M, e ciò dimostra la nostra asserzione.

2. Possiamo confermare con un breve calcolo le proprietà sopra stabilite geometricamente.

Riferita la superficie S alle sue linee di curvatura u, v, e ritenendo le consuete notazioni [1], poniamo

$$X_1 = \frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial x}{\partial u}, \quad X_2 = \frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial x}{\partial v};$$

avremo le seguenti formole fondamentali:

$$(2)\begin{cases} \dfrac{\partial X_1}{\partial u} = -\dfrac{1}{\sqrt{G}}\dfrac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}X_2 - \dfrac{\sqrt{E}}{r_2}X, \quad \dfrac{\partial X_2}{\partial u} = \dfrac{1}{\sqrt{G}}\dfrac{\partial\sqrt{E}}{\partial v}X_1, \quad \dfrac{\partial X}{\partial u} = \dfrac{\sqrt{E}}{r_2}X_1 \\ \dfrac{\partial X_1}{\partial v} = \dfrac{1}{\sqrt{E}}\dfrac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}X_2, \quad \dfrac{\partial X_2}{\partial v} = -\dfrac{1}{\sqrt{E}}\dfrac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}X_1 - \dfrac{\sqrt{G}}{r_1}X, \quad \dfrac{\partial X}{\partial v} = \dfrac{\sqrt{G}}{r_1}X_2, \end{cases}$$

La sfera principale avente il centro nel primo centro M_1 di curvatura, di coordinate

$$(3) \qquad x_1 = x - r_1 X, \quad y_1 = y - r_1 Y, \quad z_1 = z - r_1 Z,$$

ha per equazione

$$(4) \qquad (\xi - x_1)^2 + (\eta - y_1)^2 + (\zeta - z_1)^2 = r_1^2,$$

indicando con ξ, η, ζ le coordinate correnti. Spostando il centro M_1 lungo una linea (v) sopra S_1, il circolo caratteristico della sfera (4) sulla superficie

[1] Vedi le mie *Lezioni di geometria differenziale*, cap. IX.

inviluppo si otterrà associando alla (4) l'equazione che ne risulta derivandola rispetto al parametro u, con che si ottiene a causa delle (2):

$$\Sigma(\xi - x)\left\{\sqrt{E}\left(1 - \frac{r_1}{r_2}\right)X_1 - \frac{\partial r_1}{\partial u}\right\} = 0.$$

Avendo riguardo alla formola di Codazzi

$$\frac{\partial r_1}{\partial u} = \frac{r_1}{\sqrt{G}}\left(1 - \frac{r_1}{r_2}\right)\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}$$

essa può scriversi anche:

$$\Sigma(\xi - x)\left\{\frac{\sqrt{G}}{r_1}X_1 - \frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}X\right\} = 0,$$

e combina, come dimostrano le (2), (3), colla equazione del piano osculatore alla prima linea di curvatura (u) della S:

$$\begin{vmatrix} \xi - x & \eta - y & \zeta - z \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \\ \frac{\partial^2 x}{\partial v^2} & \frac{\partial^2 y}{\partial v^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial v^2} \end{vmatrix} = 0.$$

Ne risulta la conferma analitica del teorema A).

3. Si è visto sopra che i circoli osculatori delle linee di curvatura (u) del primo sistema lungo ciascuna linea di curvatura (v) del secondo, generano una superficie sulla quale essi sono linee di curvatura. Ancor più facilmente si vede che la stessa cosa avviene per il luogo dei circoli osculatori di una medesima linea (u); sussiste invero la proposizione generale seguente:

B) *La superficie luogo dei circoli osculatori di una curva qualunque dello spazio ammette questi circoli per linee di curvatura.*

La dimostrazione è immediata, ove si consideri che ogni circolo osculatore è l'intersezione della sfera osculatrice colla successiva, e per ciò la superficie considerata non è altro che l'inviluppo delle sfere osculatrici.

Così adunque, per qualsiasi superficie S, nella congruenza dei circoli osculatori delle linee di curvatura (u) di un sistema, sono contenute due serie ∞^1 di superficie aventi questi circoli per linee di curvatura; le prime si ottengono associando i circoli lungo le linee (u) stesse, quelle della seconda serie associandoli invece lungo le linee di curvatura (v) del secondo sistema. Risulta inoltre dalle considerazioni superiori, che le normali a queste superficie, lungo uno dei detti circoli, concorrono per la superficie (u)

della prima serie nel centro M_0 della sfera osculatrice in M alla linea di curvatura (u), e per quelle (v) del secondo sistema nel centro principale M_1 di curvatura relativo alla linea (u) stessa.

4. Da quanto precede sorge spontanea la domanda: *Quando accade che le due serie di superficie, a linee di curvature circolari, formate nel modo descritto coi circoli osculatori delle linee di curvatura di un sistema della data sugerficie* S, *si tagliano ortogonalmente lungo questi circoli?*

Pel teorema inverso di Dupin si può porre il problema sotto l'altra forma: *Per quali superficie* S *accade che i circoli osculatori delle linee di curvatura di un sistema ammettono una serie di superficie ortogonali?*

Per risolvere la questione proposta conviene esprimere che, in ogni punto M di una linea di curvatura (u), la sfera osculatrice della linea è normale alla superficie. Ora, il piano normale alla linea (u) avendo per equazione

$$(5) \qquad (\xi - x)\,X_2 + (\eta - y)\,Y_2 + (\zeta - z)\,Z_2 = 0,$$

le coordinate ξ, η, ζ del centro della sfera osculatrice della linea (u) si calcoleranno associando alla (5) le due equazioni che se ne ottengono con una prima ed una seconda derivazione rispetto a v. A causa delle (3), si hanno così le due equazioni seguenti:

$$\Sigma(\xi - x)\left\{\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}X_1 - \frac{\sqrt{G}}{r_1}X\right\} = \sqrt{G}$$

$$\Sigma(\xi - x)\left\{\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}\right)X_1 - \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{\sqrt{G}}{r_1}\right)X\right\} = \frac{\partial\sqrt{G}}{\partial v}.$$

Ma, per le nostre ipotesi, deve essere

$$\Sigma(\xi - x)\,X = 0,$$

onde le due equazioni

$$\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}\cdot\Sigma(\xi - x)\,X_1 = \sqrt{G}$$

$$\frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}\right)\cdot\Sigma(\xi - x)\,X_1 = \frac{\partial\sqrt{G}}{\partial v}$$

debbono coincidere, ciò che si esprime colla relazione

$$\frac{\partial}{\partial v}\log\left(\frac{1}{\sqrt{E}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}\right) = \frac{\partial}{\partial v}\log\sqrt{G}.$$

Integrando risulta

$$(6) \qquad \frac{1}{\sqrt{EG}}\frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u} = U,$$

indicando U una funzione arbitraria di u; inversamente quando sussiste la (6) ha luogo la proprietà richiesta. Il primo membro della (6) non è altro che la curvatura geodetica della linea (u); dunque ciascuna linea di curvatura (u) deve essere a curvatura geodetica costante. Ora, per un noto teorema dovuto al Brioschi, ogni linea di curvatura che sia a curvatura geodetica costante è tracciata sopra una sfera (o piano) che taglia ad angolo retto la superficie, ed inversamente.

Ne concludiamo adunque: *Le superficie per le quali la congruenza dei circoli osculatori delle linee di curvatura di un sistema ammette una serie di superficie ortogonali, sono tutte e sole quelle che hanno queste linee di curvatura sferiche, e tracciate sopra sfere ortogonali alla superficie.*

È ben noto come si trovano tutte queste superficie [1]. Basta prendere ad arbitrio una semplice infinità di sfere, e nella congruenza delle loro ∞^2 traiettorie ortogonali scegliere comunque una serie ∞^1 di queste traiettorie; il loro luogo costituisce la più generale superficie richiesta. Quanto al problema di trovare le traiettorie ortogonali di un sistema ∞^1 dato di sfere, esso riducesi ad un'equazione differenziale di Riccati e si risolve per quadrature, appena nota una di esse.

Meccanica. — *Di alcune nuove forme delle equazioni della Dinamica, applicabili ai sistemi anolonomi.* Nota del Corrispondente Gian Antonio Maggi.

Il concetto di formare le equazioni differenziali del movimento di un sistema vincolato di punti, valendosi dell'espressione delle velocità per funzioni lineari di parametri indipendenti, si ritrova nella *Mechanik* di Kirchhoff. Ivi, con questo principio, sono dedotte dal teorema di Hamilton le ultime equazioni del § 4 della Lezione 3ª, le quali sono applicate, nel § 2 della Lezione 4ª, alla formazione delle equazioni differenziali più generali del movimento di un solido libero, o avente un punto fisso.

Il sig. Volterra ha applicato lo stesso principio nella sua Nota *Sopra una classe di equazioni dinamiche*, pubblicata nel volume XXXIII (1898) degli « Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino », per dedurre dall'equazione di d'Alembert e Lagrange, ridotta ad un'espressione di Beltrami [2], una forma delle equazioni del movimento di un sistema di punti i cui vincoli sono indipendenti dal tempo, ed espressi da equazioni ai diffe-

[1] Darboux, *Leçons sur les systèmes orthogonaux et les coordonnées curvilignes*, Chap. II.

[2] Beltrami, *Sulle equazioni dinamiche di Lagrange*, Rendiconti del R. Istituto Lombardo, vol. XXVIII (1895).

renziali totali fra le coordinate, egualmente valida se queste formano o no un sistema integrabile, vale a dire se il sistema mobile è olonomo o anolonomo. Sono le equazioni differenziali (C), stabilite fra il tempo, le coordinate, e le *caratteristiche del moto*, in numero eguale a queste: così chiamando tanti parametri quanti sono i gradi di libertà del sistema, mediante i quali, in virtù dei vincoli, si esprimono per funzioni lineari omogenee le componenti della velocità d'ogni punto. E il sig. Volterra si propone particolarmente d'indagare il caso che dette equazioni siano sufficienti a determinare le caratteristiche in funzione del tempo.

Infine il sig. Appell, col medesimo principio delle caratteristiche, ha dedotto dall'equazione di d'Alembert e Lagrange una forma elegante di equazioni differenziali del movimento, applicabili, come le precedenti, a sistemi olonomi e anolonomi, come pure al caso di vincoli dipendenti dal tempo, nella sua Nota *Sur les mouvements de roulement — Équations analogues à celles de Lagrange*, inserita nel tomo CXXIX dei « Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences » di Parigi (1899), e nell'altra *Sur une forme générale des équations de la dynamique*, pubblicata nel tomo CXXI del « Giornale di Crelle » (1900) (1).

Mi permetto di mostrare, con questa breve Nota, come le equazioni del sig. Appell e quelle del sig. Volterra si deducano da una forma di equazioni della dinamica, che si trovano nel § 493 della mia *Meccanica* (2), dedotta, alla sua volta, assai speditamente dal teorema di Hamilton: le quali, per quanto apparisce, passarono inosservate, quantunque siano applicate, nel seguente §, a formare le equazioni del movimento di un solido, con un metodo che ci sembra presentare, in confronto di quello di Kirchhoff, il vantaggio di una maggiore prontezza.

Comincierò col rammentare la semplicissima deduzione delle equazioni in discorso. Partiamo dal teorema di Hamilton:

$$\int_{t'}^{t''} (\delta T + \Pi)\, dt = 0, \tag{1}$$

dove, indicando $q_1, q_2, \ldots q_n$ una specie qualsivoglia di coordinate, libere o no, del sistema mobile, si ha

$$\delta T = \sum_1^n{}_i \left(\frac{\partial T}{\partial q_i} \delta q_i + \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i \right), \quad \dot{q}_i = \frac{dq_i}{dt}, \quad \Pi = \sum_1^n{}_i Q_i \delta q_i . \tag{2}$$

(1) V. anche Appell, *Les mouvements de roulement en Dynamique*, § 24 (Scientia 4°). Parigi, 1899.

(2) *Principii della teoria matematica del movimento dei corpi*. Milano, 1896.

Siano i vincoli rappresentati da

$$(3) \qquad \sum_1^n{}_i \, \Phi_{i,j} \, dq_i = T_j \, dt, \qquad (j = 1, 2, \ldots m)$$

con che le $\delta q_1, \delta q_2, \ldots \delta q_n$ riescono definite da

$$(4) \qquad \sum_1^n{}_i \, \Phi_{ij} \, \delta q_i = 0 \qquad (j = 1, 2, \ldots m)$$

Queste ultime equazioni potranno sempre supporsi risolute rispetto ad $n - m$ delle $\delta q_1, \delta q_2, \ldots \delta q_n$, se occorre, opportunamente scelte, quindi tali da fornire

$$(5) \qquad \delta q_i = \sum_1^{n-m}{}_r \, E_{ir} \, \varepsilon_r \qquad (i = 1, 2, \ldots n)$$

dove le $\varepsilon_r, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon_{n-m}$ sono altrettanti parametri arbitrarii.

Ora (1), conformemente a (2), può porsi notoriamente sotto la forma

$$\int_{t'}^{t''} dt \sum_1^n{}_i \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} - Q_i \right) \delta q_i = 0,$$

che fornisce immediatamente

$$\sum_1^n{}_i \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} - Q_i \right) \delta q_i = 0.$$

Nella quale relazione introducendo le (5), raccogliendo le singole ε_r, eguagliando a 0 il coefficiente di ciascuna, e ponendo

$$\sum_1^n{}_i \, Q_i \, E_{ir} = E_r$$

con che, per (2),

$$(6) \qquad \Pi = \sum_1^{n-m}{}_r \, E_r \, \varepsilon_r,$$

si ottiene

$$(7) \qquad \sum_1^n{}_i \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} \right) E_{ir} = E_r. \qquad (r = 1, 2, \ldots n - m)$$

Queste sono le equazioni cercate, formanti colle (3) un sistema di n equazioni differenziali, dove t funge da variabile indipendente, e le $q_1, q_2, \dots q_n$ da incognite: valide per sistemi olonomi e anolonomi, e per vincoli indipendenti e dipendenti dal tempo.

Per porre queste equazioni sotto la forma del sig. Appell, basta osservare che da (3) si ricaverà, conformemente a (5),

$$\dot{q}_i = \mathrm{E}_i + \sum_1^{n-m} {}_r \, \mathrm{E}_{ir} \, e_r , \qquad (i = 1, 2, \dots n)$$

con che $e_1, e_2, \dots e_{n-m}$ rappresentano le caratteristiche del movimento del considerato sistema, per modo che

$$\mathrm{E}_{ir} = \frac{\partial \dot{q}_i}{\partial e_r} = \frac{\partial \ddot{q}_i}{\partial \dot{e}_r} \tag{8}$$

Mentre, d'altra parte, posto, col sig. Appell,

$$\mathrm{S} = \tfrac{1}{2} \sum m (\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2),$$

dove m e x, y, z rappresentano la massa e le coordinate del punto generico del sistema, e la somma è estesa a tutti i punti, si ha

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial q_i} = \frac{\partial \mathrm{S}}{\partial \ddot{q}_i}. \tag{9}$$

Difatti

$$\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial \ddot{q}_i} = \sum m \left(\ddot{x} \frac{\partial \ddot{x}}{\partial \ddot{q}_i} + \ddot{y} \frac{\partial \ddot{y}}{\partial \ddot{q}_i} + \ddot{z} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial \ddot{q}_i} \right).$$

Ma si ha

$$\dot{x} = \frac{\partial x}{\partial t} + \sum_1^n {}_i \frac{\partial x}{\partial q_i} \dot{q}_i ,$$

donde

$$\frac{\partial x}{\partial q_i} = \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial \ddot{x}}{\partial \dot{q}_i}$$

e le analoghe. Quindi

$$\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial \ddot{q}_i} = \sum m \left(\ddot{x} \frac{\partial \dot{x}}{\partial \dot{q}_i} + \dot{y} \frac{\partial \dot{y}}{\partial \dot{q}_i} + \ddot{z} \frac{\partial \dot{z}}{\partial \dot{q}_i} \right).$$

E stando

$$\mathrm{T} = \tfrac{1}{2} \sum m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) \tag{10}$$

anche

$$\frac{\partial S}{\partial \ddot{q}_i} = \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \sum m\left(\dot{x}\frac{d}{dt}\frac{\partial x}{\partial q_i} + \dot{y}\frac{d}{dt}\frac{\partial y}{\partial q_i} + \dot{z}\frac{d}{dt}\frac{\partial z}{\partial q_i}\right) = \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i};$$

poichè

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial x}{\partial q_i} = \frac{\partial^2 x}{\partial q_i \partial t} + \sum_1^n{}_j \frac{\partial^2 x}{\partial q_i \partial q_j}\dot{q}_j = \frac{\partial^2 x}{\partial t \partial q_i} + \sum_1^n{}_j \frac{\partial^2 x}{\partial q_j \partial q_i}\cdot \dot{q}_j = \frac{\partial}{\partial q_i}\frac{dx}{dt} = \frac{\partial \dot{x}}{\partial q_i}.$$

Ciò posto, per (8) e (9), le (7) diventano

$$\sum_1^n{}_i \frac{\partial S}{\partial \ddot{q}_i}\frac{\partial \ddot{q}_i}{\partial \dot{e}_r} = E_r \qquad (r = 1, 2, \ldots n - m)$$

ossia

$$(7^{bis}) \qquad \frac{\partial S}{\partial \dot{e}_r} = E_r, \qquad (r = 1, 2, \ldots n - m)$$

che sono le equazioni del sig. Appell, svincolate da ogni ipotesi speciale sulla scelta delle caratteristiche.

Le equazioni del sig. Volterra si ottengono, ponendo le (7), conformemente a (8), sotto la forma

$$\sum_1^n{}_i \left(\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i}\right)\frac{\partial \dot{q}_i}{\partial e_r} = E_r,$$

ossia

$$\frac{d}{dt}\sum_1^n{}_i \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\frac{\partial \dot{q}_i}{\partial e_r} = \sum_1^n{}_i \frac{dE_{ir}}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} + \sum_1^n{}_i E_{ir}\frac{\partial T}{\partial q_i} + E_r,$$

o infine

$$(7^{ter}) \quad \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial e_r} = \sum_1^n{}_i \frac{dE_{ir}}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} + \sum_1^n{}_i E_{ir}\frac{\partial T}{\partial q_i} + E_r \qquad (r = 1, 2, \ldots n - m).$$

Queste equazioni si applicano propriamente a qualunque specie di coordinate $q_1, q_2 \ldots q_n$, e a vincoli anche dipendenti dal tempo. Supposto che le $q_1, q_2 \ldots q_n$, con $n = 3\nu$, rappresentino le coordinate cartesiane ortogonali, x, y, z, di un sistema di ν punti, e che i vincoli siano indipendenti dal tempo, si ha, conformemente a (10),

$$\frac{\partial T}{\partial q_i} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} = m_i \dot{q}_i = m_i \sum_1^{n-m}{}_u E_{iu} e_u \quad (i = 1, 2, \ldots 3\nu;\ m_i = m_{i+1} = m_{i+2})$$

Inoltre,

$$\frac{d\mathrm{E}_{ir}}{dt} = \sum_1^n{}_j \frac{\partial \mathrm{E}_{ir}}{\partial q_j}\dot{q}_j = \sum_1^{u-m}{}_v\, e_v \sum_1^{3\nu}{}_j \frac{\partial \mathrm{E}_{ir}}{\partial q_j}\mathrm{E}_{jv}.$$

Quindi, in dette ipotesi, le precedenti equazioni diventano

$$(7^{\mathrm{IV}}) \qquad \frac{d}{dt}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial e_r} = \sum_1^{n-m}{}_u \sum_1^{n-m}{}_v\, b_{rv}^{(u)}\, e_u\, e_v,$$

dove

$$b_{rv}^{(u)} = \sum_1^{3\nu}{}_j \mathrm{E}_{jv} \sum_1^{3\nu}{}_i\, m_i \frac{\partial \mathrm{E}_{ir}}{\partial q_j}\mathrm{E}_{iu}:$$

forma semplice, alla quale (salvo le lettere differenti) si riducono le equazioni (C) del sig. Volterra, valendosi delle premesse relazioni, ed eseguendo le operazioni indicate.

Termino con brevi osservazioni sull' opportunità e la legittimità dell' uso del teorema di Hamilton.

Pare a me, quanto ad opportunità, che l' equazione in cui si traduce questo teorema possa sempre considerarsi come una riduzione a forma più concisa dell' equazione di d' Alembert e Lagrange, che si presta spontaneamente per la deduzione delle equazioni del movimento in coordinate generali.

Quanto a legittimità, all' eccezione del sig. Appell, che forma oggetto della sua Nota *Sur les équations de Lagrange et le principe d'Hamilton*, nel tomo XXVI del « Bulletin de la Société Mathématique de France » (1898), può obbiettarsi che la dimostrazione della incompatibilità di

$$(11) \qquad d\delta x = \delta dx, \qquad d\delta q_i = \delta dq_i,$$

nel caso della anolonomia, si fonda sulla deduzione di

$$\delta\,[dx - (\mathrm{A}_1\, dq_1 + \mathrm{A}_2\, dq_2)] = 0$$

dall' equazione traducente i vincoli

$$dx - (\mathrm{A}_1\, dq_1 + \mathrm{A}_2\, dq_2) = 0\,.$$

Ora, ciò significa imporre al movimento virtuale di soddisfare i medesimi vincoli del movimento effettivo. Che se, conformemente all' ordinario canone, la variazione relativa al passaggio ad un movimento virtuale si definisce colle (11), e, nel caso in discorso, con

$$\delta x - (\mathrm{A}_1\, \delta q_1 + \mathrm{A}_2\, \delta q_2) = 0\,,$$

il ragionamento del sig. Appell dimostra come, nel medesimo caso, l' olonomia sia condizione necessaria e sufficiente perchè coincidano movimento virtuale e movimento soddisfacente agli stessi vincoli del movimento effettivo (1).

(1) Cfr. Hölder, *Ueber die Principien von Hamilton und Maupertuis*, § 6. Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen (1896).

Patologia vegetale. — *Sulla malattia dell' olivo chiamata « brusca » nel territorio di Lecce.* Nota preliminare del Corrisp. G. Cuboni e del prof. U. Brizi.

Nella provincia di Lecce infierisce da qualche anno una grave malattia degli olivi che li rende assolutamente improduttivi.

Tale malattia, che sul luogo è denominata *brusca*, non è nuova, giacchè autori antichi ne parlano e, a quanto sembra, ricorre più funesta periodicamente.

Sulle cause che producono questo malanno si è molto discusso, e varie ipotesi più o meno attendibili furono emesse. L' ultima è quella del prof. Comes che studiò sul posto recentemente la *brusca* e che l' attribuisce senz' altro al *marciume radicale* ed alla conseguente *gommosi*.

Uno di noi (Brizi) recatosi sul posto sui primi dello scorso novembre per visitare gli oliveti colpiti, ebbe immediatamente l'impressione che dovesse trattarsi piuttosto di malattia crittogamica, giacchè quasi tutte le foglie degli olivi apparivano chiazzate di caratteristiche macchie arsiccie, per una grandissima estensione, comprendente tutto il territorio olivato dei paesi di Lizzanello, Cavallino, Vernole, Castri, Pisignano, Melendugno ecc., al sud di Lecce. Oltre alla presenza delle caratteristiche macchie sulle foglie, facevano subito supporre trattarsi di malattia crittogamica altre circostanze che convalidavano questa opinione.

Infatti, l' esame accurato del sistema radicale della maggior parte degli olivi anche più fortemente colpiti dalla *Brusca*, rivelò che le radici erano quasi sempre sane e che non poteva esservi alcun rapporto fra qualche radice superficiale eventualmente marcita e il deperimento generale del fogliame. Inoltre non era possibile spiegare colla sola ipotesi di un marciume radicale generale, anzitutto i caratteri della sofferenza del fogliame assai diversi da quelli che sogliono apparire nel vero *marciume*, ma sopratutto la rapidità con cui la malattia si manifesta, caratteristica delle vere infezioni crittogamiche, tanto che, in generale, nella prima quindicina di novembre improvisamente in pochi giorni molte migliaia di olivi vengono quasi contemporaneamente colpiti. Si aggiunga inoltre che la malattia si presenta specialmente dopo un periodo di nebbie, e sopratutto che la *brusca* ha una spiccata preferenza per quella varietà di olivo detta *oliarola*, mentre rispetta quasi totalmente la varietà detta *nardò*, che pur trovasi ovunque commista alla precedente.

Lo studio microscopico del materiale raccolto sul posto, svelò la presenza sempre costante su tutte le foglie colpite, in corrispondenza delle macchie arsiccie, di un micelio ad ifi septati tenuissimi, non molto facile ad esser messo in evidenza per la sua estrema piccolezza.

Sul materiale raccolto non si rinvenne sul posto alcuna fruttificazione del fungillo, ma le foglie stesse invase dal micelio e tenute in laboratorio in condizioni opportune svilupparono un corpo fruttifero che permise di riferire il fungillo all'ordine dei *discomiceti* ed al genere *stictis*.

Ritornati entrambi sul posto alla metà di dicembre, i dubbî che potevano rimanere sulla natura della malattia furono risolti completamente, giacchè i caratteri di essa erano molto più accentuati e di più non solo si rinvenne la fruttificazione del fungo sulle abbondantissime foglie cadute, ma anche su quelle ancor vive e sulla pianta, fruttificazione perfettamente identica a quella ottenuta in laboratorio.

L'esame poi delle radici degli olivi più sofferenti nel territorio di Vernole confermò una seconda volta non potersi attribuire in alcun modo al marciume radicale la malattia in questione.

Non rimane quindi secondo noi alcun dubbio sulla origine crittogamica della dannosissima malattia della *brusca* nell'agro Leccese. Il fatto ci sembra di grande importanza, poichè non è improbabile che lo studio accurato, che vedrà la luce a suo tempo, delle condizioni dello sviluppo del fungillo e della sua biologia ci diano una norma sicura, finora completamente mancata, per combattere questa malattia che, colla sua persistenza, ha completamente immiserito e posta alla disperazione la popolazione di molti paesi, pei quali l'unica risorsa è il prodotto dell'olivo.

Meccanica. — *Su alcuni problemi di equilibrio elastico.* Nota II [1] del prof. ORAZIO TEDONE, presentata dal Socio VOLTERRA.

5. Come una generalizzazione immediata del problema precedente, indichiamo, senza insisterci, la soluzione del problema della determinazione della deformazione elastica di un mezzo isotropo ed omogeneo compreso fra le facce di un triedro trirettangolo quando in superficie sono dati gli spostamenti.

Mantenendo, per quanto è possibile, le notazioni precedenti, supponiamo che il mezzo elastico omogeneo di cui vogliamo occuparci occupi il triedro trirettangolo S in cui ξ, η, ξ sono positive, e chiamiamo σ_1, σ_2, σ_3 le facce corrispondenti a $\xi = 0$, $\eta = 0$, $\zeta = 0$. Insieme ai punti A, A_1, A_2, A_3, introduciamo anche gli altri punti A', A'_1, A'_2, A'_3 e le distanze: r', r'_1, r'_2, r'_3 di questi quattro punti dal punto (ξ, η, ζ) di S.

Come nel caso precedente, noteremo che il valore di una funzione armonica in S la quale su σ_1, σ_2, σ_3 assume valori fissati, nel punto A, è dato dalla formola

[1] V. pag. 251.

$$(8)\qquad -2\pi\varphi = \frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\varphi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1 +$$
$$+\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_2}\varphi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_1}\right)d\sigma_2+\frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_3}\varphi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_3,$$

mentre il valore di una funzione ψ che in S soddisfaccia all'equazione $\Delta^2\Delta^2\psi = 0$ ed è tale che ψ e $\Delta^2\psi$ assumano su $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ valori fissati, nello stesso punto A, è dato dalla formola

$$(9)\qquad -2\pi\psi = \frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\psi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1 +$$
$$+\frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_2}\psi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_2+\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_3}\psi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_1}\right)d\sigma_3$$
$$+\frac{x}{2}\int_{\sigma_1}\Delta^2\psi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1 +$$
$$+\frac{y}{2}\int_{\sigma_2}\Delta^2\psi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_2+\frac{z}{2}\int_{\sigma_3}\Delta^2\psi\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_1}\right)d\sigma_3.$$

Senza trascriverle, notiamo, pure, che sussistono delle formole analoghe alle (a), (a'), (b), (b'), (c), (c') e che si dimostrano allo stesso modo. Applicando la (9) a ciascuna delle (3) e trasformando i risultati con le formole a cui or ora abbiamo accennato, si trova, nella ipotesi che u, v, w sieno differenti da zero soltanto su σ_1:

$$(10)\qquad \begin{cases} 2\pi u = -\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1} u\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1+\frac{\lambda+\mu}{2\mu}x\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1+ \\ +\frac{\lambda+\mu}{2\mu}y\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_2}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_2+\frac{\lambda+\mu}{2\mu}z\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_3}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_1}\right)d\sigma_3+ \\ +\frac{\lambda+\mu}{\mu}\left[\frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_2}\xi\theta\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)d\sigma_2+\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_3}\xi\theta\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r'_1}\right)d\sigma_3\right], \\ 2\pi v = -\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1} v\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1+\frac{\lambda+\mu}{2\mu}x\frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1+ \\ +\frac{\lambda+\mu}{2\mu}y\frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_2}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_2+\frac{\lambda+\mu}{2\mu}z\frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_3}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_1}\right)d\sigma_3+ \\ +\frac{\lambda+\mu}{\mu}\left[\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_2}\eta\theta\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r'_1}\right)d\sigma_3+\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\eta\theta\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_3\right], \\ 2\pi w = -\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1} w\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1+\frac{\lambda+\mu}{2\mu}x\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_1}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1+ \\ +\frac{\lambda+\mu}{2\mu}y\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_2}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_3}\right)d\sigma_2+\frac{\lambda+\mu}{2\mu}z\frac{\partial}{\partial z}\int_{\sigma_3}\theta\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_1}\right)d\sigma_3+ \\ +\frac{\lambda+\mu}{\mu}\left[\frac{\partial}{\partial x}\int_{\sigma_1}\zeta\theta\left(\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1+\frac{\partial}{\partial y}\int_{\sigma_2}\zeta\theta\left(\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r_2}\right)d\sigma_2\right]. \end{cases}$$

Derivando queste formole successivamente rispetto ad x, y, z, sommando e tenendo presente le (8), si trova

$$(11)\qquad \frac{\pi}{\mu}(\lambda+3\mu)\,\theta = -\int_{\sigma_1}\left\{u\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)+\right.$$
$$+v\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)+w\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)\Big\}\,d\sigma_1+$$
$$+\frac{\lambda+\mu}{\mu}\Big\{\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\Big[\int_{\sigma_1}\eta\theta\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1+\int_{\sigma_2}\zeta\theta\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)d\sigma_2\Big]+$$
$$+\frac{\partial^2}{\partial y\,\partial z}\Big[\int_{\sigma_2}\zeta\theta\left(\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r_2}\right)d\sigma_2+\int_{\sigma_3}\zeta\theta\left(\frac{1}{r'}-\frac{1}{r'_1}\right)d\sigma_3\Big]+$$
$$+\frac{\partial^2}{\partial z\,\partial x}\Big[\int_{\sigma_3}\xi\theta\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r'_1}\right)d\sigma_3+\int_{\sigma_1}\zeta\theta\left(\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'_3}\right)d\sigma_1\Big]\Big\}.$$

Questa equazione al limite, per $x=0$, $y=0$, $z=0$, successivamente, chiamando $T'(y,z)$, $T''(x,z)$, $T'''(x,y)$ il valore limite ed i valori dell'integrale

$$\int_{\sigma_1}\left\{u\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)+v\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)+\right.$$
$$\left.+w\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial z}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r'}+\frac{1}{r'_3}\right)\right\}d\sigma_1$$

per $x=0$, $y=0$, $z=0$, ci da:

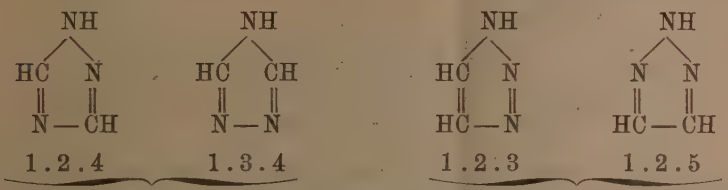
$$(12)\quad\begin{cases}\dfrac{\pi}{\mu}(\lambda+3\mu)\,\theta(0,y,z) = -T'(y,z)+\\ \quad+3\dfrac{\lambda+\mu}{\mu}\Big[y\displaystyle\int_{\sigma_2}\xi^2\theta(\xi,0,\xi)\left(\frac{1}{r_3^5}-\frac{1}{r_2^5}\right)d\sigma_2+z\int_{\sigma_3}\eta^2\theta(\xi,\eta,0)\left(\frac{1}{r'^5}-\frac{1}{r_1'^5}\right)d\sigma_3\Big]\\ \dfrac{\mu}{\pi}(\lambda+3\mu)\,\theta(x,o,z) = -T''(x,y)+\\ \quad+3\dfrac{\lambda+\mu}{\mu}\Big[z\displaystyle\int_{\sigma_3}\xi^2\theta(\xi,\eta,0)\left(\frac{1}{r_1^5}-\frac{1}{r_1'^5}\right)d\sigma_3+x\int_{\sigma_1}\zeta^2\theta(0,\eta,\zeta)\left(\frac{1}{r_3^5}-\frac{1}{r_3'^5}\right)d\sigma_1\Big]\\ \dfrac{\pi}{\mu}(\lambda+3\mu)\,\theta(x,y,0) = -T''(y,z)+\\ \quad+3\dfrac{\lambda+\mu}{\mu}\Big[x\displaystyle\int_{\sigma_1}\eta^2\theta(0,\eta,\zeta)\left(\frac{1}{r'^5}-\frac{1}{r_3'^5}\right)d\sigma_1+y\int_{\sigma_2}\xi^2\theta(\xi,0,\zeta)\left(\frac{1}{r_1^5}-\frac{1}{r_2^5}\right)d\sigma_2\Big]\end{cases}$$

E queste equazioni si possono risolvere, come le (7), per mezzo di approssimazioni successive.

6. Termineremo osservando che il metodo da noi adottato è suscettibile di essere applicato anche al caso generale in cui il mezzo elastico è limitato da due piani formanti un angolo diedro commensurabile con π, ovvero da tre piani formanti un triedro birettangolo in cui l'angolo diedro non retto è commensurabile con π, e conduce alla soluzione del problema anche quando, invece di dare in superficie gli spostamenti, si dieno i valori delle tensioni.

Chimica. — *Sulla formula del Triazolo.* Nota di Guido Pellizzari, presentata dal Socio Paternò (1).

Dei quattro triazoli preveduti dalla teoria se ne conoscono tre e del quarto, che è l'1. 3. 4, si hanno soltanto dei derivati. Questi possibili quattro nuclei possono considerarsi secondo due coppie a seconda che il ciclo è formato con gli atomi di carbonio e di azoto alternati oppure contigui.

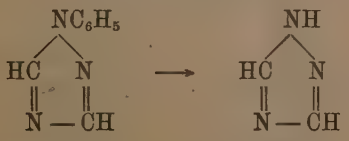


La relazione fra i triazoli della stessa coppia apparisce evidente considerando che corrispondono ad uno stesso ipotetico tetraidroderivato.

Senza occuparmi per ora della coppia seconda e riferendomi soltanto ai triazoli 1. 2. 4 e 1. 3. 4, dirò subito che le presenti mie ricerche hanno portato alla conclusione che essi sono rappresentati da un'unica sostanza.

Fra i sei modi coi quali questo triazolo è stato ottenuto, due soli giustificano pienamente la formula asimmetrica 1. 2. 4, gli altri quattro, per l'identità del prodotto ottenuto, potevano e dovevano ragionevolmente interpretarsi con schemi che conducono a quella stessa formula, ma potrebbero anche spiegarsi colla formula simmetrica 1. 3. 4.

I. — *Per ossidazione del* 1 *feniltriazolo* 1. 2. 4 *con permanganato potassico in soluzione acida* (2).



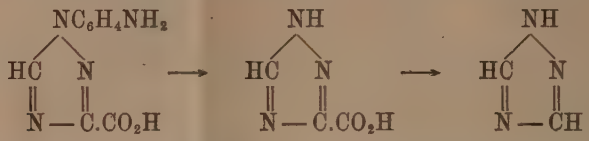
(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica generale della R. Università di Genova.

(2) Rend. Acc. Lincei 1892, vol. VII, pag. 459; Ber. 1892, pag. 225.

Quest'importante reazione è dovuta, come è noto, al compianto prof. Andreocci, il quale dall'acetiluretano e fenilidrazina ottenne l'*1* fenil- *3* metil- *5* triazolone 1. 2. 4, e da questo per una serie di trasfomazioni arrivò all'1 fenil-triazolo asimmetrico.

II. — *Per riscaldamento al punto di fusione dell'acido carbotriazolico* 1. 2. 4 (1).

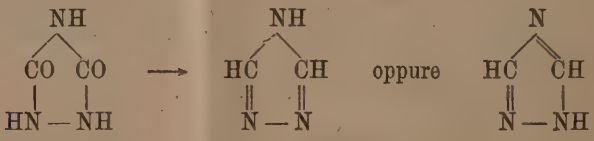
Quest'acido fu preparato da Bladin dall'acido *1* amidofenil- 3 carbotriazolico per ossidazione col permanganato potassico in soluzione alcalina.



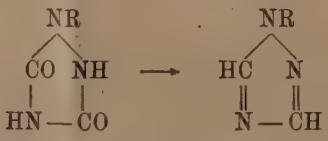
Questi due metodi, che hanno, come sostanze di partenza, dei derivati del triazolo 1. 2. 4, sono i soli che fino ad oggi giustificassero pienamente la formula ammessa. Gli altri quattro metodi possono interpretarsi arbitrariamente con schemi che conducono sia alla formula asimmetrica 1. 2. 4 come a quella simmetrica 1. 3. 4.

III. — *Per azione riducente del pentasolfuro di fosforo sull'urazolo* (2).

L'urazolo essendo un derivato del tetraidrotriazolo, corrisponde, come si è detto, sia al triazolo 1. 2. 4 come a quello 1. 3. 4; perciò, rispetto alla costituzione della sostanza impiegata, rimane arbitrario il dare al prodotto di riduzione una formula piuttosto che l'altra. Fu ammessa quella asimmetrica perchè il prodotto era eguale a quello di Andreocci.



In seguito Pellizzari e Ferro (3) dimostrarono che dagli alchilurazoli asimmetrici si arriva colla stessa reazione agli alchiltriazoli 1. 2. 3.

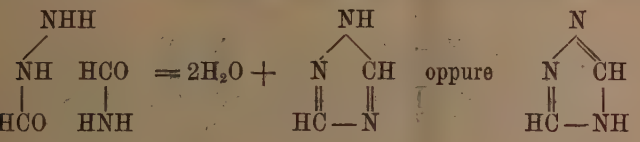


(1) Ber., XXV, 744.
(2) Pellizzari e Cuneo, Gazz. chim. it., XXIV, p. I, pag. 508.
(3) Gazz. chim. it. XXVIII, p. II.

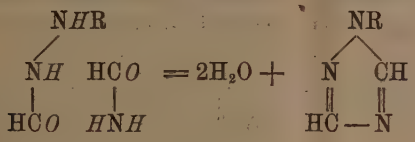
Ma questa analogia di reazione coi derivati asimmetrici non ha nessun valore assoluto ed è anzi probabile che coi derivati simmetrici dell'urazolo si ottengano i composti corrispondenti del triazolo 1. 3. 4.

IV. — *Per azione della formamide sulla formilidrazide* (1).

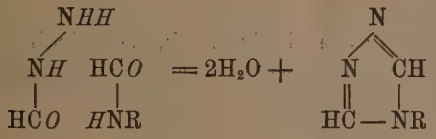
La formazione della catena triazolica, per eliminazione di acqua fra queste due sostanze può evidentemente spiegarsi secondo le due formule



Fu interpretata secondo lo schema che conduce al triazolo 1. 2. 4 perchè il prodotto era identico a quello dell'Andreocci e perchè collo stesso schema si spiega la formazione degli *n*- derivati del triazolo asimmetrico, ottenuti coi derivati formilici delle idrazine primarie e colla formamide.



Questa considerazione di analogia perde però ogni valore dal momento che colla formilidrazide e coi derivati formilici delle amine primarie si ottengono anche gli *n*- derivati del triazolo simmetrico (2).



V. — *Dalla tiosemicarbazide* (3).

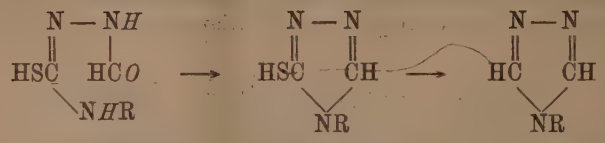
M. Freund, dai derivati formilici delle tiosemicarbazidi sostituite in posizione *4*, ottenne per eliminazione d'acqua gli alchilmercaptotriazoli e quindi

(1) Pellizzari, Gazz. chim. it. XXIV, p. II, pag. 222.

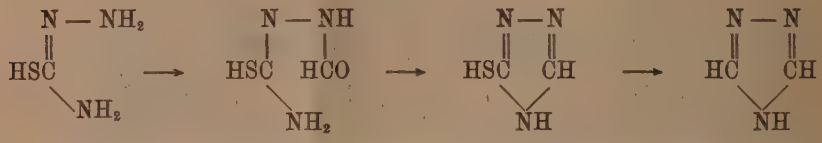
(2) Pellizzari e Massa; Pellizzari e Bruzzo, Gazz. chim. it. XXXI, p. II, pagg. 105 e 111.

(3) Berichte XXXIX, 2483.

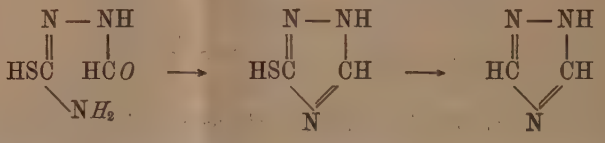
eliminando lo solfo coll'acqua ossigenata passò agli alchiltriazoli 1. 3. 4.



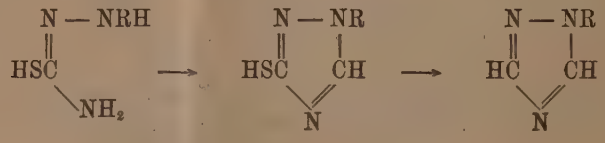
Partendo dalla tiosemicarbazide, per analogia, ammise che con identico processo si dovesse arrivare al triazolo simmetrico



E siccome il prodotto che ottenne è eguale a quello di Andreocci e di Bladin, alcuni autori (1) pensarono alla possibile oscillazione dell'idrogeno dalla posizione *1* alla *4*. Questa ipotesi però è del tutto arbitraria perchè la sintesi di Freund non è una dimostrazione diretta della formula simmetrica. Infatti può immaginarsi che la chiusura della catena dalla formiltiosemicarbazide avvenga invece secondo il seguente schema



D'altra parte l'analogia di reazione coi derivati *4* alchilici della tiosemicarbazide perde inoltre ogni valore quando si rammenti che colle tiosemicarbazidi sostituite in posizione *1*, il dott. Ferro ed io siamo riusciti a chiudere la catena triazolica coll'acido formico in modo simile a Freund, e quindi eliminando lo solfo col pentasolfuro di fosforo siamo arrivati ai derivati alchilici del triazolo asimmetrico (2)



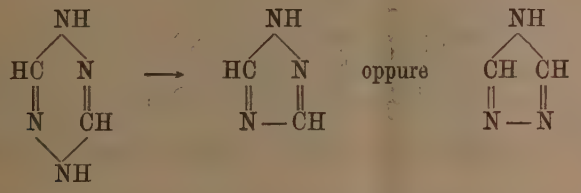
(1) Hautzsch e Silberrad, Berichte 1900, pag. 58.

(2) Gazz. chim. it., XXVIII, p. II, pag. 531. Scrivo qui la tiosemicarbazide e conseguentemente il prodotto che ne deriva colla formula tautomerica solfidrilica come ha adottato il Freund, benchè le stesse considerazioni si possano fare anche ammettendo la solita formula.

Il caso è identico a quello del IV metodo, cioè a seconda dei derivati che si prendono si ottengono composti del triazolo 1. 2. 4 o 1. 3. 4 e quindi nessuna preferenza neppure per analogia, si può dare ai due schemi che dalla tiosemicarbazide conducono all'uno o all'altro triazolo.

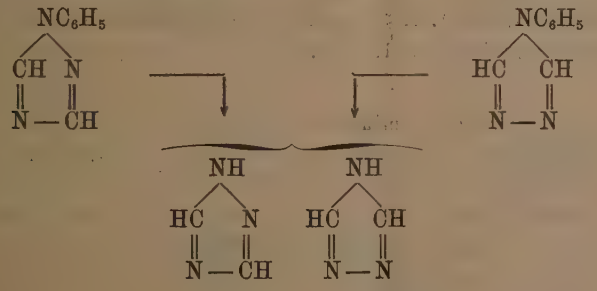
VI. — *Azione dell'acido nitroso sulla tetrazolina.*

La reazione fu studiata da Hantzsch e Silberrad (1) e gli autori stessi ammettono che possa essere interpretata tanto coll' una come coll' altra formula.



Fin qui dunque nessuna dimostrazione era stata data dell'identità dei due triazoli, ammessa soltanto da Freund con un ragionamento che abbiamo dimostrato ingiustificato.

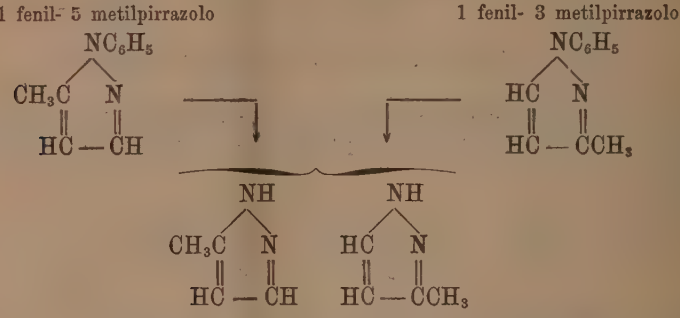
Per tentare la preparazione del triazolo 1. 3. 4 in modo sicuro, mi si presentava l'occasione col feniltriazolo 1. 3. 4 (2) adoprando lo stesso metodo trovato dall'Andreocci per passare dal feniltriazolo 1. 2. 4 al triazolo corrispondente. L'eliminazione del fenile si compie, come è noto, per ossidazione col permanganato potassico in soluzione acida. Il prodotto ottenuto si mostrò identico a quello dell'Andreocci.



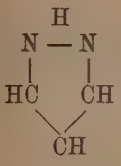
Questo risultato era tutt'altro che imprevedibile, giacchè Knorr (3) aveva dimostrato che nel pirrazolo l'atomo d'idrogeno iminico può oscillare fra i

(1) Berichte, XXXIII, pag. 58.
(2) Pellizzari e Massa, Gazz. chim. it. 1901, p. II, pag. 105.
(3) Liebig's. Ann 279, pag. 188.

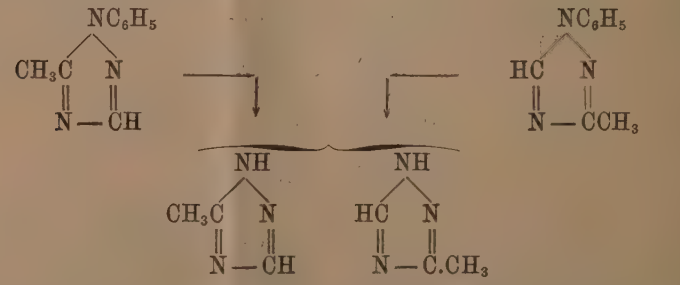
due atomi di azoto per modo tale che le due posizioni *3* e *5* si equivalgono e ciò dimostrò ottenendo uno stesso metilpirrazolo eliminando il fenile col metodo di Andreocci dai due seguenti isomeri:



Perciò a rappresentare il pirrazolo propose la seguente formula oscillatoria:

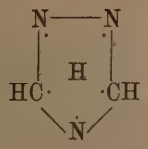


Nel triazolo l'oscillazione dell'idrogeno iminico avviene fra i tre atomi di azoto: col presente lavoro viene dimostrata fra l'atomo di azoto compreso fra i due atomi di carbonio e uno degli altri due, ma con ricerche, su questo punto complete, fatte col dott. Piaggio (1) è già stata stabilita l'oscillazione dell'idrogeno anche fra i due atomi di azoto contigui, avendo ottenuto col 1 fenil- 5 metiltriazolo 1. 2. 4 lo stesso *c*- metiltriazolo che Andreocci ottenne dall'*1* fenil- 3 metiltriazolo 1. 2. 4.



(1) Abbiamo intanto preparato dalla formanilide e l'acetilidrazide l'*n*- fenil- *c* metiltriazolo 1. 3. 4 (fonde a 68-69° idrato e 110° quando è anidro) ed anch'esso per ossidazione col permanganato deve dare lo stesso *c*- metiltriazolo.

Pertanto essendo dimostrata l'identità della coppia dei triazoli 1. 2. 4 e 1. 3. 4, e non essendoci nessuna ragione di preferire la formula asimmetrica a quella simmetrica, propongo la seguente formula oscillatoria



Con essa rimangono indeterminate le posizioni delle doppie valenze, dipendendo queste dal punto ove s'immagina fissato l'idrogeno iminico e perciò cinque valenze sono accennate con punti piuttosto che con linee. Con formule simili bisognerà esprimere tutti i *c* derivati e soltanto quando l'idrogeno iminico sia sostituito si avranno allora derivati simmetrici o asimmetrici del triazolo.

È probabile che anche per l'altra coppia di triazoli 1. 2. 3 e 1. 2. 5 esista lo stesso caso di tautomeria, tanto più che le proprietà assegnate da Bladin [1] al suo triazolo 1. 2. 3 non sono molto dissimili da quelle dell'osotriazolo di Pechmann e Baltzer [2]. In quest'anno mi propongo di fare uno studio comparativo delle due sostanze. Se l'identità loro sarà dimostrata, anche la nomenclatura dei derivati potrà semplificarsi adoprando i soli nomi di triazolo e osotriazolo ed aggiungendo soltanto il distintivo di simmetrico o asimmetrico quando ne sia il caso.

Chimica. — *Ricerche sopra alcuni composti dell'azoto* [1]. Nota di Angelo Angeli e Francesco Angelico, presentata dal Corrispondente Balbiano.

Dopo aver dimostrato che l'acido nitroidrossilamminico ed alcuni composti analogamente costituiti (acido idrossilamminsolfonico e benzolsolfonidrossammico) possono facilmento cedere il residuo NOH, noi abbiamo eseguito alcune esperienze per vedere se anche altre sostanze, note da lungo tempo, si comportassero nello stesso modo od almeno fossero in grado di fornire il suo polimero più semplice, l'acido iponitroso $(NOH)_2$. La ricerca degli iponitriti riesce assai facile; ma nel caso del residuo NOH ci sarebbe stato impossibile svelarne la presenza senza i risultati dei nostri precedenti studî. Noi abbiamo trovato infatti che questo residuo può addizionarsi con somma faci-

(1) Berichte XXVI, 2737.
(2) Liebig's, Ann. 262, pag. 320.

lità a molti composti per trasformarli in sostanze che facilmente si riconoscono per le loro proprietà caratteristiche. Esso si comporta in modo perfettamente analogo all'ossigeno. Fra queste reazioni è particolarmente caratteristica la formazione degli acidi idrossammici per azione delle aldeidi:

$$R . COH + NOH = R . C\begin{matrix} NOH \\ \diagup\!\!\diagdown \\ OH \end{matrix} ;$$

la presenza di questi acidi, come è noto, si può rivelare per la intensa colorazione violetta che le loro soluzioni forniscono con cloruro ferrico.

Naturalmente per le nostre esperienze noi non abbiamo scelti i composti a caso, ma bensì abbiamo rivolta la nostra attenzione a quelle sostanze, nella decomposizione delle quali con maggiore probabilità doveva liberarsi il residuo NOH.

Fra queste ci apparvero subito meritevoli di studio alcuni prodotti di addizione dell'acido nitroso ai composti olefinici. Così l'isosafrolo può addizionare una molecola di anidride nitrosa per dare il corrispondente nitrosito:

$$(CH_2O_2) . C_6H_3 . C_3H_5 . N_2O_3 ,$$

che per azione della potassa alcoolica fornisce un nitrosafrolo ([2]) al quale spetta in modo non dubbio la struttura

$$(CH_2O_2) . C_6H_3 . CH = C(NO_2) . CH_3 ,$$

giacchè ci è stato possibile di prepararlo anche sinteticamente per condensazione del piperonalio con nitroetano:

$$(CH_2O_2) . C_6H_3 . CHO + CH_2(NO_2) . CH_3 = (CH_2O_2) . C_6H_3 . CH = \\ = C(NO_2) . CH_3 + H_2O .$$

La decomposizione del nitrosito dell' isosafrolo, operata dalla potassa, si potrà dunque esprimere per mezzo dell'eguaglianza:

$$(CH_2O_2) . C_6H_3 . C_3H_5 . N_2O_3 = (CH_2O_2) . C_6H_3 . C_3H_4NO_2 + NOH ,$$

e perciò era prevedibile che il liquido dovesse fornire le reazioni degli iponitriti ed anche quella del residuo NOH.

([1]) Lavoro eseguito nel Laboratorio di chimica farmaceutica della R. Università di Palermo.

([2]) Angeli e Rimini, Gazzetta chimica, XXVI, *a*, 7.

L'iponitrito infatti si può riscontrare per mezzo del sale d'argento ed il residuo NOH operando in presenza di una aldeide.

Anche il nitrosito isomero che deriva dal safrolo si comporta in modo analogo.

Nelle reazioni in cui prende parte il gruppo NOH, come uno di noi ha recentemente esposto (1), si può ammettere che esso reagisca come tale, oppure si può supporre che esso si comporti come il corrispondente idrato (biossiammoniaca). Che esso si comporti come nel primo caso è necessario ammetterlo, p. e. nella scissione che il sale sodico subisce per azione del calore. In tal modo, come abbiamo descritto a suo tempo, si forma nettamente iponitrito e nitrito.

$$\begin{matrix} NaON = NO_2Na \\ NaON = NO_2Na \end{matrix} = \begin{matrix} NONa \\ \| \\ NONa \end{matrix} + 2\,NaNO_2\ ;$$

tale trasformazione, come ognuno vede, presenta una grande analogia con la scissione, effettuata del pari per mezzo del calore, del nitrato sodico in ossigeno e nitrito:

$$\begin{matrix} O = NO_2Na \\ O = NO_2Na \end{matrix} = \begin{matrix} O \\ \| \\ O \end{matrix} + 2\,NaNO_2\,.$$

Quando però si opera in presenza di acqua non si può escludere che il residuo reagisca sotto forma dell'idrato

$$NH(OH)_2\,,$$

corrispondente all'acido ipofosforoso, tanto più che l'acido ipofosforoso stesso può addizionarsi alle aldeidi.

Prima di eseguire le esperienze dirette ad isolare tale idrato, dati i mezzi limitati di cui possiamo disporre e le difficoltà sperimentali che queste ricerche presentano (2), abbiamo giudicato opportuno effettuare alcune altre esperienze soprattutto per raccogliere nuovi dati sopra alcune reazioni che, a nostro modo di vedere, non sono state studiate in modo esauriente.

(1) Angeli, questi Rendiconti, 1901, 158.

(2) Probabilmente l'idrato $NH(OH)_2$ avrà proprietà quasi neutre: infatti esse starebbe fra l'idrossilammina (base debolissina) e l'acido nitroso, molto debole ($K = 0{,}045$; Schümann, Berl. Berichte XXXIII, 533).

Per azione degli ossidanti, come è noto (1). l'idrossilammina, assieme ad altri prodotti, può fornire acido iponitroso:

$$2\,(H_2\,.\,NOH) + O_2 = (NOH)_2 + 2\,H_2O\,;$$

anche in questa reazione si può ammettere che in una prima fase si formi il residuo NOH, oppure il suo idrato, e perciò noi abbiamo cercato di rintracciarne la presenza per mezzo dei nuovi reattivi.

Per le nostre esperienze abbiamo giudicato opportuno dare la preferenza all'acido di Caro (2), anche per il fatto che Bamberger (3) per mezzo di questo ossidante ha potuto trasformare direttamente l'anilina in fenilidrossilammina:

$$(C_6H_5)\,NH_2 \longrightarrow C_6H_5)\,NH\,.\,OH\,,$$

che egli è riuscito ad isolare sotto forma di fenilazoidrossanilide.

Fra i prodotti di ossidazione dell'idrossilammina era quindi prevedibile che si formasse anche l'idrato:

$$(HO)\,NH_2 \longrightarrow (HO)\,NH\,.\,OH$$

ovvero la sua anidride e la cui presenza si avrebbe potuto svelare per mezzo delle reazioni che abbiamo descritte nei precedenti lavori. Noi abbiamo impiegata una soluzione del reattivo neutralizzata con carbonato potassico, ed una soluzione di solfato di idrossilammina pure resa neutra con carbonato. Al principio si osserva un lieve sviluppo gassoso, la soluzione assume reazione acida e dopo qualche tempo (per lo più 1-2 ore) il liquido non riduce più il reattivo di Fehling (assenza di idrossilammina). Tale liquido per trattamento con le aldeidi (formica, acetica, isopropilica, benzoica e furfurolo) fornisce in modo intenso le reazioni degli acidi idrossammici e quindi con tutta probabilità, fra i prodotti di ossidazione dell'idrossilammina, in questa reazione si forma anche l'idrato ovvero l'anidride corrispondente:

$$NH_2\,.\,OH \longrightarrow NH\,(OH)_2 \longrightarrow NOH\,.$$

Che la formazione dell'acido idrossammico sia dovuta ad azioni secondarie, vale a dire all'azione dell'idrossilammina sopra l'aldeide (formazione dell'ossima) e successiva ossidazione (4) non è ammissibile, giacchè il liquido

(1) Thum, Monatshefte XIV, 299.
(2) A. von Baeyer, Berl. Berichte XXXII, 3625: XXXIV, 853.
(3) Berl. Berichte XXXII, 1676.
(4) Bamberger, Berl. Berichte XXXIII, 1781.

che forniva le reazioni degli acidi idrossammici non riduceva il reattivo di Fehling. Riduce invece a caldo il nitrato d'argento ammoniacale (come fanno gli ipofosfiti).

Estraendo il liquido con etere, e quindi trattando l'estratto etereo nel solito modo, non si hanno le reazioni degli acidi idrossammici; il composto non passa quindi nell'etere.

Descriveremo per esteso a suo tempo i risultati delle nostre esperienze.

Zoologia. — *Sull'esistenza di una secrezione emessa dalla superficie del corpo dei Cestodi adulti.* Nota di Pio Mingazzini, presentata dal Socio Todaro.

Dopo di aver mostrato con metodi più esatti di quelli adoperati dai precedenti autori, che dal corpo degli Elminti intestinali, e prevalentemente da quello dei Cestodi, si può estrarre una sostanza a caratteri fisico-chimici determinati, avente proprietà patogene costanti e quasi immediate, capace anche di produrre, quando venga iniettata in dosi piuttosto elevate, la morte di Uccelli e Mammiferi in tempo relativamente assai breve, e quella quasi istantanea di varî Protozoi quando con questi si ponga a contatto (1), io mi sono occupato di una questione attinente a tale soggetto, quella cioè della dimostrazione dell'esistenza di una secrezione per parte della superficie esterna del corpo dei Cestodi adulti. Infatti una fra le più gravi obbiezioni che potesse muoversi alla teoria della velenosità dei Cestodi, era quella dell'esistenza di una secrezione per parte della superficie del loro corpo, che non era stata fin qui dimostrata da alcuno; perchè l'estrazione di una sostanza tossica dagli elementi del corpo dei parassiti intestinali, senza distinzione della sua provenienza, coi metodi che attualmente possediamo, non escludeva la possibilità della sua derivazione da organi e tessuti non secernenti all'esterno, come per quelli di molti animali è stato già dimostrato da diversi sperimentatori. Mi è sembrato per conseguenza necessario di vedere se col metodo istologico potesse dimostrarsi l'esistenza di una tale secrezione esterna dal corpo dei Cestodi adulti, e dagli studî fatti fino ad ora, che esporrò in succinto nella presente Nota, sono giunto a stabilire:

1) che tutta la superficie del corpo dei Cestodi adulti segrega una sostanza che ha un'azione fisico-chimica notevole sul contenuto intestinale dell'ospitatore;

(1) *Ricerche sul veleno degli Elminti intestinali*, in: Rassegna internaz. Medicina moderna, anno II, n. 6. Catania, 1901.

2) che la così detta cuticola, descritta da tutti gli autori i quali hanno fin qui studiato l'istologia dei Cestodi adulti, non rappresenta il rivestimento esterno proprio del corpo di questi parassiti, ma invece è formata da un complesso costituito dalle sostanze del chimo intestinale, modificate dall'azione della secrezione esterna del parassita e attaccate intimamente ad un sottile strato chitinoso, che rappresenza la vera cuticola del parassita.

Esaminando i diversi lavori degli elmintologi che si sono fino ad ora occupati più o meno estesamente della struttura della cuticola dei Cestodi adulti (1), si nota una grande difformità nella descrizione di questo rivestimento esterno del corpo, sia per le diverse specie, sia altresì per la medesima specie studiata con metodi simili. Così, per citare i più importanti lavori che trattano di questo argomento, noterò che il Wagener già fino dal 1853 descrisse in una serie di Cestodi (*Ligula, Triaenophorus, Acanthobothrium, Cylindrophorus, Taenia*) la presenza di peli o villi sulla superficie esterna del corpo. Peli o ciglia vennero anche da molti successivi osservatori notati sul corpo di altre specie, e molti anzi sostennero che essi dovessero considerarsi come prolungamenti protoplasmatici delle cellule della subcuticola, passanti attraverso i pori dello strato cuticolare da tali autori notati; così per il *Bothriocephalus* sostennero il Sommer e Landois; per la *Taenia solium* lo Schiefferdecker, per molte specie di Cestodi (13 specie di *Taenia*, 2 *Bothriocephalus*, 1 *Triaenophorus*, 1 *Ligula*) lo Steudener; per il *Bothriocephalus* e *Triaenophorus* il Zograf; per i *Tetrarinchi* il Pintner; per il *Calliobothrium uncinatum* lo Zschokke ed altri ancora. Ma il Leuckart, pure ammettendo tali formazioni della superficie esterna di molti Cestodi adulti, nega che siano di natura protoplasmatica e collegate al protoplasma delle cellule della subcuticola. In altre specie di Cestodi non sono stati descritti simili peli, anzi molti autori notano l'uniformità della superficie esterna di tali parassiti.

Per quanto si riferisce alla stratificazione della cuticola stessa, vi sono pure osservazioni numerose ed in molti casi discordanti. Nel *Caryophyllaeus*, secondo Will, la cuticola sarebbe composta di tre strati, di diverso spessore, struttura e colorabilità; l'*Amphilina*, secondo Grimm, l'avrebbe costituita di corpi a forma di cellule, mentre il Salensky la trova formata da uno strato spesso, finamente granuloso, contenente fibrille e nuclei; il *Gyrocotyle*, secondo Lönnberg, ha la cuticola omogenea e formata da due strati, distinguibili specialmente per il loro comportamento colle sostanze coloranti, mentre, secondo

(1) Le indicazioni bibliografiche su questo soggetto, secondo i singoli autori qui citati ed altri di importanza secondaria, che ho trascurato, si possono trovare fino al 1895 nel Braun, *Vermes*; in: Bronn's Klassen und Ordnungen des Thierreichs, IV Bd, Abth 1, b *Cestodes* (fino a pag. 1256); e dal 1896 al 1900 nell'articolo *Vermes* degli « Zoologischer Jahresbericht » degli anni corrispondenti.

Monticelli, essa sarebbe vacuolata, e, mediante uno speciale procedimento di tecnica istologica, i detti vacuoli apparirebbero come nuclei, contenenti i relativi nucleoli. Schiefferdecker trova la cuticola della *Taenia solium* costituita da quattro strati inegualmente spessi e distinguibili per la loro struttura; invece lo Steudener, nelle diverse specie da lui studiate, la descrive bistratificata; il Zograf, tristratificata ed il Pintner, quadristratificata. Nella stessa specie di *Solenophorus*, come ha già notato il Braun, il Zograf trova la cuticola unistratificata, il Roboz ed il Griesebach, bistratificata ed il Crety tristratificata. Zschokke in diverse specie di tenie, botriocefali e tetrabotri, trova la cuticola in alcune quadristratificata, in altre tristratificata ed in altre ancora bistratificata; l'*Idiogenes otidis* avrebbe poi, secondo lo stesso autore, la cuticola della superficie esterna del pseudoscolice bistratificata e l'interna tristratificata. Hamann, nella *Taenia lineata*, la trova formata da tre strati di differente struttura, spessore e colorabilità; Meyner, nelle due nuove specie del sottogenere *Bertia* da lui trovate, descrive la cuticola bistratificata e diversamente colorabile, mentre al disotto di essa ammette una lamina vitrea, non colorabile e fortemente rifrangente; Morell e Führmann, l'uno in alcuni botriocefalidi, l'altro in molte tenie degli Uccelli, la descrivono bistratificata.

La presenza di pori-canali viene pure da taluni autori ammessa, sia per tutto lo spessore della cuticola, sia soltanto in qualche strato di essa, mentre altri o la negano affatto, ovvero non ne parlano. Così Sommer e Landois, Schiefferdecker, Leuckart, Moniez, Kiessling, Roboz, Griesebach, Zograf, Hamann e Kraemer ne sostengono l'esistenza, mentre Zschokke, Crety, Morell e recentemente anche Zernecke, il quale ha studiato la cuticola della *Ligula* col metodo del Golgi, la negano affatto ed anche il Braun è del parere che probabilmente i pori-canali manchino in tutti i Cestodi.

Le stesse differenze di opinioni si possono notare circa la struttura di varî strati da alcuni autori descritti come omogenei, da altri granulosi o fibrillari e da altri infine in parte omogenei, in parte fibrillari; ed inoltre alcuni autori vi hanno riscontrato anche inclusioni diverse, come ad es. il Linstow il quale nella cuticola della *Taenia ursina* descrive e figura corpi ovali, nettamente distinti, posti a notevole distanza fra loro; mentre il Monticelli nel *Callibothrium corallatum* vi trova dei vacuoli e lo Zernecke nella *Ligula* infossamenti regolari caratteristici, sotto ai quali vi è un prolungamento cellulare, che si ramifica a canestro e sta in rapporto con particolari cellule del parenchima, la quale formazione è ritenuta dall'autore in relazione coll'assorbimento delle sostanze nutritive.

Date tali differenti osservazioni sulla struttura della cuticola, insieme a non minori divergenze di opinione sulla costituzione della subcuticola, che qui non è il caso di esaminare, non deve recar meraviglia se nell'interpretazione dei fatti osservati e sul valore morfologico dello strato esterno dei Cestodi, regni ancora una grande incertezza e si debba considerare tale pro-

blema come non risoluto (cfr. Braun, loc. cit., pag. 1255-56). Così dietro quanto ha sostenuto principalmente il Leuckart, seguìto fra gli altri da Kiessling, si ammette, per quanto riguarda lo strato più esterno della cuticola, che molti autori hanno visto distaccato per tratti più o meno considerevoli dai profondi, l'esistenza di mute nei Cestodi, almeno finchè dura il loro accrescimento, e per quanto si riferisce al valore morfologico della cuticola stessa, taluni sostengono che essa debba considerarsi come la secrezione di uno strato epiteliale sottogiacente (Leydig, Frey, antica opinione di Leuckart, Zernecke, Blochmann ecc.); altri invece ammettono che sia di natura connettivale, perchè considerano i Cestodi allo stato adulto come privi di ectoderma (ultima opinione di Leuckart, Schneider ecc.); altri infine la credono un epitelio trasformato, nel quale tanto i nuclei, quanto i limiti cellulari siano spariti nella maggioranza delle specie (Monticelli).

Ho esaminato la cuticola di varie specie di Cestodi parassiti dei diversi Vertebrati, appartenenti ai generi *Acanthobothrium, Mesocestoides, Stilesia, Moniezia, Dipylidium, Oochoristica, Hymenolepis* (con alcune specie appartenenti al sotto genere *Drepanidiotaenia*) *Davainea, Nematotaenia, Taenia* ed ho usato i comuni metodi di fissazione e di colorazione, avendo però cura per una gran parte delle specie di lasciarle aderenti alla mucosa intestinale; in taluni casi ho sezionato al microtomo l'intiero intestino senza averlo aperto affatto sia prima, sia dopo la fissazione.

L'esame istologico delle proglottidi giovani o mature delle diverse specie mostra che le stratificazioni della così detta cuticola dei Cestodi sono dovute in gran parte al contenuto intestinale, sostanzialmente modificato, dell'ospitatore, accumulato attorno alla cuticola vera del parassita, per opera di una speciale secrezione da questo emessa e connesso più o meno intimamente con la superficie esterna del Cestode.

Questa connessione del materiale nutritivo è dovuta a due fattori principali: uno cioè è rappresentato dalla sostanza secreta dal corpo del Cestode che coagula attorno al parassita il chimo intestinale modificato dell'ospitatore, l'aggrega spesso in modo assai uniforme e regolare, così da fargli assumere l'apparenza di una vera e propria cuticola; l'altro fattore è poi quello del passaggio di questo materiale fra i pori canali della cuticola vera del parassita. Formandosi per quest'ultima causa tante colonne di sostanza nutritiva entro i pori canali, ed essendo esse intimamente connesse colla massa di sostanza nutritiva esterna, ne viene di conseguenza un'aderenza notevole di questo strato nutritivo col corpo del Cestode, sia vivente, sia fissato con diversi metodi. Ma non sarà sfuggito certamente ad alcun elmintologo, che abbia eseguito sezioni più o meno numerose di Cestodi, il fatto che la così detta cuticola di diverse specie, per tratti più o meno lunghi, si presenta staccata dal resto del corpo del parassita, ed allora questo si mostra limitato esternamente da una sottilissima zona trasparente, molto rifrangente, più o

meno incolora e striata in senso radiale per la presenza di pori-canali, zona che è stata veduta, descritta e variamente interpretata dagli autori, ed essa rappresenta la vera cuticola del parassita, mentre lo strato distaccato non è altro che la sostanza nutritiva. Questo dimostra che l'adesione della detta sostanza col corpo del Cestode, sebbene sia abbastanza intima, non è poi tale da rendere impossibile la sua separazione dalla cuticola. Tale constatazione non era del resto sfuggita nemmeno ad antichi elmintologi, i quali non avevano a propria disposizione i metodi attuali perfezionati della tecnica istologica, sebbene anch'essi come i successivi abbiano erroneamente interpretato il fatto, perchè ad es. P. I. Van Beneden aveva già, fino dal 1858, notato che stendendo dei Cestodi morti, nell'acqua, si formano sulla superficie del loro corpo delle escrescenze, e finalmente si stacca da essi tutta la cuticola, come l'epidermide dell'uomo dopo l'azione di un vescicante. Una tale separazione si ottiene del resto, come io ho constatato per diverse specie, abbastanza facilmente, ponendo dei Cestodi freschi in soluzione acquosa satura di carbonato di litio.

L'effetto prodotto dalla secrezione sul materiale nutritivo circondante il parassita, è diverso a seconda delle specie, e probabilmente ciò è dovuto sia a differenze nella composizione della secrezione stessa, sia alle varie qualità della sostanza nutritiva contenuta entro il lume intestinale nel quale il Cestode vive. In generale però si constata che la zona più esterna del detto strato nutritivo ha una reazione colle sostanze coloranti molto simile, e in certi casi del tutto uguale a quella del chimo intestinale; essa si colora infatti quasi sempre piuttosto intensamente sia col carminio, sia coll'ematossilina, sia con altre sostanze coloranti. Mentre in molte specie questa zona esterna presenta un limite ben netto, in altre invece si mostra più o meno sfrangiata irregolarmente o regolarmente, dando in quest'ultimo caso quell'aspetto villoso o peloso della superficie del corpo dei Cestodi, notato da molti autori che si sono occupati dell'anatomia di questi Platelminti. Nelle sezioni trasversali d'intestino non aperto prima o dopo della fissazione, si può notare, come ad es. per l'*Oochoristica tuberculata* (Rud.) parassita del *Gongylus ocellatus*, in molte sezioni di proglottidi, la diretta continuità del contenuto intestinale con questa zona esterna e la sua graduale trasformazione in quella sostanza omogenea che costituisce il rivestimento esterno del parassita. In altre specie nelle quali questa zona ha una superficie esterna molto regolare, vi ha una maggiore modificazione del contenuto intestinale, prima che esso entri a far parte del rivestimento di sostanza nutritiva del parassita. Si possono però osservare qua e là nelle sezioni, in diretta vicinanza di questa zona, delle particelle più o meno grandi del contenuto intestinale che vengono modificate dalla secrezione del parassita e che entrano gradualmente a far parte del suo rivestimento. In tali casi l'apparenza della detta zona è così regolare e segue così perfettamente l'andamento della superficie esterna del

parassita, da assumere l'aspetto di una vera e propria formazione cuticolare, poichè, come succede ad es. nell'*Acanthobothrium coronatum* (Rud.), essa può presentarsi anche striata radialmente con perfetta regolarità, per successione di piccoli tratti colorati, altri non colorati, i quali dànno l'illusione della presenza in essa di pori-canali, ben visibili anche con mediocri ingrandimenti, mentre in realtà non sono altro che l'espressione di tratti di sostanza nutritiva più o meno modificata dall'azione della secrezione emanata del parassita.

A questa zona esterna succede in molte specie un'altra, posta più internamente, nella quale si constata un'azione più intensa della secrezione del parassita, perchè ne risente più direttamente gli effetti. Con taluni metodi di colorazione si osserva che questa zona ha un comportamento inverso colle sostanze coloranti di quella più esterna, poichè si presenta del tutto incolora. Si può notare o un graduale passaggio dell'una all'altra, ovvero una separazione piuttosto brusca e questo varia colle diverse specie. Anche lo spessore di questa zona può essere variabile, e si trovano casi, come ad esempio nell'*Acanthobothrium coronatum* nel quale ha un'altezza tre o quattro volte maggiore della zona esterna e casi nei quali può essere uguale od anche minore di questa. In ogni modo si vede che la sostanza di cui è composta ha subìto maggiori modificazioni, poichè è più compatta e mostra tavolta anch'essa una striatura in senso radiale simulante la presenza di pori-canali, dovuta a modificazioni più o meno profonde, probabilmente in relazione colla secrezione proveniente dai veri pori-canali della sottostante cuticola. In talune specie parassite degli Uccelli (qualche *Davainea* e *Drepanidiotaenia*) si può riscontrare in essa la presenza di vacuoli, anche questi forse dovuti all'azione della secrezione della superficie del corpo del parassita.

Infine, allorquando questo strato di sostanza nutritiva è considerevolmente spesso, si può notare in esso anche un'ulteriore modificazione, proprio in quella parte che si trova in diretto contatto colla cuticola del parassita, e tale modificazione riesce molto evidente allorquando si facciano doppie o triple colorazioni, ad esempio quella con ematossilina Ehrlich, carminio litico *in toto* ed acido picrico nelle sezioni. Con una tale colorazione, nell'*Acanthobothrium coronatum* si riesce a vedere una zona esterna colorata in violetto scuro dall'ematossilina, una zona media quasi scolorata o soltanto tinta in giallo chiaro dall'acido picrico, e finalmente una zona interna tinta in rosso rubino dal carminio litico, sottilissima ed a diretto contatto colla cuticola del parassita.

La cuticola vera del parassita viene poi in tutte le specie rappresentata da un sottilissimo strato rifrangente, debolmente colorato in giallastro, sempre perforato da numerosissimi pori-canali, nei quali vedesi il passaggio diretto della sostanza pericuticolare sopra descritta nelle cellule dello strato snbcuticolare. L'apparenza della detta cuticola è simile a quella degli altri animali,

come Nematodi ed Artropodi, e presumibilmente essa è di natura chitinosa. Il fatto di avere confuso la cuticola vera collo strato nutritivo dei Cestodi, portò Frey e Leuckart a concludere che il rivestimento esterno di questi animali si differenziasse essenzialmente da quello chitinoso degli Artropodi, perchè sotto l'azione della potassa caustica si disgregava in un ammasso di sostanza amorfa e finamente granulosa, solubile con effervescenza negli acidi, e questo fatto fece loro ritenere che nella sua composizione entrasse principalmente del carbonato di calcio, la cui presenza venne anche confermata dal Griesebach, mediante reazioni diverse e soprattutto col verde di iodo.

Le conclusioni alle quali conducono le presenti ricerche sono di natura morfologica e fisiologica.

Morfologicamente, noi dovremo distinguere d'ora innanzi nel rivestimento esterno dei Cestodi adulti due strati di natura e provenienza diversa, appartenenti l'esterno all'ospitatore, l'interno al parassita. Al primo dò il nome di *strato epicuticolare*, formato di sostanza nutritita modificata; al secondo lascio quello di cuticola, perchè rappresenta lo strato di ugual nome presente in altri animali. Tale fatto venne già da me precedentemente dimostrato per i Cisticerchi ed i Cisticercoidi.

Fisiologicamente dobbiamo riconoscere che l'alimento fornito dall'ospitatore al parassita viene, prima di essere assorbito, notevolmente modificato da quest'ultimo, per opera di una speciale secrezione da esso emanata. Questo fatto dimostra erronee le conoscenze attuali della fisiologia comparata, basate principalmente sui lavori del Fredericq (1), il quale, dietro ricerche eseguite su diversi parassiti intestinali, compresi i Cestodi, sostenne che i parassiti mancassero di succhi digestivi proprî, spiegando ciò colla supposizione che essi assorbissero, senza modificazione ulteriore, le sostanze già digerite dai succhi dell'ospitatore.

Infine va notato che allorquando il corpo del verme viene a contatto diretto colle cellule dei villi intestinali, come succede sempre per le prime porzioni del corpo a cagione dell'adesione del parassita alla mucosa intestinale, come avviene anche per una certa parte del corpo in quelle specie che normalmente per un tratto più o meno lungo s'insinuano fra i villi intestinali (ad es. talune tenie degli Uccelli) e come talvolta accade anche per il corpo di quelle che pure rimanendo libere entro il lume intestinale poggiano direttamente col loro corpo sulla superficie dei villi, la secrezione emessa dal parassita può raggiungere anche le cellule intestinali dell'ospitatore alterandole nella forma e nella costituzione. Ciò in parte può anche ascriversi alla pressione esercitata dal parassita su questi elementi, ma l'azione maggiore deve essere attribuita alla secrezione del corpo del Cestode, la quale

(1) *La digestion des matières albuminoïdes chez quelques invertébrés*; in Arch. Zool. expér. Vol. VII, 1878, pag. 391.

come modifica le sostanze del chimo intestinale, così esercita pure un' azione notevole sul protoplasma delle cellule dei villi. E forse in questi casi, venendo assorbita la secrezione dall' ospitatore, si hanno i particolari disturbi prodotti dalla presenza dei Cestodi nel corpo dell' uomo e degli animali.

Patologia. — *L'azione dei farmaci antiperiodici sul parassita della malaria.* Nota VII dei dottori D. Lo Monaco e L. Panichi, presentata dal Socio Luciani.

Avendo nella nota precedente dimostrato che l' acqua distillata non ha mai prodotto la separazione del parassita dall' eritrocito, ciò che può facilmente anche osservarsi esaminando il sangue malarico ottenuto per salasso e disciolto nell' acqua distillata, ne dobbiamo dedurre che l' azione della chinina sul parassita malarico dedotta con l' adoperare le soluzioni di questo alcaloide, non è dovuta al solvente, ma alla sostanza in esso disciolta, cioè alla chinina, la quale in contatto col parassita produce tutta quella serie di fenomeni che già abbiamo descritto.

Si potrebbe però pensare, e così credono Bignami e Capogrossi, che l' azione della chinina in vitro non corrisponda a quella che questo alcaloide produce nel torrente circolatorio. Lo Monaco e Panichi, dicono i nostri contraddittori, adoperano soluzioni chinizzate contenenti poco cloruro sodico, mentre quando si somministra la chinina a un malarico, essa passa in circolo dove deve agire in presenza di un liquido la cui concentrazione è uguale a quella di una soluzione 0,90 % di cloruro sodico. In verità difficile ci riesce *a priori* il comprendere, perchè la soluzione da noi adoperata, la quale non permette la diffusione dell' emoglobina dei globuli rossi contenuti nel preparato, debba essere dichiarata ipotonica. Se Bignami e Capogrossi si fossero presa la pena di determinare contemporaneamente tanto in tubi d' assaggio che sotto il vetrino coproggetti, l' isotonia dei globuli rossi, si sarebbero subito accorti che in questo ultimo caso, depositando cioè la goccia di soluzione clorurata al margine del vetrino coproggetti di un preparato di sangue, si raggiunge l' isotonia quando la goccia depositata appartiene alla soluzione di cloruro sodico che contiene 0,36-0,38 % di questo sale, mentre nella serie delle provette, come tutti sanno, i globuli rossi cominciano a trovarsi, lasciando il liquido soprastante del tutto incoloro, nel fondo di quella provetta che contiene la soluzione 0,60 % di cloruro sodico. Continuando a intervalli e per più ore l' osservazione microscopica del preparato trattato con la goccia di soluzione 0,38 %, i globuli si ritrovano sempre normali e di volume costante, mentre se contemporaneamente al primo preparato se ne è fatto un altro, sui globuli del quale ha agito una goccia di soluzione 0,90 %, dopo qualche ora questi, dal loro evidente raggrinzamento, mostreranno che la soluzione ado-

perata era per loro fortemente ipertonica. — Evidentemente le condizioni in cui si trovano i globuli rossi disposti nel preparato in unico strato e difesi, anche quando si muovono, per la massima parte delle loro superficie esterne, dalle pareti dei vetrini che li racchiudono, devono rinforzare la loro resistenza agli agenti che tendono ad alterarli. — Nè l'ammettere come isotonica per i globuli del preparato microscopico la soluzione 0,38 % di cloruro sodico, o per meglio dire il miscuglio di questa soluzione e del plasma che è rimasto tra i due vetrini, deve recar meraviglia, poichè è noto che il tasso della soluzione di cloruro sodico isotonica al plasma sanguigno ha variato sempre col variare dei metodi di ricerca per l'isotonia. Mentre, infatti, prima per soluzione isotonica al plasma sanguigno si riteneva quella la cui concentrazione era uguale a 0,75 % di cloruro sodico, ora alcuni, basandosi sui risultati ottenuti con la crioscopia, adoperano come isotonica la soluzione 0,92 %, e altri quella di 0,82 % trovata col metodo degli ematocriti.

Da queste esperienze risulta evidente che le soluzioni clorurate e chinizzate da noi adoperate per studiare l'azione della chinina sul parassita malarico, erano appunto quelle che contenevano per lo meno il 0,38 % di cloruro sodico, o quantità ancora un po' maggiori di questo sale. Con queste soluzioni convenientemente chinizzate si possono osservare tutte le fasi dell'azione della chinina sul parassita, senza che esse esercitino alcuna influenza sugli altri globuli rossi del preparato; e se ciò avviene in vitro, non c'è ragione che non debba ripetersi nel torrente circolatorio.

È vero che Laveran, Marchiafava e Celli, Baccelli, Mannaberg ecc. hanno visto che i parassiti, dopo la somministrazione della chinina, si ritrovano nel sangue aderenti ai globuli rossi e immobili, ma è altresì vero che Laveran, Baccelli, Rosin, Mannaberg e altri hanno notato che i parassiti dopo la somministrazione della chinina si muovono qualche volta anche più vivacemente di quelli non chinizzati. Se poi questi autori non hanno osservato che la prima fase di eccitazione e la terza fase di paralisi, e mai la seconda fase del distacco del parassita, quantunque Mannaberg noti che la più forte azione della chinina consiste nella distruzione dei parassiti, i cui residui liberi si trovano nel plasma; ciò deve dipendere, sia perchè difficilmente si riesce, somministrando la chinina, ad indovinare quella tale dose che in circolo produca la sola seconda fase di azione del farmaco specifico, sia perchè nessuno finora si è mai preoccupato di ricercare se le forme libere parassitarie aumentano dopo l'azione dell'alcaloide specifico.

L'assenza di questa osservazione non autorizza però i nostri contraddittori a sostenere che in vivo non avviene il distacco del parassita. Per dimostrare ciò, occorreva fare delle esperienze, servendosi di un metodo di ricerca adatto, per non cadere in errori di apprezzamento. Nei parassiti di sangue di un quartanario, noi abbiamo contato le forme libere parassitarie prima e dopo la somministrazione della chinina nel seguente modo: Ciascuna osser-

vazione durava sempre 10 minuti, e il preparato si faceva scorrere sotto il microscopio prima lungo le linee diagonali del vetrino coproggetti e poi lungo i quattro lati di esso. Mettendosi così sempre nelle medesime condizioni di esperimento, finchè l'ammalato non prese la chinina, si ritrovarono poche (3-4-5) forme libere, mentre nelle ore successive alla somministrazione di un gr. di chinina, se ne potevano in ciascuna osservazione contare dieci. venti e anche trenta. — D'altra parte si ammette (1) che la morte del parassita si debba ritenere legata col fatto che questo diviene libero pel plasma, e non si capisce perchè alla chinina, veleno specifico del parassita della malaria, debbasi *a priori* negare un comportamento simile.

Ma se è difficile assistere, dopo la somministrazione della chinina, al distacco del parassita, o farsi il concetto, esaminando pochi campi microscopici, della presenza di un maggior numero di forme libere; non lo è altrettanto, sciogliendo direttamente la chinina nel sangue malarico. Questo esperimento è stato eseguito prima da Bignami e Capogrossi, e poi ripetuto da noi con leggiere modificazioni. Se, dicono Bignami e Capogrossi, *si fanno preparati, aggiungendo piccolissime quantità di sali di chinina direttamente nel plasma senza alcun solvente, il parassita diventa immobile, ma di regola non fuoriesce.* Quest'ultima espressione noi interpretiamo nel senso che Bignami e Capogrossi hanno qualche volta in quelle condizioni, assistito al distacco del parassita; dimodochè la rarità dell'osservazione se da una parte si spiega con ciò che abbiamo già detto, dall'altra distrugge tutte le obiezioni dei nostri contraddittori. Noi, invece di aggiungere la chinina direttamente alla goccia di sangue che serve per fare il preparato, abbiamo fatto cadere una goccia di soluzione 1 : 15 di bicloruro di chinina in una provetta contenente venti gocce di sangue di un quartanario doppio ricco di parassiti. Dopo trenta minuti osservando più preparati di questo sangue, abbiamo notato che le forme piccole della quartana, che sono resistentissime alla chinina, erano tutte libere nel plasma, mentre le forme più sviluppate si trovarono contratte e sempre aderenti ai globuli rossi. Vogliamo sperare che per questa esperienza la quale venne più volte ripetuta, l'obiezione dell'ipotonia ci venga risparmiata; e crediamo di avere esaurientemente dimostrato che la chinina in circolo presenta tutte le fasi della sua azione, nella medesima maniera come sono state da noi descritte sperimentando in vitro.

Ci resta ora da esaminare perchè, depositando sul margine del vetrino coproggetti del preparato di sangue malarico una goccia di soluzione di cloruro sodico di concentrazione superiore a quella che noi in queste condizioni riteniamo come isotonica, i parassiti diventano immobili, anche quando questa soluzione contenga un percento di chinina che sciolto in acqua distillata o in soluzione 0,38 % di cloruro sodico produce su altra eguale forma parassitaria

(1) Bastianelli, *Sull'infezione malarica primaverile.* Riforma Medica, 1890.

il fenomeno del distacco. Evidentemente il sale ha un'azione velenosa sul protoplasma dei parassiti, come lo ha sulle amebe di acqua dolce (Lauder-Brunton). È noto che in piccolissime quantità, in soluzione dell' 1 % versata lentamente, questo sale dapprima ravviva i movimenti protoplasmatici delle amebe di acqua dolce, poi cagiona subitanea contrazione tetanica con espulsione dell'alimento, se ne conteneva, e talvolta anche del nucleo. Aggiungendo acqua che diluisca il miscuglio, le amebe possono riprendere i movimenti. Son note anche le esperienze di Marchiafava e Celli, di Laveran ecc., i quali trattando il parassita malarico con soluzioni 0,50-0,75 % di cloruro sodico, aggiunte al preparato di sangue malarico, hanno visto i parassiti diventare immobili. Si dice (1) che leggiere febbri di malaria sieno state guarite dopo ingestione di forti quantità di sale. Tutti questi fatti mostrano che il cloruro sodico maschera l'azione della chinina sul parassita, e ci rende evidente la causa perchè *in vitro* finora non era stata dimostrata l'azione della chinina sul parassita; riuscendo le soluzioni adoperate a tale scopo, ipertoniche e quindi velenose per il parassita. Come prova di quanto abbiamo detto, ci si permetta di riferire un'ultima esperienza. Se a un tubo d'assaggio contenente pochi centimetri cubici di sangue malarico, si aggiunge un'eguale quantità di soluzione di cloruro sodico 5 %, dopo più giorni si vedrà che mentre nel tubo di controllo tutte le forme parassitarie si sono rese libere, nell'altro invece dopo otto giorni, tutti i parassiti si ritrovano sempre aderenti ai globuli rossi raggrinzati e più colorati di quelli normali. — Ciò mostra quanta influenza esercita il cloruro sodico sul parassita malarico.

Il resoconto della comunicazione di Bignami e Capogrossi finisce con l'annunziare che *dal meccanismo secondo il quale avviene il fenomeno, si può ricavare un nuovo argomento in favore del concetto che la sede del parassita sia endoglobulare.* Noi nelle precedenti note abbiamo sostenuto la tesi contraria, e vorremmo rispondere anche a questa obiezione, se dal resoconto della comunicazione fossimo riusciti a capire quale è questo nuovo argomento. Aspetteremo quindi la pubblicazione del lavoro; e uno di noi che ha già studiato questa questione in special modo, valuterà i nuovi argomenti di Bignami e Capogrossi (2).

(1) Binz, Deut. Medic. Wochens, 1894, n. 6.

(2) Quando questa nota era pronta per la pubblicazione ci è stato inviato l'estratto del lavoro del dott. Capogrossi, il quale non aggiungendo nulla di nuovo a quanto era stato comunicato dal prof. Bignami, non ci obbliga a ritornare sull'argomento.

Solamente notiamo che l'A. spiega la separazione del parassita dal globulo rosso, con il *disequilibrio della pressione osmotica* stabilitosi tra l'eritrocito parassitifero e il liquido ipotonico che lo circonda. *Si può ammettere,* aggiunge il dott. Capogrossi, che *mentre l'emoglobina si discioglie, lo stroma imbevendosi di liquido e facendosi sferico, spinga fuori il parassita.*

Ma siccome il distacco del parassita dal globulo rosso per azione dell'acqua distillata o delle soluzioni di chinina, per l'A. avviene *ora sì, ora no,* così egli ricorre a un'altra

Assemblea generale dell'Associazione internazionale delle Accademie. — *Relazione sulle adunanze del 1901.*

L' « Associazione internazionale delle Accademie », fondata a Wiesbaden nel 1899, comprende attualmente 18 Accademie, cioè quelle di: 1) Amsterdam; 2) Berlino; 3) Bruxelles; 4) Budapest; 5) Christiania; 6) Copenaghen; 7) Gottinga; 8) Lipsia; 9) Londra; 10) Monaco; 11-13) Parigi (Académie des Inscriptions et Belles Lettres, Académie des Sciences, Académie des Sciences morales et politiques); 14) Pietroburgo; 15) Roma; 16) Stockolma: 17) Vienna; 18) Washington.

La prima Assemblea generale della detta Associazione ha avuto luogo a Parigi dal 16 al 20 aprile del corr. anno, ed ha discusso tutte le proposte che figuravano all'ordine del giorno; vi hanno preso parte i delegati di tutte le Accademie componenti l'Associazione, ad eccezione solamente di quella di Washington (1).

Quasi tutte queste Accademie hanno una « Sezione di scienze » o Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali; ed una « Sezione di lettere » o Classe di scienze morali, storiche e filosofiche. Conseguentemente l'Assemblea era distinta in una sezione di scienze ed una di lettere, ciascuna delle quali ha discusso separatamente le proposte che la riguardavano; mentre le proposte di interesse generale sono state discusse dall' intera Assemblea in sezioni riunite

Nella « Sezione di scienze » l' ordine del giorno portava quattro proposte:

La prima che si riferisce alla prosecuzione della misurazione dell' arco geodetico lungo il 30° meridiano all' est di Greenwich, fu approvata. La presidenza dell'Assemblea trasmetterà la risoluzione al Governo francese, perchè questo, alla sua volta, voglia trasmetterlo agli altri governi interessati.

La seconda proposta, presentata dall'Accademia delle scienze di Parigi, si riferisce alla verificazione degli strumenti di fisiologia. Fu accettata la pro-

---

ipotesi, e sostiene che il rigonfiamento del globulo parassitifero non si manifesta sempre in modo uniforme, inquantochè delle volte si rigonfia prima il protoplasma globulare e poi quello del parassita, e allora questo diventa libero; altre volte invece si rigonfiano contemporaneamente tanto il globulo che il parassita, e allora questo resta unito all'eritrocito. Il primo caso si *ottiene a preferenza* quando le correnti liquide del preparato sono violenti, il secondo quando queste sono deboli.

Questa la teoria che l'A. emette, non accorgendosi che egli ridà alla forza della corrente liquida che si manifesta nel preparato, ciò che prima aveva attribuito all'azione della ipotonicità delle soluzioni adoperate.

(1) Delegati della R. Accademia dei Lincei furono i Soci, professori A. Mosso e I. Guidi.

posta della Commissione internazionale del Congresso che si doveva tenere in settembre a Torino per il controllo degli strumenti registratori e l'unificazione dei metodi nella fisiologia.

La terza proposta, fatta dalla R. Accademia di Sassonia, portava la nomina di una Commissione per la storia dello sviluppo dell'uomo e degli animali, e per lo studio dell'anatomia del cervello. L'Assemblea nominò una Commissione speciale col mandato di discutere i mezzi più adatti per far progredire gli studî in comune dell'anatomia del cervello. E fu invitata la Commissione a proporre quali siano i mezzi migliori per formare un sistema internazionale di stabilimenti che siano destinati a sviluppare i metodi di ricerca; ed a raccogliere, con principî uniformi, il materiale di osservazione, e di metterlo alla disposizione degli studiosi che possono averne bisogno.

In quarto luogo venne fatta una comunicazione dalla Società Reale di Londra relativa al Catalogo internazionale di letteratura scientifica del quale essa ha preso la direzione. Le varie Accademie riferirono intorno ai lavori già compiti dai rispettivi Stati, e per l'Italia si annunciò che l'Ufficio Regionale, istituito presso l'Accademia dei Lincei, funziona regolarmente e che già si è posto mano alla compilazione delle schede delle pubblicazioni italiane.

L'intera Assemblea, a sezioni riunite, ha approvato la proposta presentata dall'« Académie des Sciences morales et politiques », per lo studio dei mezzi più adatti a preparare e pubblicare un'edizione completa delle opere di Leibnitz. Una Commissione speciale di tre direttori designati rispettivamente dalla « Académie des Sciences morales et politiques » (Parigi), dalla « Académie des Sciences » (Parigi) e dall'Accademia di Berlino (1) comincerà dal fare appello a tutte le Biblioteche, per avere una lista completa delle opere stampate e manoscritte, del vastissimo Epistolario ecc. di questo Genio, le cui opere interessano ugualmente le scienze e le lettere, e ne farà il catalogo. La Commissione preparerà il progetto metodico per l'esecuzione, da sottoporsi all'approvazione della prossima Assemblea generale.

L'intera Assemblea ha approvato altresì il regolamento finanziario elaborato dal Comitato nella sessione di luglio-agosto 1900, non che alcune norme regolamentari relative allo Statuto, fra le quali è notevole quella che le proposte le quali debbono essere discusse nell'Assemblea generale, siano comunicate dall'Accademia che le presenta, almeno tre mesi prima della riunione dell'Assemblea medesima.

Si è deciso altresì di promuovere le facilitazioni del prestito, con opportune determinazioni e misure, non solo dei manoscritti, ma altresì di altre suppellettili scientifiche. In questo intendimento ciascuna Accademia interesserà il rispettivo Governo.

(1) Le due Accademie di Parigi hanno designato per direttori il sig. Boutroux (Sciences morales) e il sig. Poincaré (Sciences).

A partire dal 1° gennaio 1902, l' « Accademia direttrice » dell'Associazione internazionale sarà la Società Reale di Londra, ove, nella primavera del 1904, si adunerà la prossima Assemblea generale (1).

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Socio Cremona presenta, dandone notizia, una Monografia del prof. G. Torelli avente per titolo: *Sulla totalità dei numeri primi fino ad un limite assegnato.*

Il Socio Dini fa omaggio, a nome dell'autore, della pubblicazione: *Réflexions sur l'exposition des principes de la Mécanique rationelle*, del Corrispondente G. A. Maggi.

COMITATO SEGRETO

Il Vicepresidente Blaserna dà comunicazione di una lettera colla quale il Socio P. Villari, pur ringraziando l'Accademia dell'onore fattogli col nominarlo Presidente, dichiara di non poter accettare questa carica.

Il Vicepresidente Blaserna aggiunge che la elezione del nuovo Presidente sarà indetta pei primi del prossimo giugno, all'epoca delle adunanze generali.

Lo stesso Vicepresidente informa poscia l'Accademia che il Socio Tacchini ha presentato, per ragioni di famiglia, le dimissioni dalla carica di Amministratore.

Su proposta dei Soci Mariotti e Todaro, l'Accademia approva all'unanimità un voto di ringraziamento e di plauso al Socio Tacchini per la costante ed efficace opera prestata in vantaggio dell'amministrazione accademica. Poscia l'Accademia procede alla nomina del nuovo Amministratore. Il risultato della votazione è il seguente:

Votanti 38. — Volterra 35; Pirotta 1; Stringher 1; Schede bianche 1. Eletto Volterra.

V. C.

(1) Le sedute dell'Assemblea a Parigi hanno avuto luogo al palazzo dell'Istituto e i delegati delle Accademie ebbero accoglienza oltremodo cortese dal dotto Consesso che altresì offrì loro un banchetto al nuovo Hôtel du Palais d'Orsay, un'interessantissima gita allo storico castello di Chantilly ed una rappresentanza di gala alla Comédie française; il Conte di Franqueville, Presidente attuale dell'Istituto, e il sig. Sénart de l'Académie des Inscriptions et Belles Lettres invitarono a squisite audizioni musicali. Inoltre la Città di Parigi offrì ai delegati un banchetto con ricevimento nel sontuoso palazzo dell'Hôtel de Ville, e lo stesso Presidente della Republica francese fece loro l'onore di invitarli a déjeuner all'Eliseo, intrattenendosi poi affabilmente con essi.

INDICE DEL VOLUME X, SERIE 5ª. — RENDICONTI

1901 — 2° Semestre.

INDICE PER AUTORI

A

Amaldi. « Le superficie con infinite trasformazioni conformi in sè stesse ». 168.

Anderlini. V. *Nasini.*

Angeli. « Sopra alcuni acidi dell'azoto ». 158.

— e Angelico. « Ricerche sopra alcuni composti dell'azoto ». 303.

Angelico. V. *Angeli.*

Artini. « Di una nuova specie minerale trovata nel granito di Baveno ». 139.

B

Bertolo. « Sull'Artemisina ». 111.

Betocchi. Fa omaggio di alcune pubblicazioni dell'architetto *Busiri-Vici* e ne parla. 278.

Bianchi. « Sopra una proprietà generale delle linee di curvatura di una superficie ». 283.

Blaserna (Vicepresidente). Dà comunicazione del telegramma di auguri inviato della Presidenza a S. M. il Re in occasione del Suo genetliaco, e di quello di ringraziamento mandato in nome di S. M. all'Accademia dal Ministro della R. Casa. 249.

— Presenta, a nome del Socio *Mosso*, una copia della tessera coniata in occasione del recente Congresso internazionale di Fisiologia tenutosi in Torino. 279.

— Comunica le dimissioni del Socio *Tacchini* dalla carica d'Amministratore. 278.

Briosi e Farneti. « Intorno all'avvizzimento dei germogli di gelso ». 61.

Brizi. « Una nuova forma di Botrytis parassita del Diospirus Kaki ». 75.

— V. *Cuboni.*

C

Cagni. È eletto Corrispondente. 59. — Ringrazia. 218.

Campetti. « Sulla relazione fra la solubilità e il calore di soluzione ». 99.

Cannizzaro. « Sull'insegnamento dell'Elettrochimica ». 163.

Cafelli. È eletto Corrispondente. 59. — Ringrazia. 218.

Carrara. È approvata la pubblicazione della sua Memoria: « Influenza del solvente sopra i numeri di trasporto »; e dell'altro suo lavoro, in collaborazione col dott. *Coppadoro*: « Sul comportamento e sul punto di fusione di alcune sostanze organiche a bassissima temperatura ». 217.

Castelnuovo. È eletto Corrispondente. 59. — Ringrazia. 218.

Cerruti (Segretario). Dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti. 218; 279.

— Presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle dei Soci: *Bassani.* 279; *Boussinesq, Cocchi, Dalla Vedo-*

va, D'Ovidio. 217; *Haeckel, Helmert.* 278; *Klebs, Kölliker, Nansen.* 217; *Noether.* 278; *Riccò.* 217; 278. — Fa particolare menzione della nuova edizione di un'opera di *Tycho Brahe* e del vol. IX delle « Opere complete » di Christiaan Huygens. 217; di alcune pubblicazioni dell'ing. *Cadolini.* 249; del vol. XI delle « Opere di Galileo Galilei ». 278.

Ciamician. Fa parte della Commissione esaminatrice delle Memorie *Carrara* e *Coppadoro.* 217.

— « Sulla polimerizzazione di alcune cloroanidridi inorganiche del prof. *Oddo* ». 221.

Comella. V. *Mameli.*

Coppadoro. V. *Carrara.*

Corbino. « Dispersione rotatoria magnetica dei vapori di sodio nell'interno della riga d'assorbimento ». 137.

— « Sulla doppia rifrazione circolare e la polarizzazione rotatoria ». 175.

Cremona. Presenta, discorrendone, una Monografia del prof. *Torelli.* 320.

Cuboni. È eletto Corrispondente. 59. — Ringrazia. 218.

— Presenta un volume intitolato: « L'Italia agricola alla fine del secolo XIX ». 217; il vol. I dell' « Annuario della R. Stazione di patologia vegetale di Roma ». 279.

— e Brizi. « Sulla malattia dell'olivo chiamata *brusca* nel territorio di Lecce ». 293.

Cushing. « Differenze dell'irritabilità dei nervi e dei muscoli ». 145.

D

Dini. Fa omaggio, a nome dell'autore Corrispondente *Maggi*, della pubblicazione: « Réflexions sur l'esposition des principes de la Mécanique rationelle 320.

E

Engelmann. È eletto Socio straniero. 59. — Ringrazia. 218.

F

Francesconi e Recchi. « Sull'acido naftalico e sulla naftalimide ». 85.

G

Grassi G. B. Commemora il Socio straniero *Kowalewsky.* 278.

— « A proposito del paludismo senza malaria ». 123.

Grassi U. « Intorno ad alcune corrispondenze per proiezione delle superficie ». 64.

Guglielmo. « Intorno ad un metodo per determinare o per eliminare la costante psicrometrica ». 193.

— « Intorno ad alcuni nuovi metodi per determinare il peso molecolare dei corpi in soluzione diluita ». 232.

— Intorno ad una microbilancia idrostatica ed al suo uso per la misura di piccole forze ». 259.

J

Jackson. « Sulla decomposizione di sostanze albuminoidi nell'uomo sottoposto a forti strapazzi ». 186.

K

Kiesow e Fontana. « Sulla distribuzione dei peli come organi tattili sulla superficie del corpo ». 24.

Kowalewsky. Annuncio della sua morte e sua Commemorazione 278.

Krüger. « La funzione del nervo glossofaringeo nella ruminazione ». 188.

L

Langley. È eletto Socio straniero. 59. — Ringrazia. 218.

Lauricella. « Sulle funzioni biarmoniche ». 147.

Levi-Civita. « Sulla resistenza dei mezzi fluidi ». 3.

Lo Monaco e Panichi. « L'azione dei farmaci antiperiodici sul parassita della malaria «. 272; 314.

— « Sul fenomeno dell'agglutinazione del sangue dei malarici ». 277.

Longo. « Sul significato del percorso endotropico del tubetto pollinico ». 23; 50.

Loria. « Carattere di divisibilità per un numero intero qualunque ». 150.

Luciani. Dà alcune notizie sul Congresso internazionale di Fisiologia tenutosi in Torino. 279.

M

Macaluso. È eletto Corrispondente. 59. — Ringrazia. 218.

Maffucci. « Intorno alla Fisiopatologia dell'embrione di pollo ». 192.

Maggi. « Di alcune nuove forme delle equazioni della meccanica, applicabili ai sistemi anolonomi » 287.

Mameli e Comella. « Su un fenomeno che si osserva nella reversione della fiamma ». 139.

— V. *Oddo*.

Manzetti. « Sull'uso dell'elettrodinamometro nella misura dei coefficienti di induzione mutua ». 179.

Marcolongo. « Determinazione della funzione di Green di grado *n*, nel caso di una sfera ». 131.

Mattirolo. È eletto Socio nazionale. 59. — Ringrazia. 218.

Millosevich. « Osservazioni di pianetini recentemente scoperti ». 191.

Mingazzini. « Sull'esistenza di una secrezione emessa dalla superficie del corpo dei Cestodi adulti ». 307.

Mosso. Invia una copia della tessera coniata in occasione del Congresso internazionale di Fisiologia tenuto in Torino. 279.

N

Nasini. Riferisce sulle Memorie de dottori *Carrara* e *Coppadoro*. 217.

Nasini e Anderlini. « Esperienze al tubo caldo freddo al forno elettrico » 226.

Nordenskiöld. Annuncio della sua morte. 122.

O

Oddo. « Sui due monocloruri di iodio ». 54.

— « Sul tricloruro di iodio ». 116.

— « Sulle anidridi solforica e disolforica ». 207.

— « Su un nuovo azotometro applicabile alla pompa Sprengel ». 268.

— e Mameli. « I. Sulla reazione di Kolbe per la formazione degli ossiacidi aromatici in presenza di solventi indifferenti. II. Relazione tra questa reazione e il comportamento crioscopico dei fenoli in benzolo ed altri solventi esenti d'ossidrile ». 240.

P

Pagliani. « Sul volume specifico dei liquidi a pressione infinitamente grande ». 69.

Panichi. V. *Lo Monaco*.

Pellizzari. « Sulla formula del Triazolo ». 270; 297.

Pelloux. « Appunti sopra alcuni minerali delle Cetine di Cotorniano presso Rosia (in provincia di Siena) ». 10.

Picard. È eletto Socio straniero. 59. — Ringrazia. 218.

Pickering. È eletto Socio straniero. 59. — Ringrazia. 218.

Pincherle. È eletto Socio nazionale. 59. — Ringrazia. 218.

Pirotta. È eletto Socio nazionale. 59. — Ringrazia. 218.

Pizzetti. « Un principio fondamentale nello studio delle superficie di livello terrestri ». 9; 35.

Pochettino. « Sulla conducibilità elettrica dei vapori di ipoazotide ». 202.

R

Ricci. « L'Elephas primigenius della Dobrogea (Rumania) ». 14.

— « L'Elephas trogontherii Pohlig. di Montecatini in Val di Nievole ». 93.

Riccò. « Lavoro della Stazione internazionale nell'Osservatorio di Catania per la Carta fotografica del cielo ». 103.

Richet. È eletto socio straniero. 59. — Ringrazia. 218.

Rimatori. « Dati analitici su alcuni campioni di Manganese di Sardegna ». 207; 226.

Rosati. « Studio microscopico e chimico delle rocce vulcaniche dei dintorni di Vizzini (Val di Noto, Sicilia) ». 18.

Rosenbusch. È eletto Socio straniero. 59. — Ringrazia. 218.

S

Segre. È eletto Socio nazionale. 59. — Ringrazia. 249.

Spezia. È eletto Socio nazionale. 59. — Ringrazia. 218.

T

Tacchini. Presenta il 1° e 2° volume della 3ª serie, delle « Memorie del R. Osservatorio del Collegio Romano » e ne parla. 217.

Tacchini. Invia le proprie dimissioni dalla carica di Amministratore. 278; 320.

— Riceve dall'Accademia un voto di plauso e di ringraziamento per l'opera prestata in vantaggio della amministrazione accademica. 320.

Tedone. « Su alcuni problemi dell'equilibrio elastico ». 192; 251; 294.

Todaro. Commemora il Socio straniero *Kowalewsky*. 278.

Tonni-Bazza. « Di una lettera inedita di Nicolò Tartaglia ». 9; 39.

V

Van 't Hoff. È eletto Socio straniero. 59. — Ringrazia. 218.

Vinassa de Regny. « Traccie glaciali nel Montenegro ». 270.

Volterra. È eletto Amministratore. 320.

W

Walcott. È eletto Socio straniero. 59. — Ringrazia. 218.

Z

Zambonini. « Su alcuni minerali della Rocca Rossa e Monte Pian Real (Val di Susa) ». 23; 42.

INDICE PER MATERIE

A

Associazione internazionale delle Accademie. Relazione sulle adunanze del 1901. 318.

Astronomia. Osservazioni di pianetini recentemente scoperti. *E. Millosevich.* 191.

B

Botanica. Intorno all'avvizzimento dei germogli di gelso. *G. Briosi* e *R. Farneti.* 61.

— Sul significato del percorso endotropico del tubetto pollinico. *B. Longo.* 23; 50.

C

Chimica. Sopra alcuni acidi dell'azoto. *A. Angeli.* 158.

— Ricerche sopra alcuni composti dell'azoto. *Id.* e *Angelico.* 303.

— Sull'Artemisina. *P. Bertolo.* 111.

— Sull'insegnamento dell'Elettrochimica. *S. Cannizzaro.* 163.

— Sulla polimerizzazione di alcune cloroanidridi inorganiche del prof. Oddo. *G. Ciamician.* 221.

— Sull'acido naftalico e sulla naftalimide. *L. Francesconi* e *V. Recchi.* 85.

— Esperienze al tubo caldo freddo al forno elettrico. *R. Nasini* e *F. Anderlini.* 226.

— Sui due monocloruri di iodio. *G. Oddo.* 54.

— Sul tricloruro di iodio. *Id.* 116.

— Sulle anidridi solforica e disolforica. *Id.* 207.

— Su un nuovo azotometro applicabile alla pompa Sprengel. *Id.* 268.

— I. Sulla reazione di Kolbe per la formazione degli ossiacidi aromatici in presenza di solventi indifferenti. II. Relazione tra questa reazione e il comportamento crioscopico dei fenoli in benzolo ed altri solventi esenti d'ossidrile. *Id.* ed *E. Mameli.* 240.

Chimica. Sulla formula del Triazolo. *G. Pellizzari.* 270; 297.

Concorso al premio Santoro pel 1901. 32.

Corrispondenza relativa al cambio degli Atti. 32; 59; 81; 122; 146; 161; 218; 279.

F

Fisica. Sulla relazione fra la solubilità e il calore di soluzione. *A. Campetti.* 99.

— Dispersione rotatoria magnetica dei vapori di sodio nell'interno della riga di assorbimento. *O. M. Corbino.* 137.

— Sulla doppia rifrazione circolare e la polarizzazione rotatoria. *Id.* 175.

— Intorno ad un metodo per determinare o per eliminare la costante psicrometrica. *G. Guglielmo.* 193.

— Intorno ad alcuni nuovi metodi per determinare il peso molecolare dei corpi in soluzione diluita. *Id.* 232.

— Intorno ad una microbilancia idrostatica ed al suo uso per la misura di piccole forze. *Id.* 259.

— Su un fenomeno che si osserva nella reversione della fiamma. *E. Mameli* e *M. Comella.* 139.

— Sull'uso dell'elettrodinamometro nella misura dei coefficienti di induzione mutua. *R. Manzetti.* 179.

— Sul volume specifico dei liquidi a pressione infinitamente grande. *S. Pagliani.* 69.

— Sulla conducibilità elettrica dei vapori di ipoazotide. *A. Pochettino.* 202.

Fisiologia. Differenze dell'irritabilità dei nervi e dei muscoli. *H. Cushing.* 145.
— Sulla decomposizione di sostanze albuminoidi nell'uomo sottoposto a forti strapazzi. *C. Jackson.* 186.
— La funzione del nervo glossofaringeo nella ruminazione *E. Krüger.* 188.
Fisiopatologia. Intorno alla Fisiopatologia dell'embrione di pollo. *A. Maffucci.* 192.
Fisiologia sperimentale. Sulla distribuzione dei peli come organi tattili sulla superficie del corpo. *F. Kiesow* e *A. Fontana.* 24.
Fotografia del cielo. Lavoro della Stazione internazionale nell'Osservatorio di Catania per la Carta fotografica del cielo. *A. Riccò.* 103.

G

Geodesia. Un principio fondamentale nello studio delle superficie di livello terrestri. *P. Pizzetti.* 9; 35.
Geologia. Traccie glaciali nel Montenegro. *P. Vinassa de Regny.* 270.

L

Lettere di ringraziamento delle LL. MM. il Re e la Regina Madre, per la presentazione fatta dall'Accademia alle LL. MM. del Rendiconto della Seduta solenne, del 2 giugno 1901. 80.

M

Matematica. Le superficie con infinite trasformazioni conformi in sè stesse. *U. Amaldi.* 168.
— Sopra una proprietà gonerale delle linee di curvatura di una superficie. *L. Bianchi.* 283.
— Intorno ad alcune corrispondenze per proiezione delle superficie. *U. Grassi.* 64.
— Sulle funzioni biarmoniche. *G. Lauricella.* 147.
— Carattere di divisibilità per un numero intero qualunque. *G. Loria.* 150.
Matematica. Determinazione della funzione di Green di grado *n*, nel caso di una sfera. *R. Marcolongo.* 131.
Meccanica. Sulla resistenza dei mezzi fluidi. *T. Levi-Civita.* 3.
— Di alcune nuove forme delle equazioni della meccanica, applicabili ai sistemi anolonomi. *G. A. Maggi.* 287.
— Su alcuni problemi dell'equilibrio elastico. *O. Tedone.* 192; 251; 294.

M

Mineralogia. D'una nuova specie minerale trovata nel granito di Baveno. *E. Artini.* 139.
— Appunti sopra alcuni minerali delle Cetine di Cotorniano presso Rosia (in provincia di Siena). *A. Pelloux.* 10.
— Dati analitici su alcuni campioni di Manganese di Sardegna. *C. Rimatori.* 207; 226.
— Studio microscopico e chimico delle rocce vulcaniche dei dintorni di Vizzini (Val di Noto, Sicilia). *A. Rosati.* 18.
— Su alcuni minerali della Rocca Rossa e Monte Pian Real (Val di Susa). *F. Zambonini.* 23; 42.

N

Necrologie. Annuncio della morte del Socio straniero *Nordenskiöld.* 122; *Kowalewsky.* 278.

P

Paleontologia. L'Elephas primigenius della Dobrogea (Rumania) *A. Ricci.* 14.
— L'Elephas trogontherii Pohlig. di Montecatini in Val di Nievole. *Id.* 93.
Patologia. L'azione dei farmaci antiperiodici sul parassita della malaria. *D. Lo-Monaco* e *L. Panichi.* 272; 314.
— Sul fenomeno dell'agglutinazione del sangue dei malarici. *Id. id.* 277.
Patologia vegetale. Una nuova forma di Botrytis parassita del Diospirus Kaki. *U. Brizi.* 75.

Patologia vegetale. Sulla malattia dell'olivo chiamata *brusca* nel territorio di Lecce. *G. Cuboni* ed *U. Brizi*. 293.

S

Storia della scienza. Di una lettera inedita di Nicolò Tartaglia. *V. Tonni-Bazza*. 9; 39.

Z

Zoologia. Sull'esistenza di una secrezione emessa dalla superficie del corpo dei Cestodi adulti. *P. Mingazzini*. 307.

Zoologia medica. A proposito del paludismo senza malaria. *G. B. Grassi*. 123.